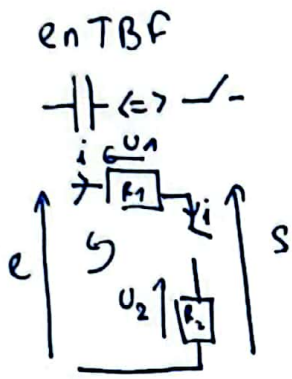
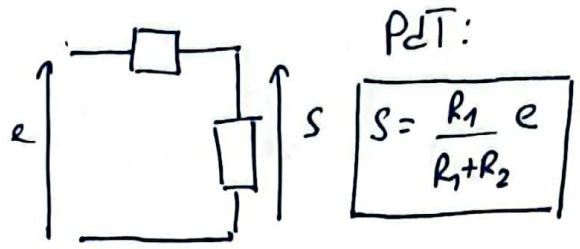


Exercice 6

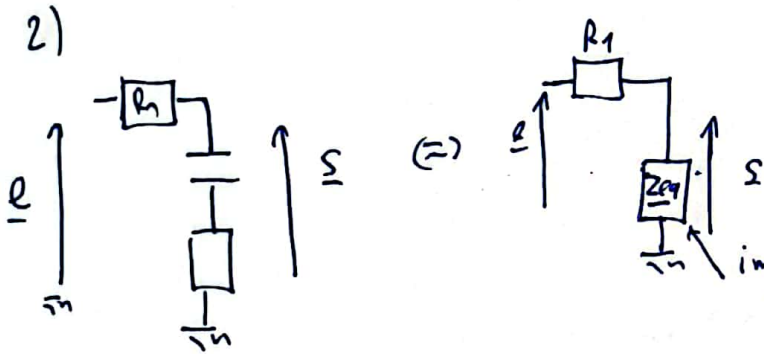


LDN: $e = U_1 + s$
 ici: $U_1 = R_1 i$
 avec $i = 0 \Rightarrow U_1 = 0$
 $e = s$

en THF \Leftrightarrow



Ni un pame haut ni un pame bas



$Z_{eq} = Z_C + R_2 = \frac{1}{j\omega C} + R_2$

impédance équivalente $Z_{eq} = \frac{1 + jR_2\omega C}{j\omega C}$

R_1 et Z_{eq} en série \Rightarrow Pont diviseur de tension

$s = \frac{Z_{eq}}{R_1 + Z_{eq}} e$

$H = \frac{s}{e} = \frac{\frac{1 + jR_2\omega C}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1 + jR_2\omega C}{j\omega C}} = \frac{1 + jR_2\omega C}{jR_1\omega C + 1 + jR_2\omega C} = \frac{1 + jR_2\omega C}{1 + j(R_1 + R_2)\omega C}$

$H = \frac{1 + j\omega\tau}{1 + j\omega\tau'}$

avec $\tau = R_2 C$ et $\tau' = (R_1 + R_2) C$

Rmq: $\frac{1}{R_2 C} \gg \frac{1}{(R_1 + R_2) C}$ ($R_1 > 0, R_2 > 0$)

3) en BF: ($\omega \ll \frac{1}{\tau} \ll \frac{1}{\tau'}$): $H \approx 1 \rightarrow \underline{GdB} = 20 \log_{10} 1 = 0$

• en moyenne fréquence $\frac{1}{\tau'} \ll \omega \ll \frac{1}{\tau}$:
 On suppose que τ' et τ sont très différents $H \approx \frac{1}{j\omega\tau'} \Rightarrow |H| = \frac{1}{\omega\tau'}$

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log\left(\frac{1}{\omega \tau'}\right) = \underline{-20 \log(\omega \tau')} \quad \left(\text{Pour } \frac{1}{\tau'} \ll \omega \ll \frac{1}{\tau}\right)$$

la courbe $G_{dB}(10\omega) = -20dB + G_{dB}(\omega)$

$G_{dB}(\omega)$ possède une asymptote de pente $-20dB/décade$

dans la gamme de pulsation $\frac{1}{\tau'} \ll \omega \ll \frac{1}{\tau}$

en HF : $\omega \gg \frac{1}{\tau} \gg \frac{1}{\tau'}$: $\underline{H} \approx \frac{j\omega\tau}{j\omega\tau'} = \frac{\tau}{\tau'} \Rightarrow |H| = \frac{\tau}{\tau'}$

$G_{dB}(\omega) = 20 \log\left(\frac{\tau}{\tau'}\right)$ ← droite horizontale
d'équation $G_{dB} = 20 \log\left(\frac{\tau}{\tau'}\right)$

les cannes se trouve en $\omega_1 = \frac{1}{\tau'}$ et $\omega_2 = \frac{1}{\tau}$

Pour la phase

• BF $\underline{H} = 1 \rightarrow \phi = \arg(1) = 0$

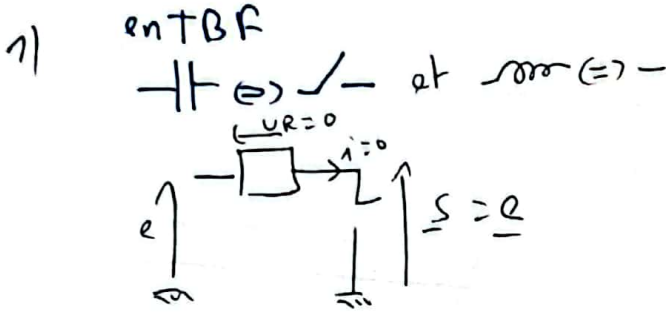
• Moyenne F $\underline{H} \approx \frac{1}{j\omega\tau'} = -j \times \frac{1}{\omega\tau'} \Rightarrow \phi = \arg\left(-j \frac{1}{\omega\tau'}\right) = \boxed{-\frac{\pi}{2}}$

Plus précisément $\phi = \arg(1 + j\omega\tau) - \arg(1 + j\omega\tau')$
 $= \arctan(\omega\tau) - \arctan(\omega\tau')$

