

TD11- FILTRAGE LINÉAIRE

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

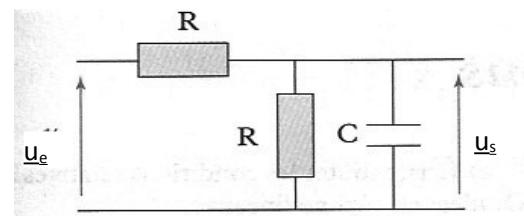
- 1 Définir la valeur moyenne et la valeur efficace d'un signal périodique de période T.
- 2 Calculer la valeur moyenne du signal $s(t) = A_0 + A_1 \sin(\frac{2\pi}{T}t)$.
- 3 Etablir l'expression de la valeur efficace S_{eff} du signal $s(t) = S_{\text{max}} \cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$
- 4 Soit un signal $s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n \cos(2\pi n \frac{t}{T} + \varphi_n)$. Exprimer s_{eff}^2 en fonction des amplitudes de ses harmoniques (égalité de Parseval).
- 5 Filtre passe bas du premier ordre.
 - a Donner la forme de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre.
 - b Donner un exemple de filtre passe-bas du 1^{er} ordre, et prévoir son comportement sans calcul.
 - c Donner l'allure du diagramme de Bode correspondant (gain + phase, échelle semi-log puis linéaire) et interpréter les zones rectilignes du diagramme (valeur des pentes des asymptotes à démontrer).
 - d Déterminer la bande passante à -3dB du filtre.
 - e Montrer qu'un filtre passe-bas du premier ordre se comporte comme un intégrateur pour une bande de fréquences à déterminer.
- 6 Filtre passe-haut du premier ordre.
 - a Donner la forme de la fonction de transfert d'un filtre passe-haut du premier ordre.
 - b Donner un exemple de filtre passe-haut du premier ordre, et prévoir son comportement sans calcul.
 - c Donner l'allure du diagramme de Bode correspondant (gain + phase, échelle linéaire) et interpréter les zones rectilignes du diagramme (valeur des pentes des asymptotes à démontrer).
 - d Déterminer la bande passante à -3dB du filtre.
 - e Montrer qu'un filtre passe-haut du premier ordre se comporte comme un dérivateur pour une bande de fréquences à déterminer.
- 7 Filtre passe bande du 2^{ème} ordre.
 - a Donner la forme de la fonction de transfert d'un filtre passe-bande du 2^{ème} ordre.
 - b Donner l'allure du diagramme de Bode correspondant (pour le gain uniquement) et interpréter les zones rectilignes du diagramme.
 - a Sur quelle gamme de fréquences un passe-bande se comporte-t-il comme un intégrateur ? un dérivateur ? (à démontrer)
- 8 Comment faut-il choisir les impédances d'entrée et de sortie de filtres que l'on souhaite mettre en cascade ? Pourquoi ?
- 9 Dessiner **en justifiant** l'allure du signal de sortie lorsque l'on fait passer un signal créneau de fréquence fondamentale f_1 à travers un filtre passe bas de fréquence de coupure f_C pour les trois cas suivants :
 - a $f_1 < < f_C$
 - b. $f_1 \approx f_C$
 - c. $f_1 > > f_C$

Exercice 2 : Valeur efficace ★

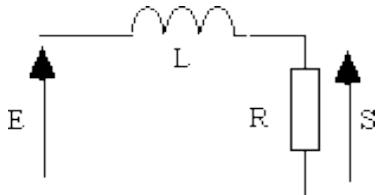
- 1 Calculer (en justifiant) S_{eff} pour $s(t) = I_1 \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) + I_0$
- 2 Soit un sèche-cheveux sur lequel il est écrit « 220V et 2,2kW ». Lorsque le sèche-cheveux fonctionne :
 - a Calculer I_{eff}
 - b. Calculer I_{max} .
 - c. Calculer la résistance du sèche-cheveux.

Exercice 3 : filtre passe-bas passif ★ ★ ★

1. Déterminer la fonction de transfert du montage ci-contre.
2. Étudier son comportement asymptotique (basses fréquences et hautes fréquences).
3. Tracer le diagramme de Bode du gain.



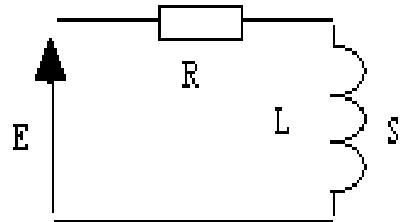
Exercice 4 : Etude de filtres très simples



Filtre 1

- Sans réaliser aucun calcul, donner le type de filtre.
- Déterminer la fonction de transfert de ce filtre.
- Retrouver le résultat de la question a. à partir de la fonction de transfert.
- Tracer l'allure du diagramme de Bode et commenter.

