CHAPITRE 12 : Filtres actifs comportant un ALI

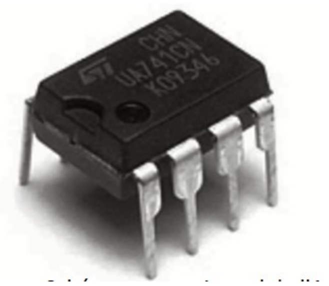
ALI idéal (parfait de gain infini) en régime linéaire	Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de stabilité du régime linéaire. Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur,intégrateur Déterminer les impédances d'entrée de ces montages.

Rapports du jury

- Les conséquences [du régime linéaire] sur la valeur de $\varepsilon = V_+ - V_-$ ne sont pas toujours connues ; et les hypothèses associées à l'ALI idéal pas toujours maîtrisées.
- Cette année, un nombre important d'étudiants n'ont pas su reconnaître ou justifier dans quel régime se situait un ALI, ni les conséquences que cela engendrait sur l'étude du circuit.
- **Les candidats qui obtiennent la totalité des points sont ceux qui définissent les grandeurs électriques utilisées – souvent sur un schéma du montage – et rappellent les propriétés de l'ALI avant de mettre en place une loi des mailles et une loi des nœuds.**

I Présentation

Un amplificateur linéaire intégré (ALI), également appelé amplificateur opérationnel (AO) ; est un composant électronique comportant huit bornes (« pattes »), dont cinq sont toujours utilisés



Deux de ces bornes sont reliées à une source d'alimentation continue externe ($\pm V_{cc}$ souvent $\pm 15\,V$) qui n'est pas représentée sur le schéma conventionnel

I.1) Schéma conventionnel

Celui-ci fait apparaître uniquement les trois bornes qui seront reliées au reste du circuit :

- l'entrée (ou borne) non inverseuse, notée + (notée e+ en TP)

- l'entrée (ou borne) inverseuse notée - (notée e- en TP)

- la sortie

- la tension différentielle d'entrée est $\epsilon = v_+ - v_-$

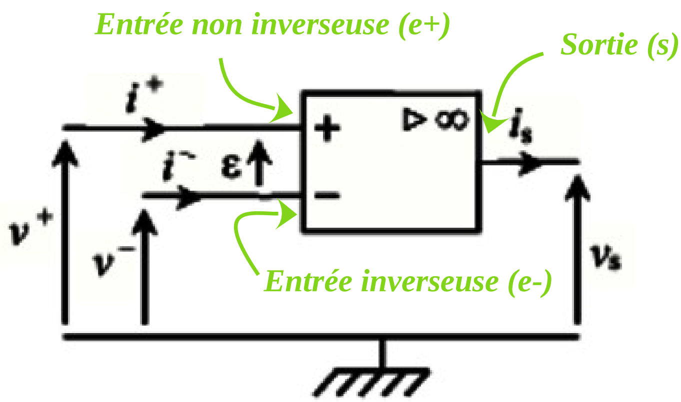


Schéma conventionnel de l'ALI

- **V_+ et V_-** sont respectivement **les potentiels** aux bornes non inverseuse et inverseuse
- **i_+ et i_-** sont les intensités au niveau des bornes d'entrées (aussi appelés courants de polarisation)
- **Vs** est le potentiel de la sortie et i_s l'intensité débitée
- on note **en minuscule ou en majuscule** :
  - v_+ la tension entre l'entrée non inverseuse et la masse
  - v- la tension entre l'entrée inverseuse et la masse
  - v_s la tension entre la sortie et la masse

I.2) Utilisations

→ Réalisation de **filtres actifs**, notamment pour filtrer les fréquences indésirables dans les signaux audio ou de communication ou pour réaliser des filtres intégrateur ou dérivateur

Exemple : on peut s'en servir pour déterminer déterminer la vitesse d'un objet à partir du signal d'un accéléromètre

accéléromètre → Signal électrique e(t) proportionnelle à l'accélération a(t) → Montage intégrateur Comportant un ALI → Signal électrique s(t) proportionnelle à la vitesse v (t)