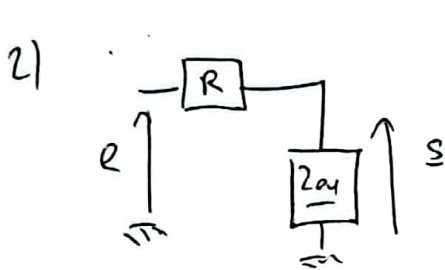
Nombre
imaginaire
pur avec
Partie imaginaire
négative

• HF $\underline{H} \approx \frac{\tau}{\tau'} \quad \underline{\arg(\underline{H}) = 0}$

Exercice 8



en THF
 . marcheuse! $\underline{s} = \underline{e}$



PJT

$$\underline{s} = \frac{\underline{Z_{eq}}}{\underline{Z_{eq}} + R} \underline{e}$$

avec $\underline{Z_{eq}} = jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$

$$\underline{s} = \frac{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega} + R} \underline{e}$$

$$\underline{H} = \frac{j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} + \frac{R}{j}\right)}$$

$$= \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{L\omega - \frac{1}{C\omega} - jR}$$

$$\underline{H} = \frac{L\left(\omega - \frac{1}{LC\omega}\right)}{L\left[\left(\omega - \frac{1}{LC\omega}\right) - j\frac{R}{L}\right]}$$

on pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$\Leftrightarrow LC = \frac{1}{\omega_0^2}$

et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

$\Leftrightarrow \frac{Q}{\omega_0} = \frac{L}{R}$

$$\underline{H} = \frac{\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right) - j\frac{\omega_0}{Q}}$$

$$\text{en HF} \quad \underline{H} \approx \frac{\omega}{\omega} = 1 \quad \Rightarrow \underline{6dB(\omega) = 0}$$

($\omega > \omega_0$)

$$\text{en BF} \quad \underline{H} \approx \frac{-\frac{\omega_0^2}{\omega}}{-\frac{\omega_0^2}{\omega}} \approx 1 \quad \Rightarrow \underline{6dB(\omega) = 0}$$

($\omega < \omega_0$)

$$\text{quand } \omega = \omega_0 \quad \underline{H} = \underline{0} = 0 \quad \Rightarrow \underline{6dB \rightarrow -\infty}$$

$-\frac{1}{Q}$

d'où l'allure de

Correction TD 11 FILTRAGE LINÉAIRE

Exercice 2 : Valeur efficace

1)

$$S_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (I_1 \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) + I_0)^2 dt \quad S_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (I_1^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) dt + 2 I_0 I_1 \sin^2(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) dt + I_0^2 dt)$$

$$S_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I_1^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) dt + \frac{1}{T} \int_0^T 2 I_0 I_1 \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) dt + \frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 dt$$

Or $\frac{1}{T} \int_0^T 2 I_0 I_1 \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) dt$ car la valeur moyenne de $\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$ est nulle

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 dt = I_0^2 \quad \text{et} \quad \int_0^T \sin^2(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) dt = \frac{T}{2} \quad \text{finalement} \quad S_{eff}^2 = \frac{1}{T} \frac{T}{2} I_1^2 + I_0^2 \quad \text{soit} \quad S_{eff} = \sqrt{\frac{I_1^2}{2} + I_0^2}$$

2) On modélise un sèche cheveux par une résistance parcouru par une intensité $i(t)$ avec une tension $u(t)$ à ses bornes

la puissance moyenne dissipée est $\langle P(t) \rangle = \langle Ri(t)^2 \rangle = RI_{eff}^2$ et comme $u = Ri(t)$ $\langle P(t) \rangle = \frac{U_{eff}^2}{R}$

Les valeurs indiquées sur le sèche cheveux sont:

la valeur moyenne de la puissance : $\langle P(t) \rangle = 2,2 \text{ kW}$

la valeur efficace de la tension $U_{eff} = \sqrt{u(t)^2} = 220 \text{ V}$ on peut en déduire R :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{U_{eff}^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{U_{eff}^2}{\langle P(t) \rangle} \quad \text{A.N } R = 22 \Omega$$

de plus $\langle P(t) \rangle = RI_{eff}^2 \Leftrightarrow I_{eff} = \sqrt{\frac{\langle P(t) \rangle}{R}} \quad \text{A.N } I_{eff} = 10 \text{ A}$ et $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_{max} = 14 \text{ A}$

Exercice 3

Filtre 1

a) on fait des schémas équivalents en haute et basse fréquence

- En basse fréquence on a $s=e$

- En haute fréquence bobine=interrupteur ouvert donc $i=0$ et comme $s=Ri$ on a $s=0$

c'est donc un filtre passe bas

b) Pont diviseur de tension en notation complexe

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{L}{R} \omega}$$

c)

- En H.F (quand ω tend vers l'infini) : $\underline{H}(\omega) \approx \frac{1}{j \frac{L}{R} \omega}$ donc $|\underline{H}(\omega)| \rightarrow 0$ quand ω tend vers l'infini .

L'amplitude de la sortie tend vers 0 en haute fréquence

-En B.F $\underline{H}(\omega) \approx 1$ la sortie est égale à l'entrée en basse fréquence

on a bien un filtre passe bas

d)

Diagramme en gain

on pose $\omega_0 = \frac{R}{L}$

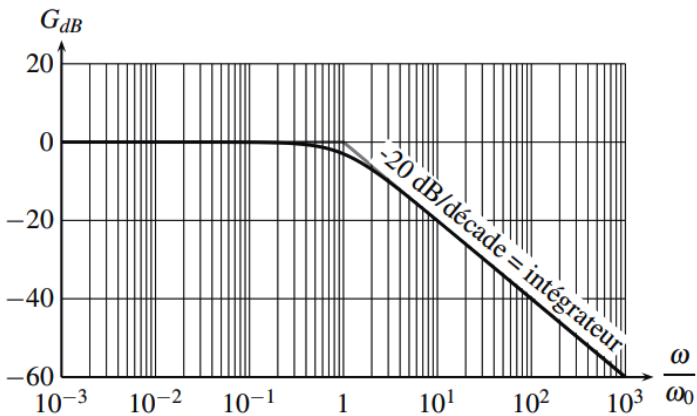


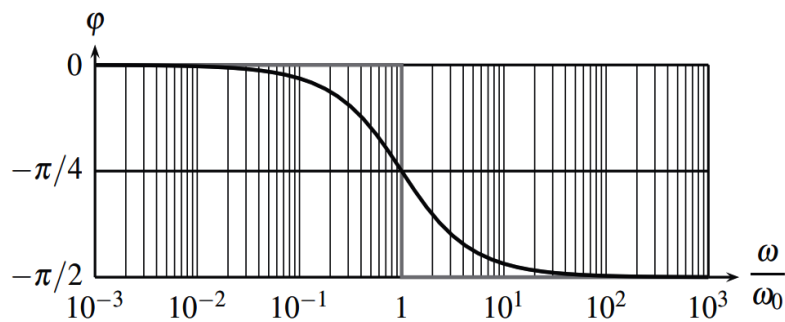
Diagramme de phase

-En B.F $\phi = \arg(\underline{H}) = \arg(1) = 0$ (car 1 est réel)

