Entrainement DS surveillé n°3

Durée : 2 h

La calculatrice **n'est pas autorisée.**

Le sujet comporte 6 pages et 3 problèmes indépendants. Le poids de chaque problème dans le barème total est indiqué en % dans son titre.

Problème 1 : Circuit RLC série (20 %)

On considère ici un circuit RLC schématisé en **figure 1**. Le condensateur est initialement déchargé et le circuit est alimenté par une source de tension continue notée E.

On considérera les valeurs suivantes : R = 2,0 kΩ, C = 10 nF et L = 40 mH.

À t = 0, on ferme l'interrupteur.

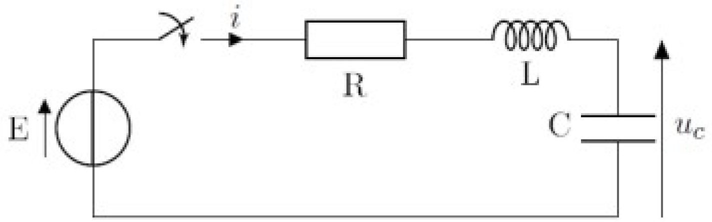


Figure 1 - Circuit RLC alimenté par une tension continue

Q16. Déterminer la tension aux bornes du condensateur $u_c(0^+)$ et l'intensité dans le circuit $i(0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur. Justifier.

Q17. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur $u_c(t)$.

Q18. En écrivant cette équation sous la forme canonique : $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{du_c}{dt} + \omega_0^2\, u_c = \omega_0^2\, E$, en déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q.

Q19. Déterminer la valeur de la fréquence propre f_0. Faire l'application numérique à un chiffre significatif (faire l'approximation $\pi \approx 3$).

Q20. Déterminer la valeur du facteur de qualité Q. Préciser le régime d'oscillation associé à cette valeur.

Problème 2 : Étude d'un virage et d'un freinage en voiture (45 %)

La partie III est indépendante des deux premières parties.

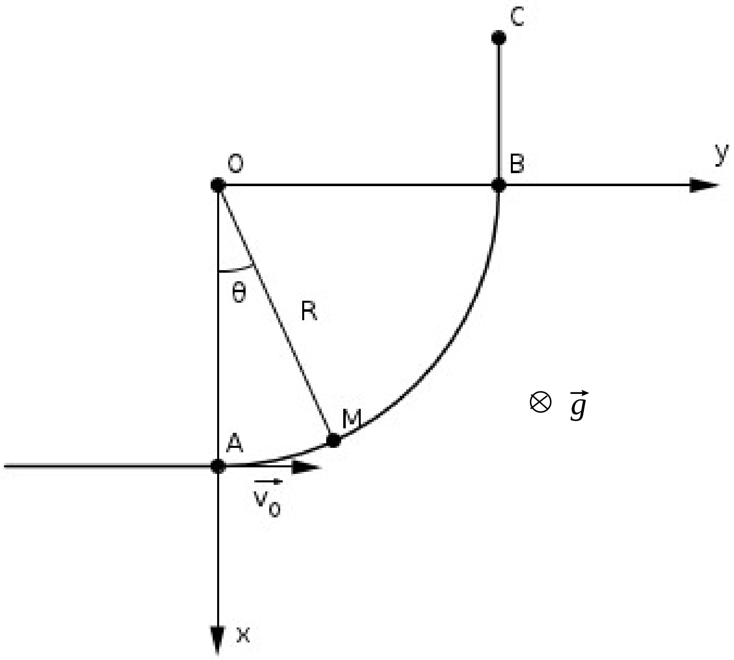


Schéma ***vu du dessus*** *de la trajectoire de la voiture*

Soit une voiture de masse $m=1{,}0.10^3\,\mathrm{kg}$, assimilée à un point matériel M, roulant en ligne droite sur une route horizontale à $v_0=36\,\mathrm{km/h}$. Afin de prendre un virage à gauche à 90°, elle entame au point A une courbe AB de rayon de courbure constant $R=10\,\mathrm{m}$.

I. Étude cinématique du mouvement entre A et B

1. Quelle est la nature du mouvement entre A et B ?
2. Refaire le schéma et y faire figurer la base mobile des coordonnées polaires.
3. Sans justification, donner dans cette base les vecteurs $\overrightarrow{OM}$, $\vec{v}$ et $\vec{a}$ en fonction de *R*, $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$.
4. En posant $v=R\dot{\theta}$, en déduire l'expression de $\vec{a}$ en fonction de v , $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ et *R*.