Filtre 2

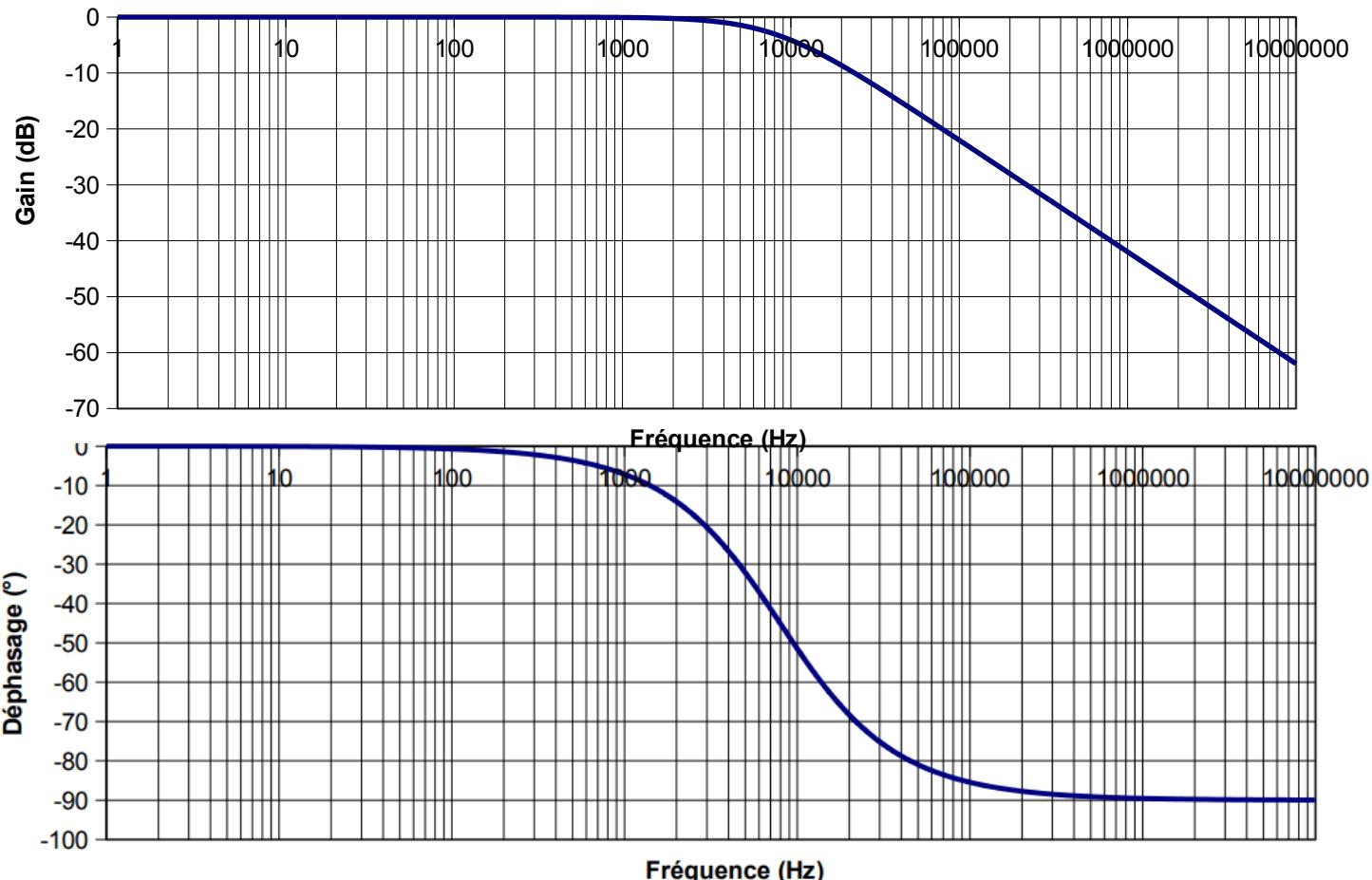


Exercice 5 : échelle logarithmique



Un élève a tracé sur du papier logarithmique le diagramme de Bode ci-dessous.

- De quel type de filtre s'agit-il ? Donner l'expression de sa fonction de transfert.
- Justifier précisément l'allure des deux courbes. On donnera l'équation de toutes les asymptotes.
- Donner la ou les valeurs numériques de la (ou des) pulsation de coupure du filtre.