→ Réalisation **d'un comparateur.** Par exemple le limitateur de vitesse :
si le signal électrique s(t) proportionnelle à la vitesse dépasse une valeur seuil (qui dépend de la vitesse limite imposée) on allume un voyant lumineux. Ce principe est aussi utilisé dans les circuits de détection, les alarmes, les circuits de contrôle, etc.
→ Réalisation d'un **asservissements** (voir cours de SII) exemple : régulateur de vitesse, thermostat, etc...

→ Réalisation de **circuits de conditionnement de signaux des capteurs**. Ils amplifient les signaux faibles des capteurs, les adaptent à d'autres circuits et les rendent plus facilement exploitables.

I.3) Modèle de l'ALI linéaire du première ordre

Valeur de la tension de sortie selon la tension différentielle d'entrée en régime statique (ou stationnaire) :

Lorsque l'amplificateur est **en régime linéaire :**

- $v_s = \mu_0 \, \epsilon$ et $|v_s| < V_{sat}$ Avec $\varepsilon = v_+ - v_-$

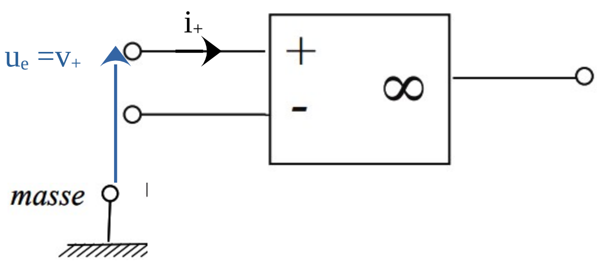
Lorsque l'ALI est **en régime saturé** :

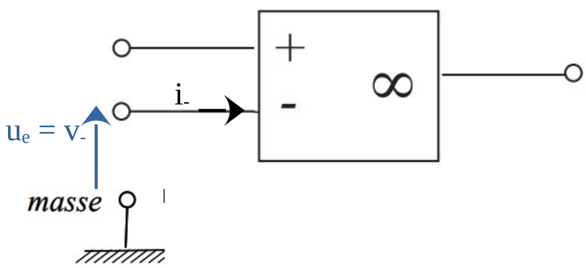
- **$v_s = + V_{sat}$ et $\epsilon > 0$ (soit v+>v-)**
- ou bien **$v_s = - V_{sat}$ et $\epsilon < 0$ (soit v+<v-)**

Résistances d'entrée et de sortie de l'ALI parfait

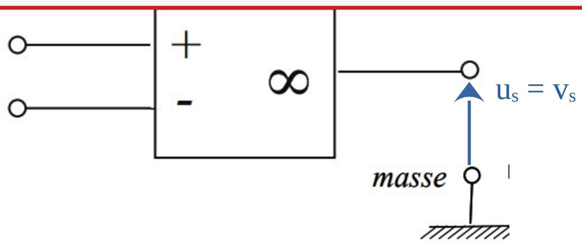
Qu'on prenne pour tension d'entrée u_e la tension aux bornes de l'entrée inverseuse ou non-inverseuse , On remarque (voir fiche technique) que la résistance d'entrée des bornes + et -est très grande ;

On fait donc la modélisation $R_e \to \infty$





Conséquence Pour un ALI semi-idéal $R_e \to \infty$ et $i_+ = i_- = 0$



On fait aussi l'approximation : $R_s = 0$ **Ce qui implique que v_s ne dépend pas de i_s**

I.4) Modélisation très idéale de l'ALI (modèle parfait)

On fera toujours cette approximation cette année

En fonctionnement linéaire on a alors forcement :

$\epsilon = 0$ soit $v_+ - v_- = 0$

soit $\boxed{v_+ = v_-}$ ❤ ***Ce n'est pas le cas en régime saturé !***

(Dès que v_+ est différent de v-, on est forcement en régime saturé car $|\mu_0 \epsilon| > V_{sat}$)