II. Étude dynamique du mouvement entre A et B

Le système étudié est la voiture considérée comme un point matériel M. L'étude sera menée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On prendra $g=10\,\mathrm{m.s^{-2}}$.

La résistance de l'air ainsi que les frottements au niveau des roulements de la voiture peuvent être négligés. En revanche, les frottements solides pneu/route sont à prendre en compte. Le coefficient de frottement statique pneu/route vaut $\mu_s=1{,}2$.

Dans certaines conditions de conduite un peu trop « sportive », la voiture risque pendant le virage de déraper en latéral et éventuellement de partir en tête-à-queue. On cherche donc dans cette partie à déterminer si la voiture va garder ou non son adhérence dans le virage.

On suppose la voiture en roue libre, c'est-à-dire que le moteur et les freins n'exercent aucune action sur les roues. La vitesse de la voiture reste donc constante $v=v_0$.

On modélise les forces de frottement de la route sur les pneus par une force radiale $\overrightarrow{R_T}=-R_T\overrightarrow{u_r}$ avec $R_T>0$.

5. Faire le bilan des forces s'appliquant sur M entre A et B. Les représenter sur un schéma.
6. Écrire le principe fondamental de la dynamique appliqué au point M.
7. En déduire l'expression de R_T en fonction de v_0, m et R.
8. Application numérique : calculer R_T.
9. Quelle condition doit vérifier R_T pour que la voiture ne dérape pas dans le virage. Cette condition est-elle vérifiée ici ?

III. Étude du freinage entre B et C

La voiture arrive en B avec une vitesse $\vec{v_B} = -v_0 \vec{u_x}$ où $v_0 = 36\,\text{km/h}$. Entre B et C, le conducteur freine de manière à être parfaitement à la limite de glissement pendant toute la durée du freinage. La voiture s'arrête en C. La force exercée par la route sur les pneus est désormais notée $\vec{R_{T2}}$.

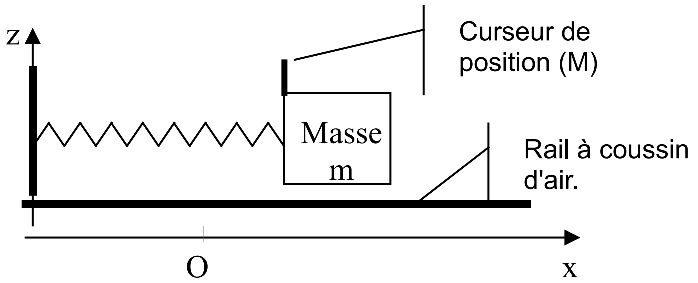
10. Faire le bilan des forces s'appliquant sur le point M et les représenter sur un schéma.
11. Déterminer l'expression du vecteur $\vec{R_{T2}}$ dans la base cartésienne en fonction de g, μ_s et m.
12. Calculer la distance de freinage BC.

Problème 3 : Oscillateur élastique horizontal (35%)

On réalise expérimentalement le dispositif suivant : un objet de masse m est attaché à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide L_0 et posé sur un rail à coussin d'air horizontal. On supposera donc qu'il n'y a pas de pertes par frottements entre le rail et l'objet.
Un dispositif expérimental permet de relever la position M de l'objet en fonction du temps.

On notera $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{u_x}$, $x = 0$ correspondant à la position d'équilibre. $\overrightarrow{u_x}$ est le vecteur unitaire porté par l'axe (Ox).

On se placera dans le référentiel terrestre local supposé galiléen.