- en H.F :

$$\arg(\underline{H}) \approx \arg\left(\frac{1}{j \frac{L}{R} \omega}\right) = \arg\left(-j \frac{L}{R} \omega\right) = -\frac{\pi}{2}$$

Imaginaire pur de partie imaginaire négative



Filtre 2

a) on fait des schémas équivalents en haute et basse fréquence et on déduit que c'est **un passe haut**

b) Pont diviseur de tension en notation complexe

$$\underline{H}(\omega) = \frac{j \frac{L}{R} \omega}{1 + j \frac{L}{R} \omega}$$

c)

- En H.F (quand ω tend vers l'infini) : $\underline{H}(\omega) \approx \frac{j \frac{L}{R} \omega}{j \frac{L}{R} \omega} = 1$ la sortie est égale à l'entrée en haute fréquence

-En BF $\underline{H}(\omega) \approx \frac{j \frac{L}{R} \omega}{1}$ ainsi $|\underline{H}(\omega)| \rightarrow 0$ quand $\omega \rightarrow 0$. L'amplitude de la sortie tend vers 0 en BF

on a bien un filtre passe haut

d)

Diagramme en gain

on pose $\omega_0 = \frac{R}{L}$

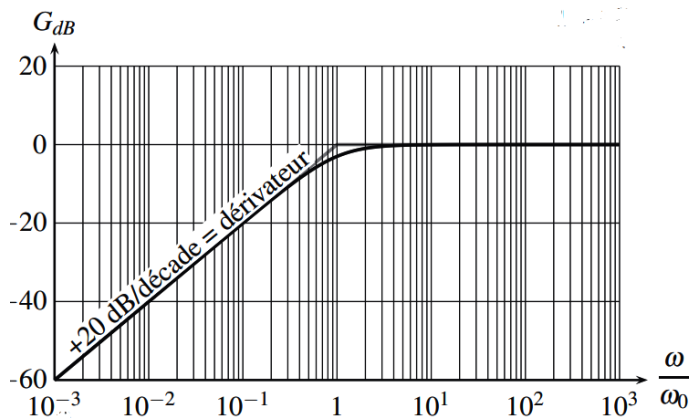
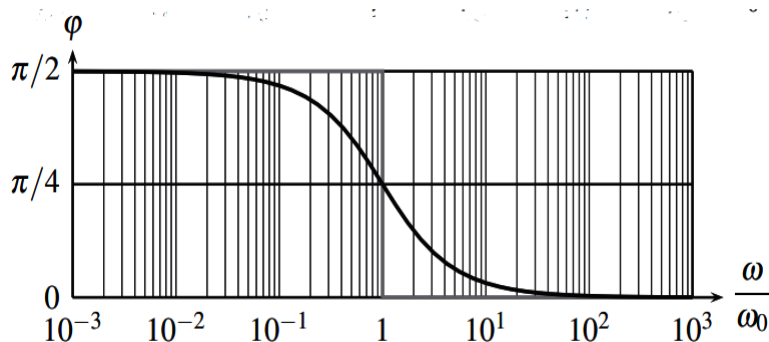


Diagramme de phase

-En B.F $arg(\underline{H}) = arg(j \frac{L}{R} \omega) = \frac{\pi}{2}$ Imaginaire pur de partie imaginaire positive

-En H.F $arg(\underline{H}) \approx arg(1) = 0$



Exercice 4

Un élève a tracé sur du papier logarithmique le diagramme de Bode ci-dessous.

1) c'est un filtre passe bas car le module de la fonction de transfert diminue fortement quand la fréquence augmente . On peut voir que sur une décade le gain diminue de 20 dB , c'est donc un **filtre passe-bas du premier ordre**

2)

On a pour un passe bas du premier ordre : $\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$

En B.F $\underline{H}(\omega) \approx 1$ donc :

- $GdB(\omega) = 20 \log |\underline{H}(\omega)| = 20 \log(1) = 0$

La courbe de gain est donc asymptote à une droite d'équation $GdB = 0$ en B.F

- $\underline{H}(\omega) \approx 1 \Rightarrow \phi(\omega) = arg(\underline{H}(\omega)) = 0$

La courbe de déphasage est donc asymptote à une droite d'équation $\varphi = 0^\circ$ en B.F

- en H.F : $\underline{H}(\omega) \approx \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ donc :

$$- \text{GdB}(\omega) = 20 \log |\underline{H}(\omega)| = 20 \log \left(\frac{1}{\frac{\omega}{\omega_0}} \right) = -20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

La courbe de GdB est donc asymptote à une droite (en échelle log) de pente -20 dB / décade en HF
(Quand on multiplie par 10 la fréquence le gain en dB diminue de 20 dB)