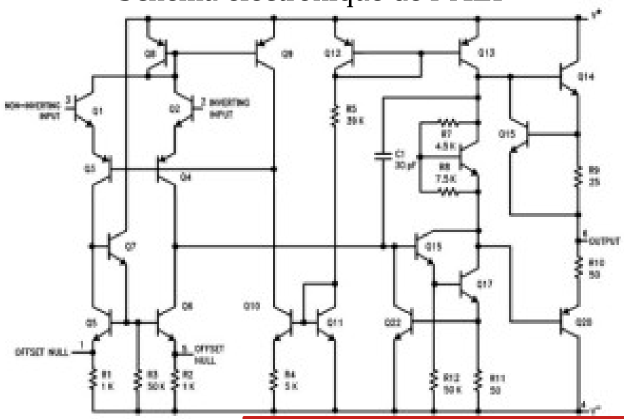
Les hypothèses du modèle semi-idéal *sont aussi valides pour le modèle parfait*:

- Résistance d'entrée infinie → courants de polarisation nuls $\boxed{i_+ = i_- = 0}$
- une résistance de sortie nulle $R_s = 0$ → i_s indépendante de v_s

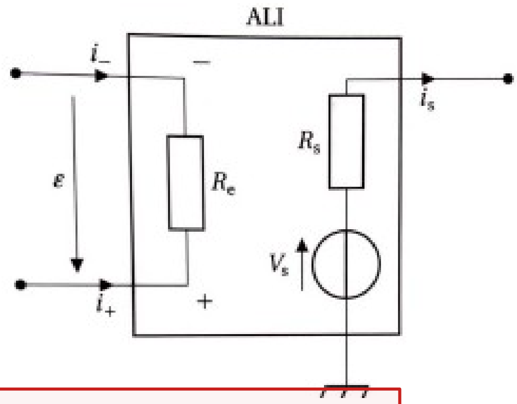
Rmq : Attention !! un ALI peut être idéal mais fonctionner en régime de saturation !

Rmq
L'ALI a été initialement conçu pour effectuer des opérations mathématiques dans les calculateurs analogiques : addition, soustraction, intégration, dérivation etc. C'est pourquoi ce composant porte aussi le nom d'amplificateur opérationnel (abrégé AO ou ampli op).

Schéma électronique de l'ALI



Modélisation simplifiée



ALI Idéal :
→ $i_+ = 0$ et $i_- = 0$ car $R_e = \infty$
→ R_s nulle car i_s ne dépend pas de ce qu'on branche derrière l'ALI
→ En régime linéaire : $V_+ = V_-$

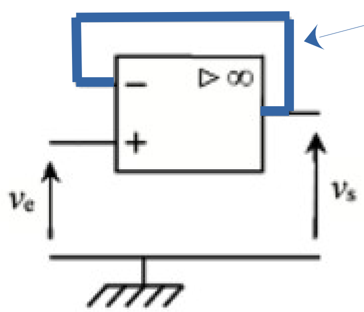
I.5) Condition nécessaire de stabilité (ALI stable = ALI en régime linéaire)

On admet les résultats suivants valable pour tous les circuits à ALI

Les entrées ± de l'ALI ne sont pas permutables.
Pour que l'ALI fonctionne en régime linéaire, il faut impérativement une connexion entre la sortie et l'entrée inverseuse (-). Ceci constitue une action stabilisante appelée rétroaction négative (ou contre-réaction)

Rmq : C'est une condition nécessaire mais pas suffisante
Corollaire** : l'ALI fonctionne **forcement** en **régime saturé** s'il **n'y a pas de rétroaction négative.