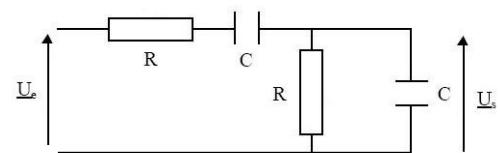
- Le signal d'entrée est de la forme $e(t) = 2\cos(2\pi ft) + 0,5 \cos(2\pi 10 ft)$ et possède une fréquence fondamentale de $f = 10000$ Hz. Donner l'expression de $s(t)$ à l'aide du diagramme de Bode

Exercice 6 Filtre de Wien



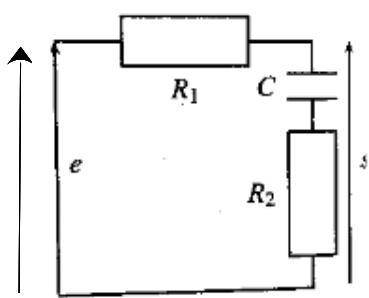
Soit le quadripôle suivant :

- ➔ Quelle est, sans calcul, la nature de ce filtre ?
- ➔ Déterminer sa fonction de transfert.
- ➔ **Calculer les pulsations de coupure et sa largeur de bande.**
- Tracer alors le diagramme de Bode correspondant.



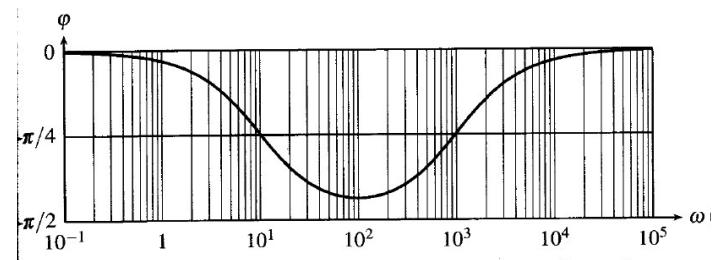
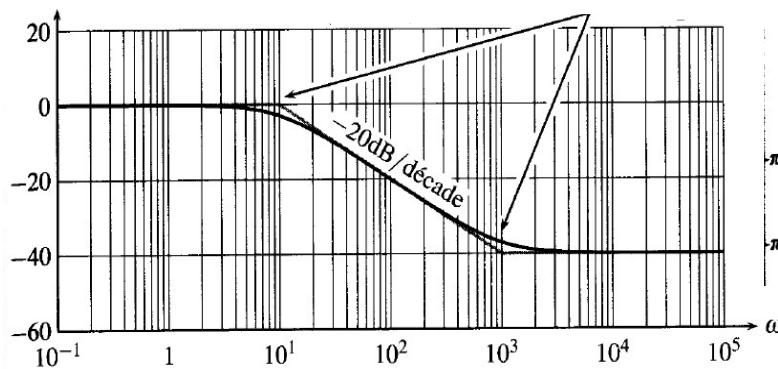
Exercice 7 : Etude d'un filtre du premier ordre

On considère le filtre ci-dessous :

