

PROGRAMME DE COLLES N° 13

Semaine du 06/01/2025 au 10/01/2025

👉 *Révisions de la 2^e période, systèmes linéaires, généralités sur les suites.* 👈

Format de la colle :

- Automatismes de calcul (env. 10 min) : quelques items simples parmi les thèmes de la liste (actualisée chaque semaine) en page 2.
- Restitution du cours (env. 15 min) : définition et/ou théorème des chapitres au programme, puis démonstrations, exemples ou exercices exigibles listés plus bas.
- Exercice(s) libre(s) (env 30 min).

— Chapitres de la 2^e période —

On posera au moins un énoncé de cours ou un petit exercice parmi

- Calculs algébriques
- Applications
- Généralités sur les fonctions, fonctions usuelles
- Primitives et intégrales

— Chapitre 10 : systèmes linéaires —

1 Généralités

- 1.1 Équations linéaires, exemples géométriques
- 1.2 Système linéaire, solution, compatibilité . . .
- 1.3 Matrices d'un système linéaire
- 1.4 Opérations élémentaires sur les lignes

2 Résolution pratique d'un système linéaire

- 2.1 Cas particuliers des systèmes diagonaux et triangulaires
- 2.2 Cas général des systèmes échelonnés
- 2.3 Algorithmes du pivot

— Chapitre 11 : généralités sur les suites numériques —

1 Généralités et vocabulaire sur les suites

- 1.1 Modes de définition : explicite, implicite, par récurrence
- 1.2 Représentation graphique d'une suite réelle
- 1.3 Opérations
- 1.4 Variations des suites réelles : cas des suites $u_{n+1} = f(u_n)$
- 1.5 Suites bornées

2 Exemples de suites récurrentes

- 2.1 Suites stationnaires
- 2.2 Suites périodiques
- 2.3 Suites arithmétiques
- 2.4 Suites géométriques
- 2.5 Suites arithmético-géométriques
- 2.6 Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

Démonstrations, exemples ou exercices exigibles comme questions de cours

- Chapitre 11. Variations des suites $u_{n+1} = f(u_n)$ dans les cas f croissante et f décroissante.
- Chapitre 11. Preuve/méthode pour les suites arithmético-géométriques.
- Un système linéaire à 3 ou 4 inconnues et une équation différentielle au choix du colleur.

Automatismes de calcul

On donne quelques exemples de capacité attendue pour chaque thème.

[Le cahier de calcul](#) fournit également une excellente source d'entraînement/inspiration.

- **Logique, raisonnement**

Exemples : montrer que $x^2 + y^2 \geq 2xy$ pour tous $x, y \in \mathbb{R}$, savoir écrire en langage symbolique qu'une suite est majorée, qu'une fonction est 2π -périodique et savoir nier ces assertions.

- **Trigonométrie.**

Exemples : formule $\cos(2a)$, résolution de $\sin a = \sin b$, $\cos(2x + 1) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos x = \sin x$.

- **Inégalités : résoudre/prouver des inégalités simples**

Exemples : résoudre $x|x| \leq 3x + 2$, montrer que $|\sin(nx)| \leq n|\sin x|$ pour tous $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$, encadrer rapidement $x \mapsto \frac{\cos x + 2}{x^2 + 4}$ sur $[0; 1]$.

- **Calcul élémentaire de nombres complexes** (module, argument, linéarisation, angle moitié, racines carrées, n -ièmes).

Exemples : calculer la forme exponentielle de $\sqrt{3} - 3i$, les racines carrées de $3 - 4i$, linéarisation de $\cos^3 x$, résolution de $z^n = 1$ dans \mathbb{C} .

- **Calcul algébrique** (fractions, simplification d'expressions, sommes et produits usuels, coefficients binomiaux, formule du binôme, etc).

Exemples : donner la formule pour $\sum_{k=1}^n q^k$, calculer $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k$, écrire $\prod_{k=1}^n \frac{2k}{2k+1}$ avec des factorielles.

- **Définition, dérivée ou primitive d'une fonction usuelle.**

Exemples : définir Arctan , simplifier $\text{Arccos}(\cos(7))$, théorème de dérivation de $g \circ f$, dérivée de $x \mapsto f(-x)$, donner une primitive de $x \mapsto \frac{x}{2x+1}$, de $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$, de $x \mapsto \frac{x^2+x}{x^2+1}$, ensemble de définition, de dérivabilité et dérivée de $x \mapsto \text{Arccos}\left(\frac{x}{x+1}\right)$.

- **Techniques élémentaires de calcul intégral, IPP ou changement de variable simple.**

Exemples : $\int^x \cos t e^{2t} dt$, $\int_0^1 te^t dt$, $\int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$ en posant $t = \sin x$.

- **Équations différentielles.**

Exemple : résoudre $xy' + y = x$ sur \mathbb{R}_+^* .

- **Suites récurrentes d'ordre 1 et 2.**

Exemples : expression de la suite vérifiant $u_{n+1} = 2u_n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $u_0 = 1$, expression de la suite vérifiant $v_{n+2} = v_{n+1} + v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $v_0 = v_1 = 1$.