Voir interro de cours



Ceci est une contre réaction sur la borne -
On peut rajouter n'importe quel composant sur le fil bleu (résistor, bobine, condensateur, il y aura toujours contre réaction sur la borne -)

II Exemples de montages à ALI en fonctionnement linéaire

II.1) Méthode pour déterminer la relation entrée sortie d'un montage avec ALI idéal

- Nommer les intensité et tensions utiles, en n'oubliant pas que dans le modèle de l'ALI idéal, les intensités i_+ et i_- dans les entrées + et – sont nulles

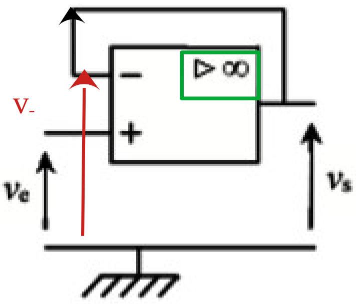
- Vérifier qu'il y a contre réaction , ce qui implique le fonctionnement linéaire **probable** de l'amplificateur (si v_s< V_{sat}).

Dans ce cas pour un gain infini on a $\epsilon=0$ soit $v_+ = v_-$ (égalité des potentiels des deux entrée et donc des tensions par rapport à la masse commune)

- Écrire les loi habituelles (loi des mailles, des nœuds , d'Ohm , relation tenions courant pour C et L) avec les grandeurs réelles en régime quelconque ou avec des grandeurs complexes si on travail en régime sinusoïdal

- Éliminer toute les grandeurs sauf les tensions d'entrée et de sortie

II.2) Montage suiveur de tension



a) Détermination de la relation-entrée sortie *(à savoir refaire)*

- Comme il y a contre réaction sur la borne négative, on peut supposer que le fonctionnement de l'ALI est linéaire (si v_s< V_{sat})

-Comme l'ALI est idéal/parfait on a $i_+ = i_- = 0$

-Comme l'ALI est supposé parfait (de gain infini), et qu'on suppose le fonctionnement linéaire, on a $\epsilon=0$ **soit** $v_+ = v_-$

comme $v_- = v_s$ et que $v_+ = v_e$

on a $\boxed{v_s = v_e}$

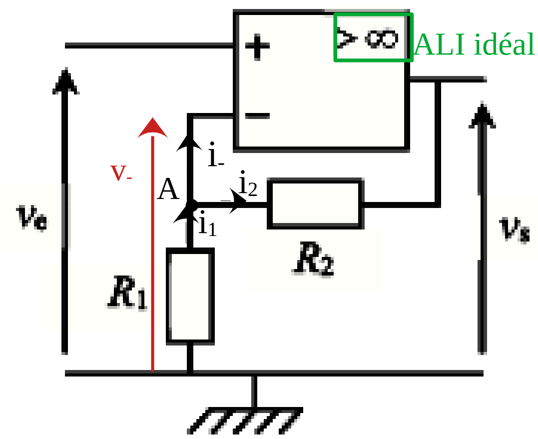
Un suiveur de tension idéal permet de recopier une tension sans prélever de courant en amont.

$V_s = V_e$ avec $i_e = i_+ = 0$

intérêt ? Voir TD ex 7

II.3) Amplificateur non-inverseur

a) Détermination de la relation-entrée sortie *(à savoir refaire)*



Comme l'ALI est idéal→ i_- =0 , on a d'après la loi des nœuds en A : $i_1 = i_2$

On en déduit que **R_1 et R_2 sont en série**

On en déduit qu'on peut appliquer **la formule du pont diviseur de tension dans la branche soumise à la tension v_s** :

$$v_- = v_A = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s$$

→ **Comme il y a contre réaction sur la borne négative, on peut supposer que le fonctionnement de l'ALI est linéaire** (si v_s< V_{sat})

Comme l'ALI est supposé parfait (de gain infini), le fonctionnement linéaire impose

$v_+ = v_-$

ainsi

$$v_+ = v_- \Leftrightarrow v_e = v_A \Leftrightarrow v_e = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s \Leftrightarrow \boxed{\frac{v_s}{v_e} = \frac{(R_1+R_2)}{R_1} \Leftrightarrow v_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_e}$$