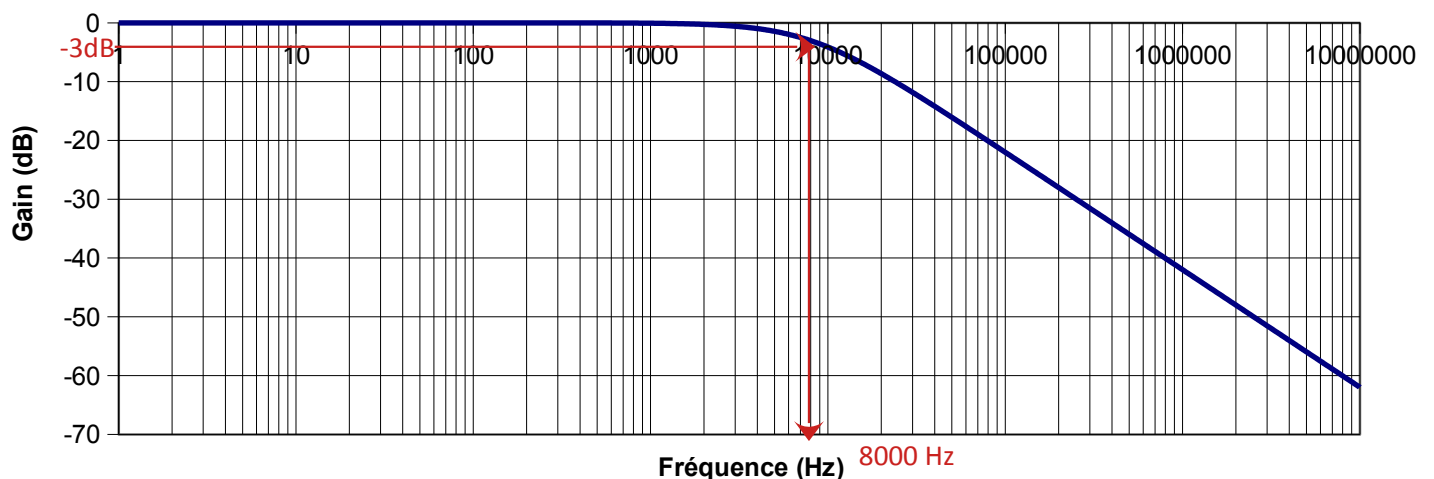
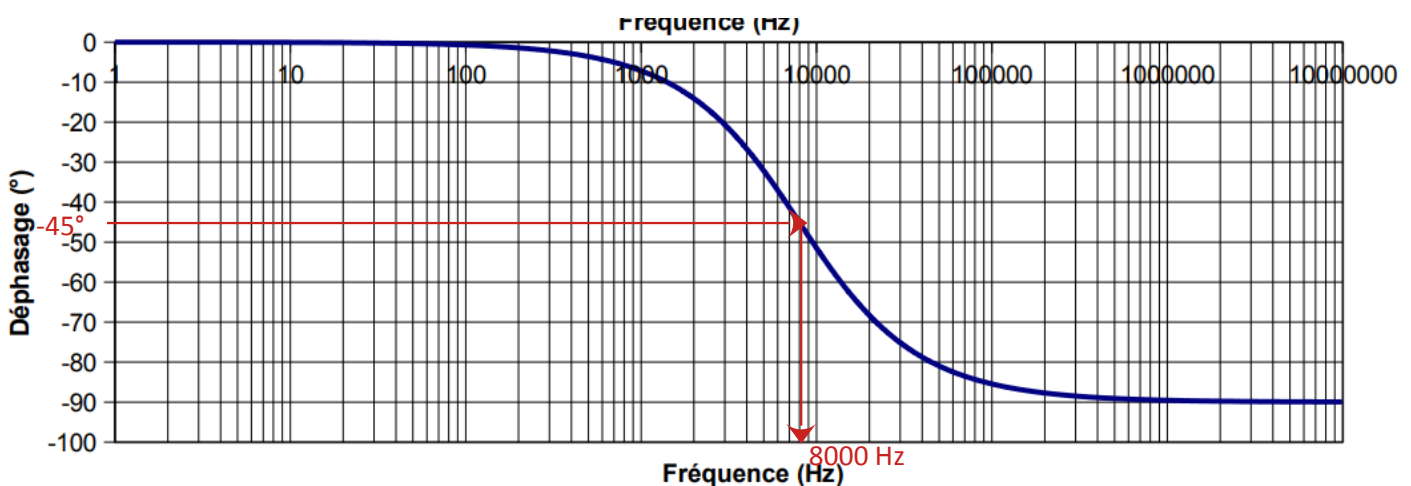
$$- \underline{H}(\omega) \approx 1 \Rightarrow \phi(\omega) = \arg \left(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}} \right) = \frac{-\pi}{2}$$

La courbe de déphasage est donc asymptote à une droite d'équation $\varphi = -90^\circ$ en H.F

$$3) \text{ Quand } \omega = \omega_0 \quad \underline{H}(\omega = \omega_0) = \frac{1}{1+j} \quad \text{et} \quad \text{GdB}(\omega_0) = 20 \log |H(\omega_0)| = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx -3$$

$$\text{et} \quad \phi(\omega_0) = \arg \left(\frac{1}{1+j} \right) = \arg(1) - \arg(1+j) = -\arctan(1) = \frac{-\pi}{4}$$

on cherche donc la pulsation (ici la fréquence) à laquelle $\text{GdB} = -3 \text{ dB}$ et pour laquelle le déphasage vaut 45°
(les deux méthodes doivent donner le même résultat)



$f_0 = 8000 \text{ Hz}$ donc

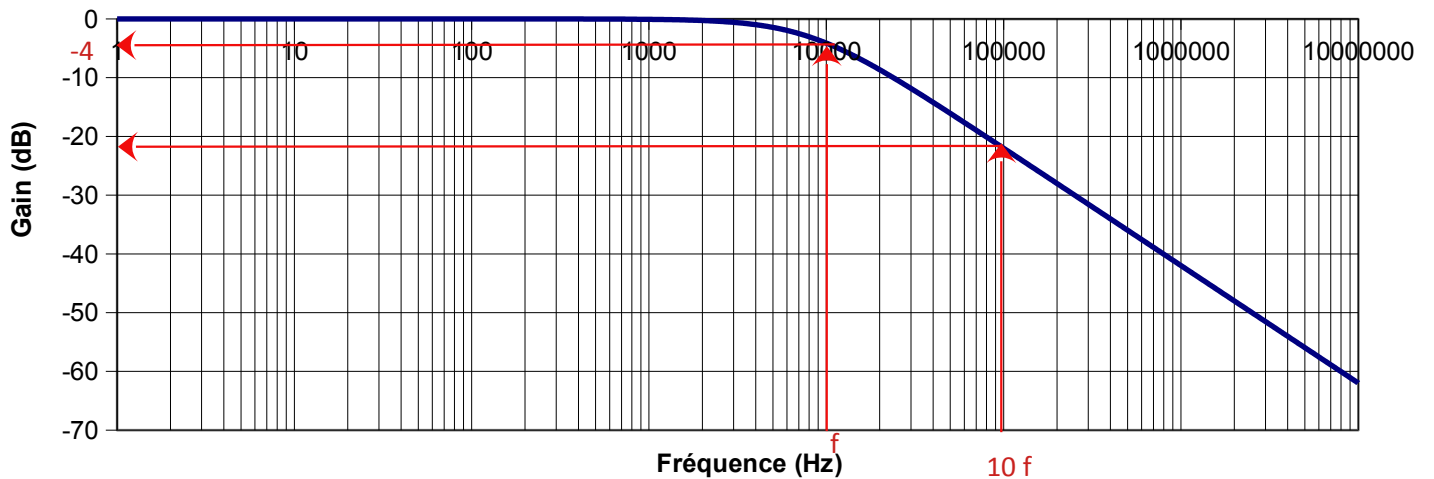
$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 5,010^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