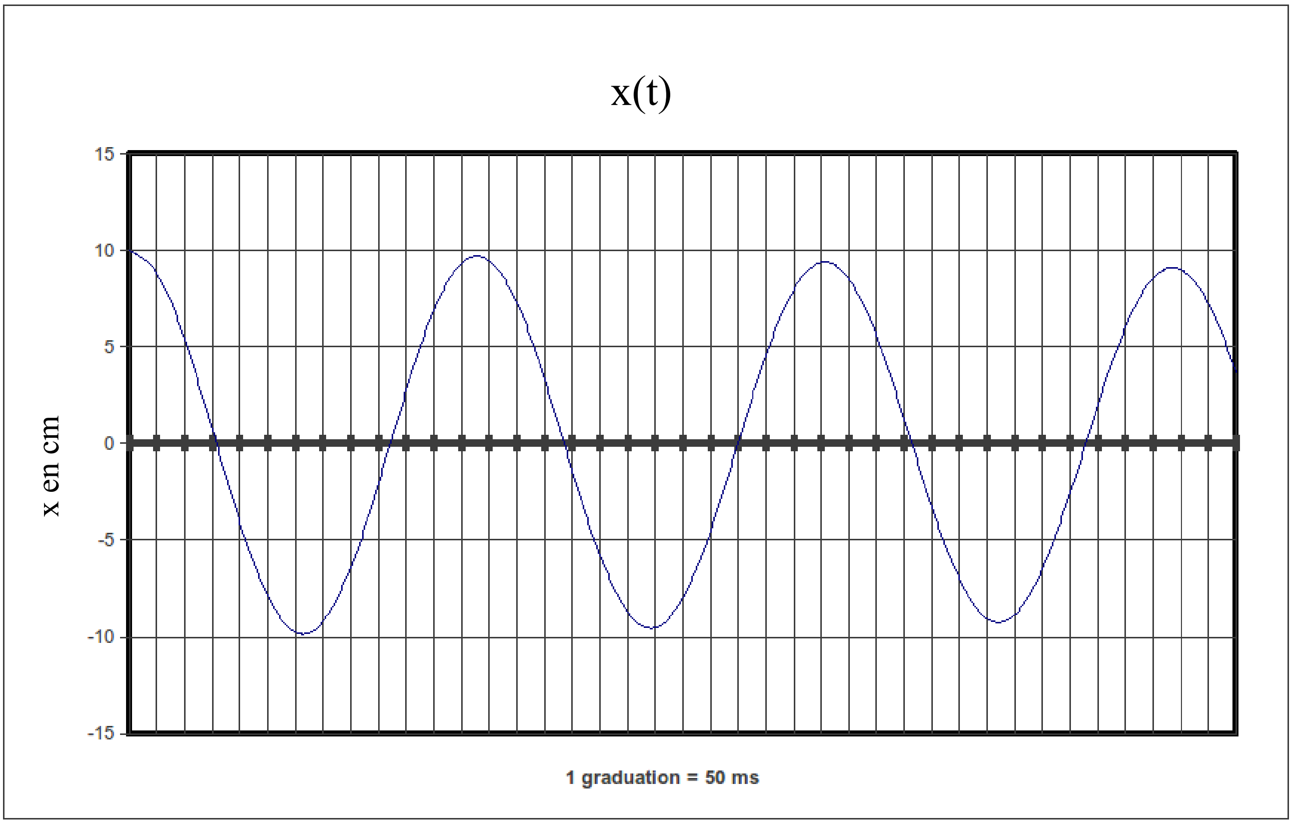


Données numériques: k = 10 $N.m^{-1}$; m = 100 g ; g = 9,81 $m.s^{-2}$

I. Étude expérimentale.

À l'aide du dispositif expérimental et d'un tableur, on trace la courbe ci-dessous.

1. À partir de l'allure de la courbe expérimentale et en négligeant le léger amortissement des oscillations, proposer une fonction représentant x(t) en introduisant une longueur A, une pulsation ω_0 et un angle φ.
2. Déterminer graphiquement l'amplitude A des oscillations par lecture de la courbe d'acquisition.
3. Déterminer également graphiquement la période T_0 du mouvement.
4. En déduire la pulsation ω_0. Faire l'application numérique.
5. Déterminer graphiquement dans quelles conditions initiales (position et vitesse) a été lâché l'objet à t=0.



II. Étude théorique.

Conditions initiales : on suppose que l'objet a été écarté de sa position d'équilibre d'une distance x_0 et lâché sans vitesse initiale.

II.1. Étude dynamique.

6. Faire un bilan des forces et préciser lorsque c'est possible l'expression vectorielle de ces forces en fonction des paramètres du système.

7. En déduire l'équation différentielle du mouvement.

8. Comment s'appelle ce type d'équation du mouvement ?

9. On notera ω_0 la pulsation propre de ce système. Donner la forme générale des solutions x(t) de cette équation en fonction de ω_0. Préciser l'expression de ω_0 en fonction des paramètres du système.

10. En utilisant les conditions initiales, déterminer complètement x(t).

11. Exprimer la période propre T_0 en fonction des paramètres k et m du système.

12. Faire l'application numérique et comparer à la valeur expérimentale de la question 3.

II.2. Étude énergétique

13. Donner l'expression de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle E_p en fonction de k, m, x et $\dot{x}$.

14. Montrer alors que l'énergie mécanique E_m est une constante dont on donnera l'expression.