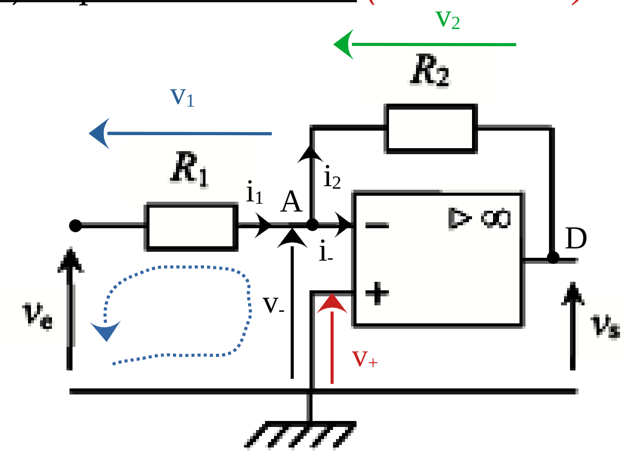
b) Généralisation à d'autres dipôles linéaires en régime sinusoïdal

Si on remplace R_1 et R_2 par des dipôles quelconques d'impédances complexes $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ la relation entre les tensions complexes $\underline{v_s}$ et $\underline{v_e}$ sera :

$$\frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}=\frac{(\underline{Z_1}+\underline{Z_2})}{\underline{Z_1}} \Rightarrow \underline{v_s}=\left(1+\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}}\right)\underline{v_e}$$

On retourne ensuite dans le domaine réel pour trouver le lien entre $v_s(t)$ et $v_e(t)$

II.4) Amplificateur inverseur *(à savoir refaire)*

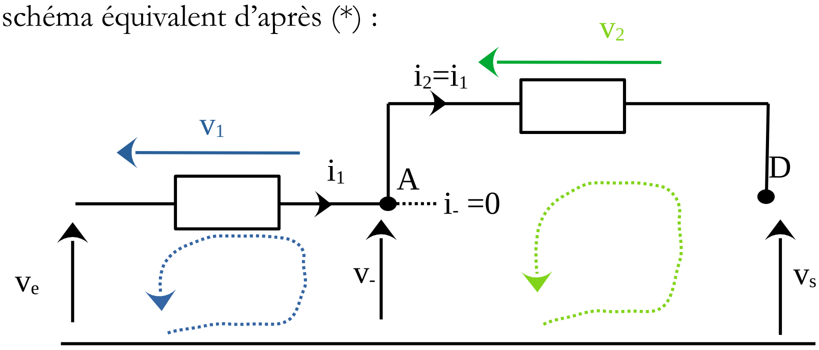


ALI idéal → $i_- = 0$ donc R_1 et R_2 sont en série et d'après la loi des nœuds en A : $i_1 = i_2$ (*)

- Comme il y a contre réaction sur la borne négative, on peut supposer que le fonctionnement de l'ALI est linéaire (si $v_s < V_{sat}$)

Attention ! On ne peut pas utiliser le pont diviseur de tension ici

schéma équivalent d'après (*) :



Les flèches de tensions ne sont pas des fils !

- Comme l'ALI est supposé parfait (de gain infini), le fonctionnement linéaire impose $\epsilon=0$ soit $\mathbf{v_+ = v_-}$
- Comme la borne non inverseuse est directement reliée à la masse, $\mathbf{v_+ = 0}$, on en déduit $\mathbf{v_- = 0}$

- Comme v_e et v_- sont mesurées par rapport à la masse, on a (loi des mailles bleue) : $\mathbf{v_e = v_1 + v_-}$
comme $v_- = 0$ on en déduit $\mathbf{v_e = v_1}$ **(1)**

- De même on peut appliquer la loi des mailles dans la maille verte : $\mathbf{v_- = v_2 + v_s}$
Comme $\mathbf{v_- = 0}$ on en déduit $\mathbf{v_s = - v_2}$ **(2)**