4)

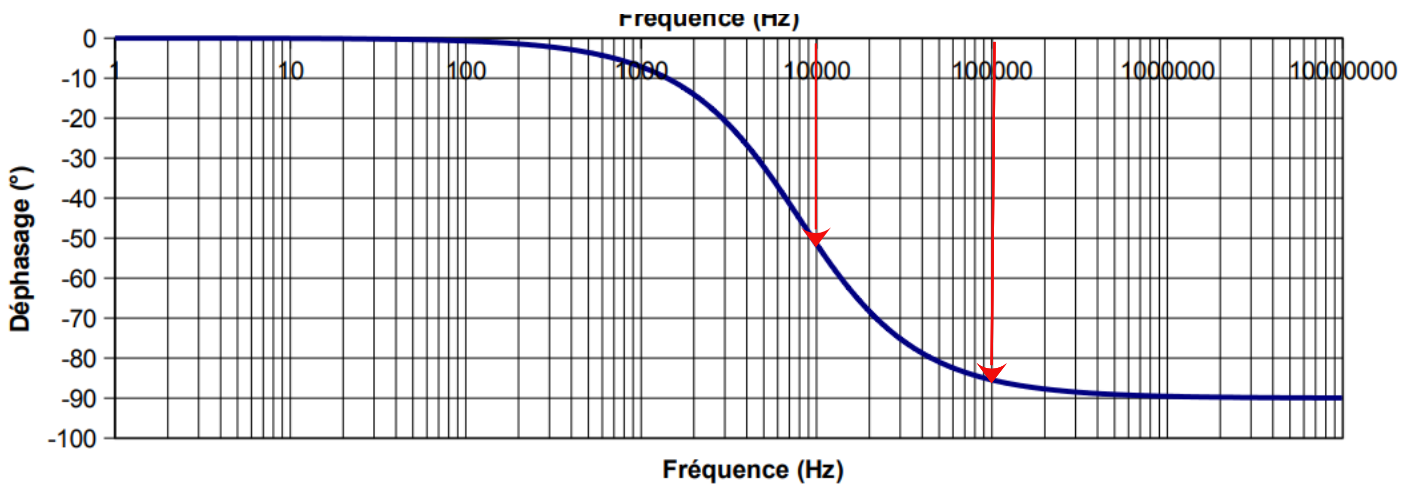
$$s(t) = |H(f)| 2 \cos(ft + \arg(H(f))) + |H(10f)| 0,5 \cos(10ft + \arg(H(10f)))$$

Par lecture graphique : $20 \log(|H(f)|) = -4 \Rightarrow |H(f)| = 10^{\frac{-4}{20}} = 0,64$

$$20 \log(|H(10f)|) = -22 \Rightarrow |H(10f)| = 10^{\frac{-22}{20}} = 0,08$$



enfin pour la phase



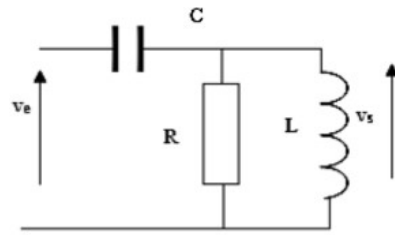
on trouve $\arg(H(10f)) = -85^\circ$ et $\arg(H(f)) = -50^\circ$

finalement
$$s(t) = 1,24 \cos\left(2\pi f t - 50 \frac{\pi}{180}\right) + 0,04 \cos\left(2\pi 10 f t - 85 \frac{\pi}{180}\right)$$

Exercice 5 : Filtre passe-haut du deuxième ordre

1

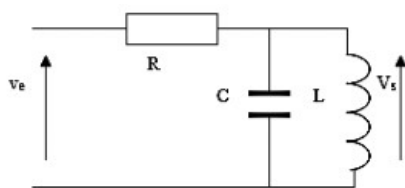
Il faut qu'à basse fréquence la tension de sortie soit nulle, ainsi le dipôle équivalent en sortie doit être un fil à basse fréquence → c'est à dire **une bobine**



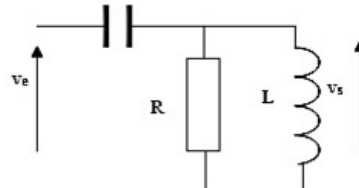
2 Donner la forme de la fonction de transfert d'un filtre passe-haut du deuxième ordre.

$$H = \frac{-x^2}{1 - x^2 + j \frac{x}{Q}}$$

Exercice 7: Filtres RLC



Montage ①



Montage ②

1)

-Pour le **montage 1**: en H.F ou en B.F la sortie est au borne d'un fil donc $v_s = 0 \rightarrow$ **passe-bande**

-Pour le **montage 2**: en B.F bobine = fil qui court-circuite la résistance (et $i=0$ à cause de C) donc $v_s = 0$
 en H.F $v_s = v_e \rightarrow$ **filtre passe haut**