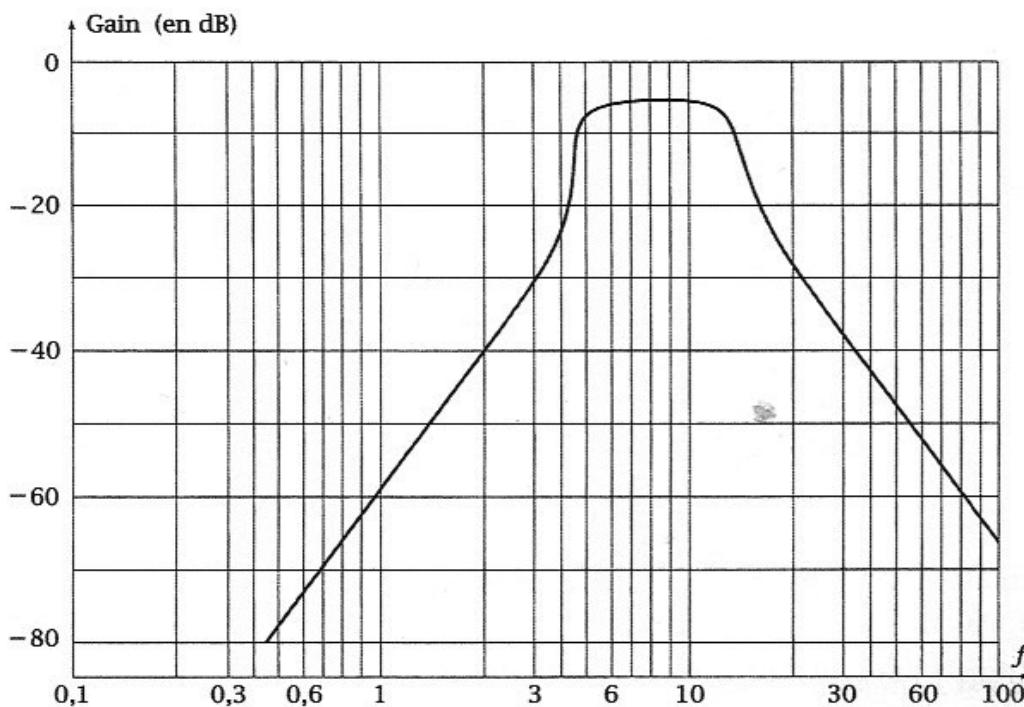


1. Déterminer le comportement du filtre sans aucun calcul.
2. Déterminer sa fonction de transfert. On introduira deux constantes de temps $\tau = R_2 C$ et $\tau' = (R_1 + R_2)C$.
3. On donne le diagramme de Bode du filtre. Interpréter très précisément ce diagramme en justifiant les valeurs limites, les pentes, le comportement intégrateur/dérivateur, et les valeurs de ω au niveau des cassures. Quel est le type du filtre ?

Cassures

**Exercice 8 Exploitation d'un diagramme de Bode en gain**

Le diagramme de Bode en amplitude d'un filtre est représenté ci-dessous, les fréquences sont en kHz :



1. Quel est le gain maximal ?
2. Quelle est la bande passante à -3 dB ?
3. Quelles sont les pentes des asymptotes ?

4. On envoie à l'entrée du filtre les signaux suivants, déterminer l'amplitude des signaux de sortie :

- $e_1(t)$ sinusoïdal de fréquence 600 Hz et d'amplitude 10 V
- $e_2(t) = 10 \cos(6280t)$ (en V)
- $e_3(t) = 10 \cos(5,65 \cdot 10^4 t)$ (en V)
- $e_4(t) = 2 \cos(2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 t) + 20 \cos(2\pi \cdot 30 \cdot 10^3 t)$ (en V)
- $e_5(t)$ signal carré alternatif de fréquence 9 kHz et d'amplitude 10 V

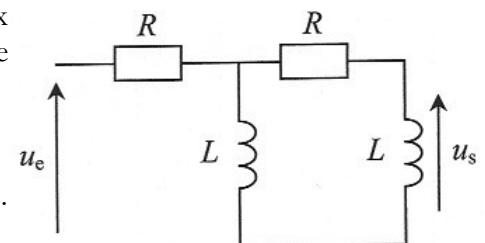
Exercice 9 Établir le gabarit d'un filtre ADSL

Pas de chance, votre chien a mangé votre filtre ADSL ! Qu'à cela ne tienne, vous allez en fabriquer un vous-même...

Les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une très large gamme de fréquences, divisée en deux parties : les signaux téléphoniques (transmettant la voix) utilisent les fréquences de 0 à 4 kHz ; les signaux informatiques (internet) utilisent les fréquences de 25 kHz à 2 MHz.

- Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques ? Les signaux informatiques ? Quelle fréquence de coupure peut-on-choisir ?

En fin connaisseur, vous réalisez le filtre ci-contre.