On rappel qu'on veut trouver une relation entre v_e et v_s ce qui revient à trouver une relation entre v_1 et v_2 d'après les relations (1) et (2) . Or on sait que R_1 et R_2 sont traversées par la même intensité du courant (relation (*))

v_2

On va donc exprimée cette égalité ($\mathbf{i_1 = i_2}$) en terme des tensions v_1 et v_2 grâce à la loi d'Ohm
On utilise la loi d'Ohm pour les résistances (ici en convention récepteur) :

$\mathbf{v_1 = R_1\, i_1}$ **donc** $i_1=\frac{v_1}{R_1}$

et $\mathbf{v_2 = R_2\, i_2}$ donc $i_2=\frac{v_2}{R_2}$

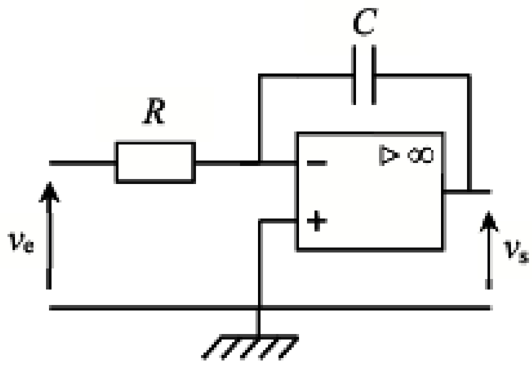
Comme $i_1 = i_2$ on a $\frac{v_1}{R_1}=\frac{v_2}{R_2}$ **enfin en utilisant les égalités (1) et (2) :** $\frac{v_1}{R_1}=\frac{v_2}{R_2} \Rightarrow \frac{v_e}{R_1}=\frac{-v_s}{R_2} \Rightarrow \boxed{\frac{v_s}{v_e}=\frac{-R_2}{R_1}}$

Généralisation à d'autres dipôles linéaires

Si on remplace R_1 et R_2 par des dipôles quelconques d'impédances complexes Z_1 et Z_2 la relation entre les tensions complexes $\underline{v_s}$ et $\underline{v_e}$ sera :

$$\frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}=\frac{-\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}}\Rightarrow\underline{v_s}=\frac{-\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}}\underline{v_e}$$

II.5) Intégrateur *(à savoir refaire)*



Relation entrée sortie pour les tensions complexes

$$\frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}=\frac{-\underline{Z_C}}{\underline{Z_R}}=\frac{-\frac{1}{jC\omega}}{R}=\frac{-1}{j\omega RC}$$

Pourquoi intégrateur ?

Rappel Au signal réel $x(t)=X_0\cos(\omega t+\phi)$. on associe le signal complexe $\underline{x}(t)$:

$$\underline{x}(t)=X_0e^{j(\omega t+\phi)}$$

ou encore $\underline{x}(t)=\underline{x_0}e^{j\omega t}$ **avec** $\underline{x_0}=X_0e^{j\phi}$

On peut montrer que $\int\underline{x}(t)dt=\frac{\underline{x}(t)}{j\omega}$

Dans le cas du circuit étudié la sortie complexe est reliée à l'entrée par la relation :

$$\underline{v_s}=\frac{-1}{j\omega RC}\underline{v_e}\Rightarrow\underline{v_s}=\frac{-1}{RC}\times\frac{\underline{v_e}}{j\omega}\Rightarrow\underline{v_s}(t)=\frac{-1}{RC}\int\underline{v_e}(t)dt$$

et en repassant dans le domaine réel : $v_s(t)=\frac{-1}{RC}\int v_e(t)dt$

Le montage permet de fournir un signal en sortie v_S qui est l'intégrale par rapport au temps du signal d'entrée $v_e(t)$ multiplié par un gain $\frac{-1}{RC}$

d'où le nom d'intégrateur

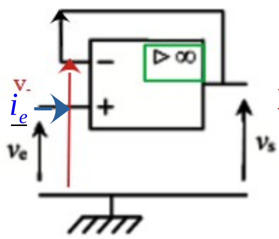
Rmq : à cause du moins, il a aussi un comportement inverseur