2)

on utilise une impédance équivalente et un pont diviseur de tension

montage 1:

$$Z_{eq} = \frac{jL\omega \times \frac{1}{jC\omega}}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2} \text{ donc } \underline{H_1} = \frac{jL\omega}{\frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2} + R} \Rightarrow \underline{H_1} = \frac{jL\omega}{jL\omega + (1 - LC\omega^2)R}$$

on divise par R $\underline{H_1} = \frac{\frac{jL\omega}{R}}{\frac{jL\omega}{R} + 1 - LC\omega^2}$ par identification $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Et par identification $\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{L}{R} \omega \Rightarrow \frac{1}{\omega_0 Q} = \frac{L}{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{LC}}{Q} = \frac{L}{R} \Rightarrow Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}$

montage 2 :

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{jL\omega \times R}{jL\omega + R} = \frac{jL\omega}{1 + \frac{jL}{R}\omega} \text{ donc } \underline{H}_2 = \frac{\frac{jL\omega}{1 + \frac{jL}{R}\omega}}{\frac{jL\omega}{1 + \frac{jL}{R}\omega} + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jL\omega}{(1 + j\frac{L}{R}\omega)(jL\omega + \frac{1}{jC\omega})} \text{ on multiplie par } jC\omega$$

$$\underline{H}_2 = \frac{-LC\omega^2}{-LC\omega^2 + 1 + j\frac{L}{R}\omega} \text{ on a aussi } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

pulsation de gain maximum (résonance) :

Montage 1 : le gain est maximum pour $x=1$ car le dénominateur est minimum donc la résonance a toujours lieu à

$$\omega_r = \omega_0$$

Montage 2 :

$$\underline{H} = \frac{-x^2}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}} \text{ donc } |\underline{H}| = \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{1}{x^2})^2 + \frac{1}{x^2 Q^2}}} \text{ posons } X = \frac{1}{x^2} > 0$$

alors $|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{(1-X)^2 + \frac{X}{Q^2}}}$ Existe-t-il une valeur de X_r , non nulle tel que $|\underline{H}(X_r)|$ soit maximale ?

On étudie le sens de variation de $f(X) = (1-X)^2 + \frac{X}{Q^2}$

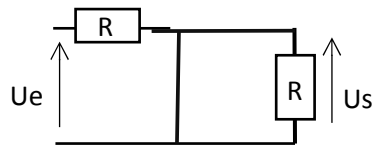
on cherche le max donc $f'(X_r) = 0 \Rightarrow -2(1-X_r) + \frac{1}{Q^2} = 0$ donc $X_r = 1 - \frac{1}{2Q^2}$

or $X_r > 0$ donc il faut $Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ pour qu'il y ait résonance et la pulsation de résonance est alors :

$$\omega_r = \omega_0 \frac{1}{\sqrt{X_r}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$$

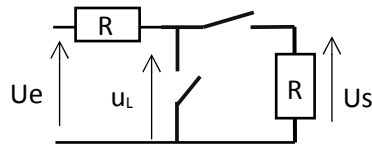
Exercice9 : filtre inconnu

1) En B.F :



la résistance de sortie est court-circuitée donc $U_s = 0$

En H.F :

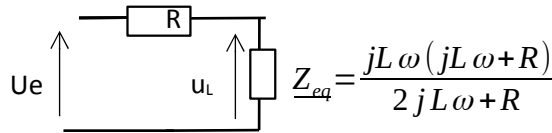


la résistance de sortie est parcourue par une intensité nulle donc $U_s = R i = 0$

c'est un passe bande

2)

$u_s = \frac{R}{jL\omega + R} u_L$ ensuite impédance équivalente



$u_L = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R} u_e \Rightarrow \frac{jL\omega + R}{R} u_s = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R} u_e$

$u_s = \frac{R}{jL\omega + R} \times \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R} u_e \Leftrightarrow u_s = \frac{\frac{jLR\omega}{2jL\omega + R}}{\frac{jL\omega(jL\omega + R)}{2jL\omega + R} + R} u_e \Rightarrow \frac{u_s}{u_e} = \frac{jLR\omega}{jL\omega(jL\omega + R) + R^2 + 2jLR\omega}$

On divise au numérateur et au dénominateur par R^2 $H = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{j\frac{L}{R}\omega(j\frac{L}{R}\omega + 1) + 1 + 2j\frac{L}{R}\omega} = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{(j\frac{L}{R}\omega)^2 + 1 + 3j\frac{L}{R}\omega}$

on divise par $j\frac{L}{R}\omega$: $H = \frac{1}{3 + j(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{\frac{L}{R}\omega})}$ on pose $\omega_0 = \frac{L}{R}$ $H = \frac{1}{3 + j(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$

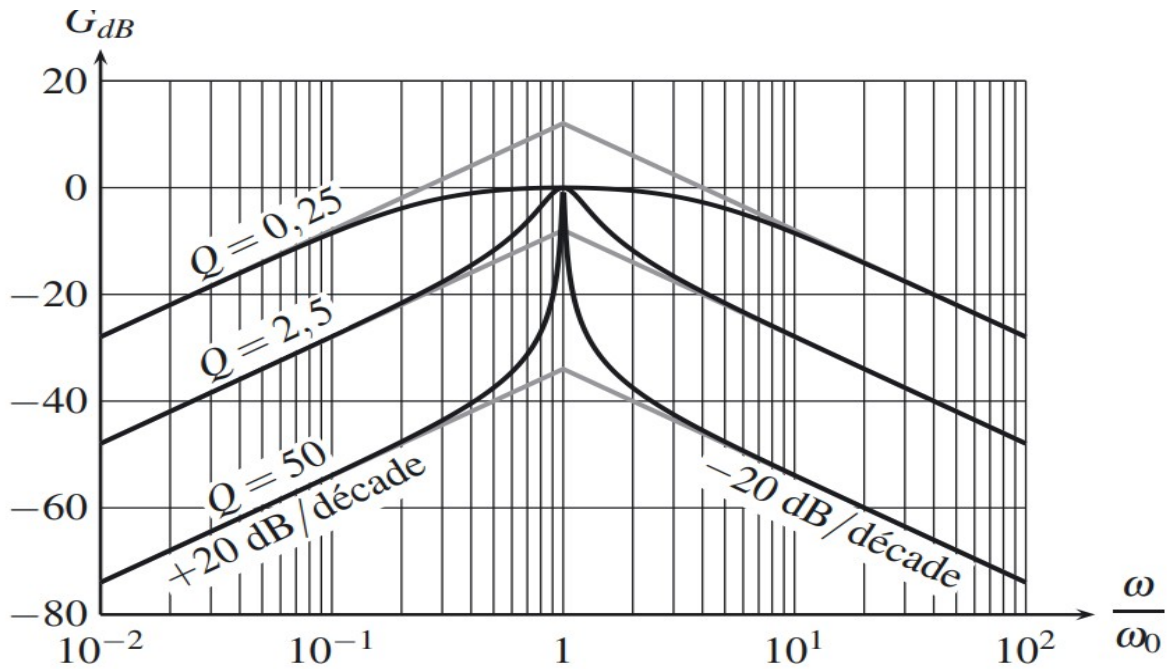
on met sous forme canonique $H = \frac{\frac{1}{3}}{1 + j\frac{1}{3}(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$ on a $H_0 = \frac{1}{3}$ et $Q = \frac{1}{3}$

