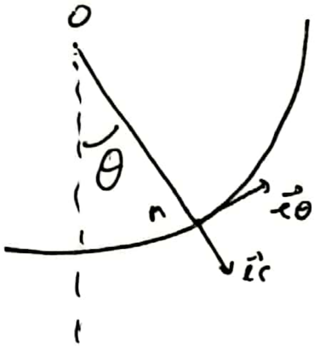
Problème 2

1) le mouvement est circulaire a priori accéléré

2)



3) $\vec{OM} = R\vec{e_r}$ $\quad \vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e_\theta}$

$\vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{e_\theta} - R\dot{\theta}^2\vec{e_r}$

4) $v = R\dot{\theta}$ $\quad \frac{dv}{dt} = R\ddot{\theta}$

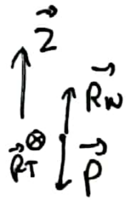
donc $\boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e_\theta} - \frac{v^2}{R}\vec{e_r}}$

5) Poids $\vec{P} = -mg\vec{u_z}$

Réact° normale $\vec{R_N} = R_N\vec{u_z}$

$\vec{R_T} = -R_T\vec{u_r}$

de côté



6) $m\vec{a} = \vec{R_T} + \vec{P} + \vec{R_N}$

en roue libre $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a} = -\frac{v_0^2}{R}\vec{e_r}$

$$\boxed{-m\frac{v_0^2}{R}\vec{e_r} = \vec{R_T} + \vec{P} + \vec{R_N}}$$

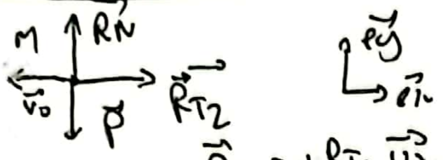
7) en projection sur $\vec{e_r}$ $\quad -m\frac{v_0^2}{R} = -R_T$ $\quad \boxed{R_T = \frac{mv_0^2}{R}}$

8) A.N $R_T = 10^4\,N$

9) Loi de Coulomb sur l'adhérence $||\vec{R_T}|| \le \mu_s ||\vec{R_N}||$

or PFD projeté selon $\vec{u_z}$: $mg = R_N$ donc il faut $\boxed{\frac{mv_0^2}{R} \le \mu_s mg}$

10) $\mu_S mg = 1{,}17 \times 10^4\,N > R_T \Rightarrow$ la voiture ne glisse pas!



$\vec{R_{T_2}} = +R_{T_2}\vec{u_x}$

PFD appliquer au système ds le référentiel terrestre supposé galiléen

$m\vec{a} = \vec{R_{T_2}} + \vec{R_N} + \vec{P}$

11) Project° sur Oy $R_N = mg$

Project° sur Ox $m\ddot{x} = +R_{T_2}$

à la limite du glissement

$R_{T_2} = \mu_S R_N$

$\boxed{R_{T_2} = \mu_S mg}$

12) donc $m\ddot{x} = +\mu_S mg$

$\boxed{\ddot{x} = +\underbrace{\mu_S g}_{\text{constante}}}$

Primitive

$\dot{x}(t) = +\mu_S g t \underbrace{- v_0}_{\text{vitesse initiale}}$

on cherche t_f tel $\dot{x}(t_f) = 0 \Leftrightarrow \boxed{t_f = \frac{v_0}{\mu_S g}}$

la distance $x(t) = \mu_S g \frac{t^2}{2} - v_0 t + \cancel{x(0)}^{0}$

de freinage est $x(t_f) = \mu_S g \frac{1}{2}\left(\frac{v_0}{\mu_S g}\right)^2 - \frac{v_0^2}{\mu_S g}$

$\boxed{x(t_f) = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{\mu_S g}}$ A.N $\boxed{x(t_f) = 4{,}2\,m}$

Pb3

1) on observe des oscillations harmoniques (quasiment)

donc $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$

2) $\underline{A = 10\,cm}$

3) $2T_0 = 25 \times 50\,ms$ $\quad$ $\underline{T_0 = 0{,}625\,s}$

4) $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 10\,rad.s^{-1}$

5) $x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{\dot{x}(0)}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$

la courbe est une fonction cosinus donc $\underline{\dot{x}(0) = 0}$

et $x_0 = \underline{A = 10\,cm}$

6) Force de Rappel $\vec{F_r} = -Kx\vec{e_x}$.

$\vec{P} = m\vec{g}$ $\quad$ $\vec{R_N} = R_N\vec{e_y}$

$= -mg\vec{e_y}$

7) on applique le PFD ds le référentiel terrestre

$m\vec{a} = \vec{F_r} + \vec{P} + \vec{R_N}$

Project° sur Ox : $\quad m\ddot{x} = -Kx$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0}$$

8) C'est l'équat° d'un oscillateur harmonique $\quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

9) $x(t) = x_0\cos(\omega_0 t) + \frac{\dot{x}(0)}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$ $\quad$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

à $t=0$ $\dot{x}(0)=0$

donc $x(t)=1$

11) $w_0=\sqrt{\frac{K}{m}}=\frac{2\pi}{T_0}$ $\boxed{T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$

12) A.N $w_0=\sqrt{\frac{10}{0,1}}=\underline{\sqrt{100}=10}$ et $\underline{T_0=0,628\,s}$

on trouve la même chose !

13) $\underline{E_c=\frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad E_p=\frac{1}{2}Kx^2}$

14) $x(t)=x_0\cos(w_0t)$

$\dot{x}(t)=x_0w_0\sin(w_0t)$

$E_m=E_c+E_p$

$E_m=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}Kx^2=\frac{1}{2}Kx_0^2\cos^2(w_0t)+\frac{1}{2}mw_0^2x_0^2.\sin^2(w_0t)$

or $w_0^2=\frac{K}{m} \Rightarrow m=\frac{K}{w_0^2}$

$E_m=\frac{1}{2}Kx_0^2(\underbrace{\cos^2(w_0t)+\sin^2(w_0t)}_{1})$

$\boxed{E_m=\frac{1}{2}Kx_0^2}$ constante