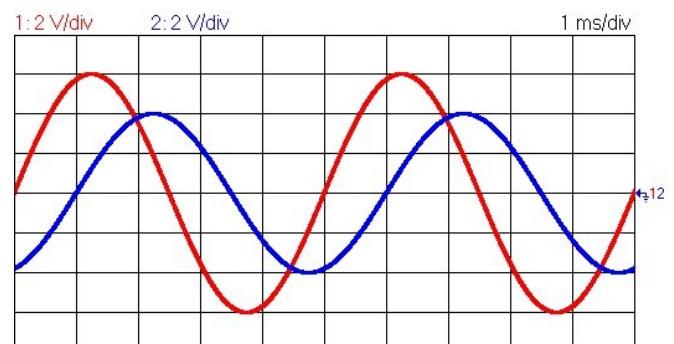
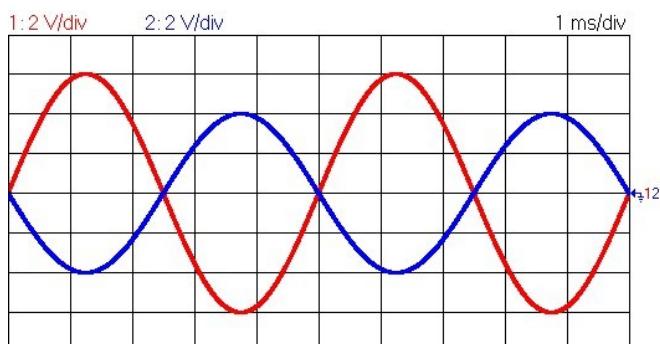
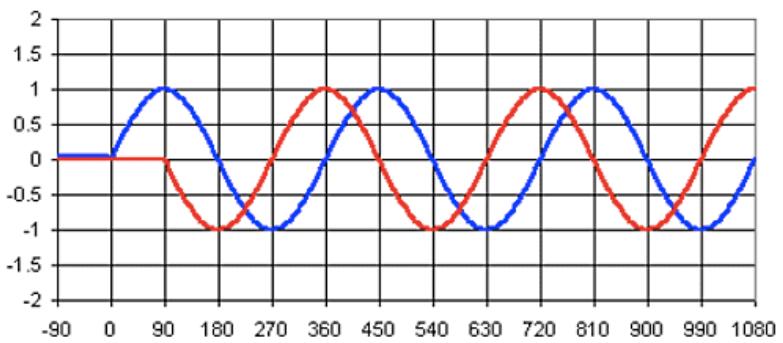
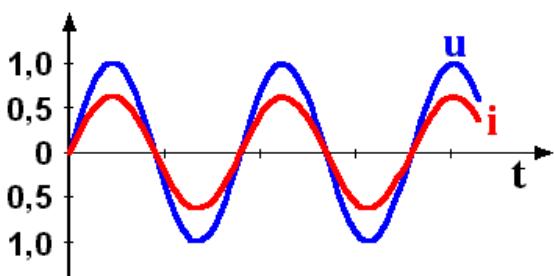
- Déterminer la nature du filtre grâce à son comportement asymptotique. En déduire pour quels signaux il peut être utilisé.
- Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$$H(x) = \frac{-x^2}{1 + 3jx - x^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{et} \quad \omega_0 \quad \text{à déterminer en fonction de R et L.}$$

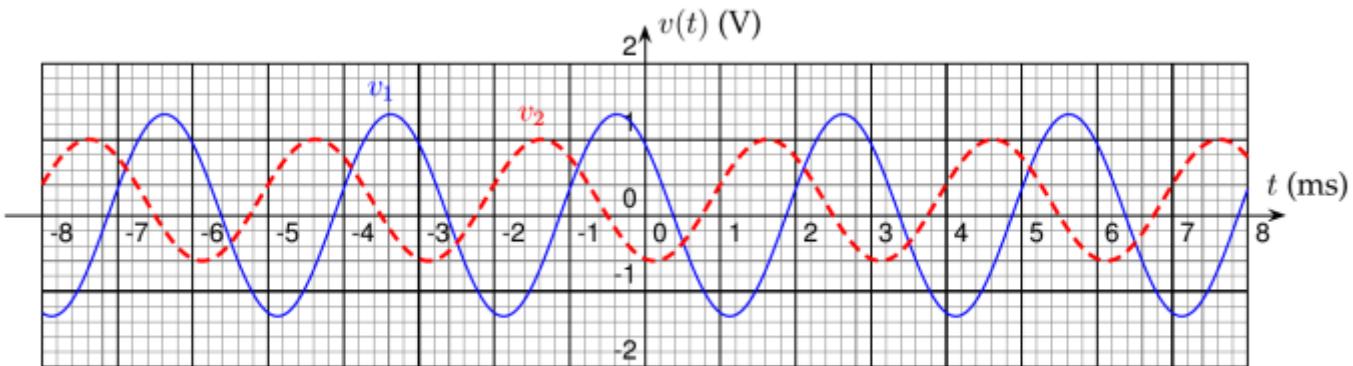
- Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre, puis esquisser l'allure de la courbe réelle de gain en la justifiant.
- Vous possédez déjà des résistances de 100 Ω . Quelle valeur d'inductance devez-vous choisir pour réaliser le filtre souhaité ?

Exercice 10 : lecture de déphasage

- Lire le déphasage (en valeur absolue) entre les deux signaux sur les oscillogrammes suivants :



La figure ci-dessous représente l'écran d'un oscilloscope dont le calibre est réglé à 1 ms/div et 1 V/div.



Donner par lecture graphique l'amplitude, la valeur moyenne, la période, la phase à l'origine et la fréquence de chacune des tensions. Les deux tensions sont-elles synchrones ?