3) Il y a résonance si le module de la fonction de transfert passe par un maximum

$|H| = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}}$ on pose $X = \frac{\omega}{\omega_0}$ $|H|(x) = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}(x - \frac{1}{x})^2}}$ on cherche si le dénominateur

comme $(x - \frac{1}{x})^2 \geq 0$ le dénominateur passe par un minimum si $(x - \frac{1}{x})^2 = 0$ ainsi il y a toujours résonance et elle a lieu pour $x = 1 \Rightarrow \omega = \omega_0$

4).

Gain en décibelJustification des asymptotes

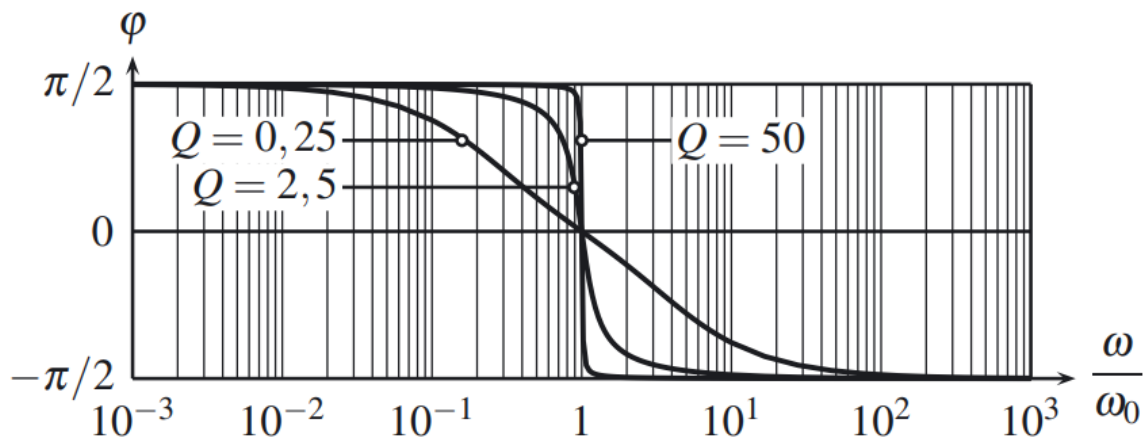
$$\text{en BF } \underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})} \approx \frac{H_0}{\frac{jQ}{x}} \Rightarrow G_{dB}(x) = 20 \log\left(H_0 \frac{x}{Q}\right) = 20 \log\left(\frac{H_0}{Q}\right) + 20 \log(x)$$

(la courbe réelle du gain en décibels tends asymptotiquement vers une droite de pente $+20 \text{ dB/décade}$ à BF)

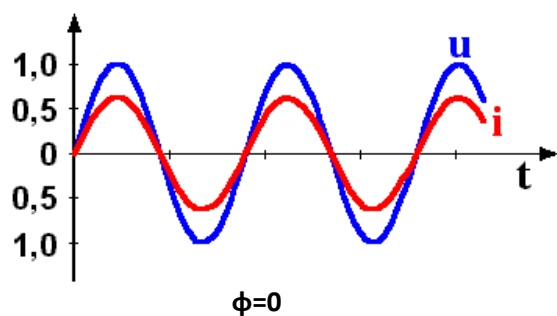
$$\text{en HF } \underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})} \approx \frac{H_0}{jQx} \Rightarrow G_{dB}(x) = 20 \log\left(\frac{H_0}{Qx}\right) = 20 \log\left(\frac{H_0}{Q}\right) - 20 \log(x)$$

(la courbe réelle tends asymptotiquement vers une droite de pente -20 dB/décade à HF)

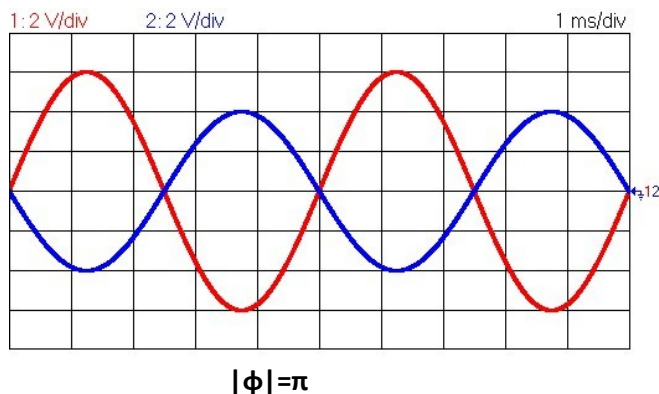
Allure de la courbe de phase pour différents facteurs de qualité