II.6) Impédance d'entrée des montages

méthode : le schéma indique toujours $\underline{v_e}$ (qui n'est pas forcement v+ ou v-)
on place sur le schéma $\underline{i_e}$ qui est l'intensité sur le fil « au bout de la flèche de tension de v_e » (pas forcement i_+ ou i_-)

on détermine l'impédance d'entrée qui est par définition : $\underline{Z_e}=\frac{\underline{v_e}}{\underline{i_e}}$

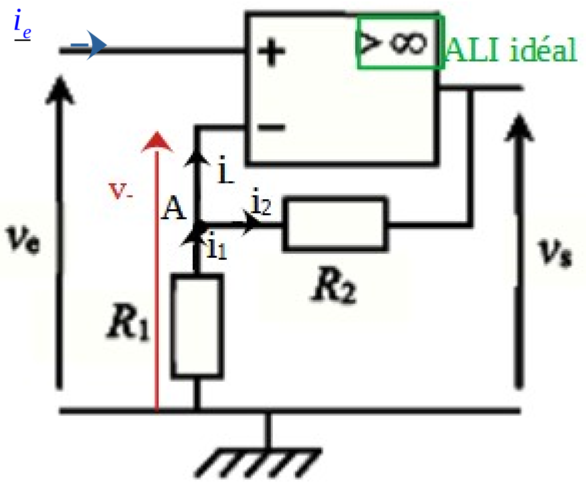
cas du suiveur



ici $\underline{i_e}=\underline{i_+}$ Or $\underline{i_+}=0$ car l'ALI est donc $\underline{Z_e}=\frac{\underline{v_e}}{\underline{i_e}}$ **tend vers l'infini :**

L'impédance d'entrée du montage suiveur est infinie (c'est l'intérêt du montage)

cas du montage non inverseur

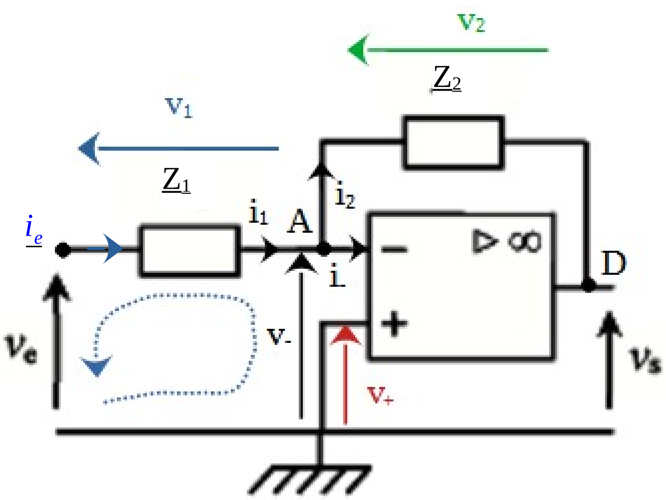


ici aussi $\underline{i_e} = \underline{i_+}$

or $\underline{i_+}$ =0 car l'ALI est idéal donc $\underline{Z_e} = \frac{\underline{v_e}}{\underline{i_e}}$ tend vers l'infini :

L'impédance d'entrée du montage non inverseur est infinie

Cas du montage inverseur



ici on n'a pas $i_e = i_+$!

loi des mailles bleue : $v_e = v_1 + v_-$ or $v_+ = v_-$ et $v_+ = v_-$
donc $v_e = v_1$

et la relation tension courant avec les impédances complexes donne : $\underline{v_1} = Z_1\, \underline{i_e}$

$$\underline{Z_e} = \frac{\underline{v_e}}{\underline{i_e}} = \underline{Z_1}$$