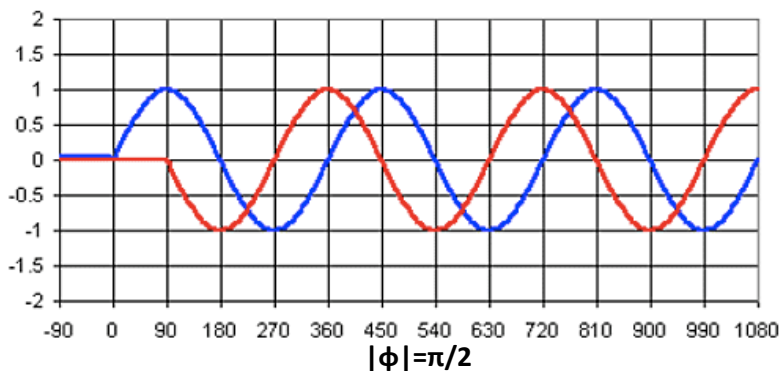
Exercice 10



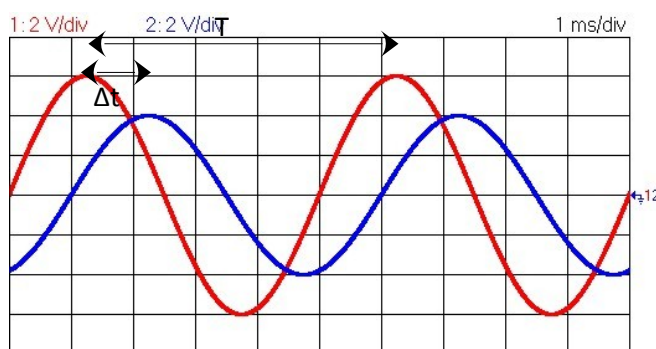
Les signaux sont en phase



Les signaux sont en opposition de phase



Les signaux sont en quadrature de phase et le signal rouge est en avance sur le bleu



$$|\Phi| = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 2\pi \frac{(1 \text{ ms})}{5 \text{ ms}} = 2\pi \frac{1}{5}$$

2)

1 Commençons par étudier la tension v_1 .

- ▷ Elle est symétrique par rapport à l'axe des temps donc $\langle v_1 \rangle = 0,0 \text{ V}$.
- ▷ Sa valeur maximale vaut environ 1,3 V, donc v_1 a pour amplitude 1,3 V.
- ▷ La courbe coupe l'axe des temps dans le sens montant pour $t = -4,1 \text{ ms}$, puis $-1,1 \text{ ms}$, puis $1,9 \text{ ms}$, ... On en déduit que le **période de la tension v_1 vaut $T_1 = 3,0 \text{ ms}$** . Évidemment, on peut aussi regarder la position de minima, des maxima, etc.
- ▷ Par conséquent, sa **fréquence vaut $f_1 = 1/T_1 = 3,3 \cdot 10^2 \text{ Hz}$** .

Procédons de même pour la tension v_2 .

- ▷ La tension v_2 est comprise entre $-0,6 \text{ V}$ et 1 V . Comme elle est harmonique, sa moyenne s'en déduit directement et vaut $\langle v_2 \rangle = 0,2 \text{ V}$.
- ▷ À partir de la lecture de la valeur maximale 1,0 V (ou minimale!), on en déduit que l'**amplitude vaut 0,8 V**.
- ▷ La période et la fréquence valent à nouveau **$T_2 = 3,0 \text{ ms}$ et $f_2 = 3,3 \cdot 10^2 \text{ Hz}$**

Les deux tensions ont la même fréquence, **elles sont donc synchrones par définition.**

Une difficulté dans les questions de ce type est de donner aux valeurs numériques une précision raisonnable : ici il n'est pas possible de faire mieux que 0,1 ms et 0,1 V. Par conséquent, certaines valeurs n'ont qu'un seul chiffre significatif alors que d'autres en ont deux. Il ne faut pas pour autant oublier les « ,0 » lorsque c'est pertinent.

En outre, vous ne devez surtout pas oublier de donner des unités correctes à toutes les valeurs !

2 La tension v_2 atteint son maximum avant v_1 : **v_2 est en avance de phase sur v_1** . Pour mesurer le décalage temporel Δt , le plus simple est de regarder les instants où les courbes atteignent deux maxima les plus proches, par exemple en 2,6 ms pour v_1 et 1,6 ms pour v_2 . Ainsi,

$$\boxed{\Delta t_{21} = -1,0 \text{ ms}} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta \varphi_{21} = +2\pi f |\Delta t_{21}| = \frac{2\pi}{3}}$$

Un autre point de repère, a priori un peu plus précis, consiste à repérer les instants où les tensions atteignent leur valeur moyenne avec une pente de même signe. Attention, c'est le passage par la valeur moyenne qui importe, pas celui par l'axe des temps. Pour éviter cet écueil, les méthodes utilisant les maxima est plus fiable.

Attention au signe tant du décalage temporel que du déphasage. On étudie v_2 par rapport à v_1 et c'est v_2 qui passe par son maximum le premier, le décalage temporel est négatif mais le déphasage est positif. On peut voir ici l'intérêt de retenir la relation avec des valeurs absolues mais de contrôler le signe à la main par lecture du chronogramme !

3 La dépendance en temps des deux tensions est de la forme $\cos(2\pi f t + \varphi_i)$, avec $i = 1$ ou 2 . On cherche ici les deux phases φ_i . Pour cela, l'idée est de se ramener à une mesure sur le chronogramme qui s'apparente à une mesure de déphasage par rapport à une tension de référence fictive, qu'on notera 0. Le déphasage de la tension i par rapport à la tension 0 vaut

$$\Delta \varphi_{i0} = \varphi_i - \varphi_0$$

et il est égal à φ_i si $\varphi_0 = 0$. Cette tension de référence est donc du type $A_0 \cos(\omega t)$. Le point de repère à considérer pour définir correctement le décalage temporel est le maximum de cette fonction, qui se trouve en $t = 0$. Pour connaître les phases initiales, il suffit donc de lire sur le chronogramme l'instant le plus proche de $t = 0$ où les tensions atteignent leurs valeurs maximales. On lit respectivement $t_1 = -0,4$ ms et $t_2 = -1,4$ ms. Ainsi,

$$\begin{cases} \varphi_1 = -2\pi f(t_1 - 0) = 0,7 \text{ rad} \\ \varphi_2 = -2\pi f(t_2 - 0) = 2,9 \text{ rad} \end{cases}$$

Là encore, les signes peuvent être contrôlés à la main : les deux tensions atteignent leur plus proche maximum avant $t = 0$, et sont donc en avance de phase par rapport à la tension fictive de référence.