TD13- PROPAGATION D'UN SIGNAL

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

1 Définir un signal.

2 Quelles sont les grandeurs physiques correspondant à :
a. un signal acoustique ? b. un signal électrique ? c. un signal électromagnétique ?

3 Donner le domaine de fréquences :
a. des ondes sonores b. des ultrasons c. des infrasons
d. des ondes électromagnétique visibles

4 Donner un encadrement sous forme d'ordres de grandeur des fréquences :
a. des infrarouges b. des ultraviolets c. des micro-ondes d. des ondes radio
e. des rayons X f. des rayons gamma

5 Montrer que l'on peut écrire un signal s(x, t) se propageant selon les x croissants sous la forme f(x-ct).

6 Montrer que l'on peut écrire un signal s(x, t) se propageant selon les x décroissants sous la forme g(x+ct).

7 Montrer que l'on peut écrire un signal s(x, t) se propageant selon les x croissants sous la forme $f(t-\frac{x}{c})$.

8 Montrer que l'on peut écrire un signal s(x, t) se propageant selon les x décroissants sous la forme $g(t+\frac{x}{c})$.

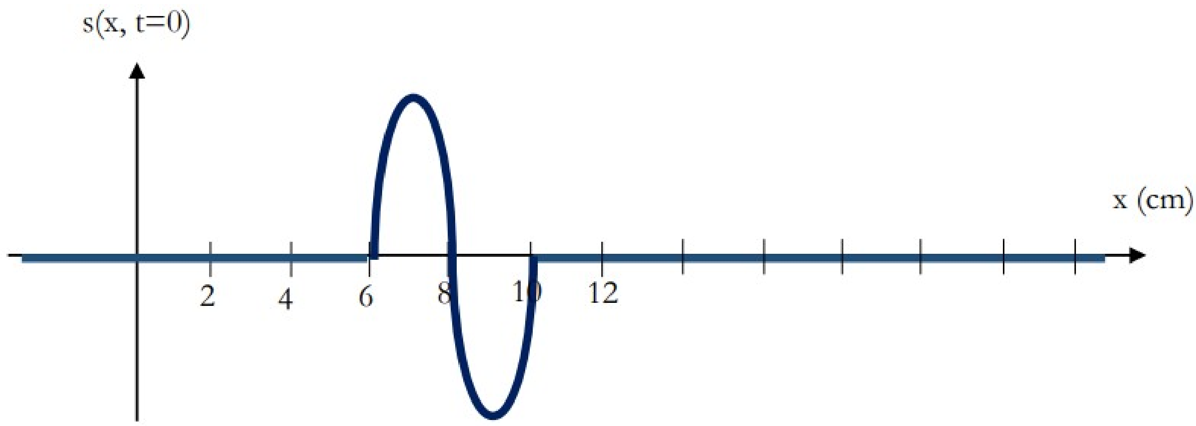
9 Soit une onde progressive sinusoïdale se propageant à la vitesse c selon les x croissants telle que :

$$s(x,t) = A_0\cos(\omega(t\frac{-x}{c}) + \varphi_0)$$ avec ω la pulsation de l'onde et A_0 son amplitude.

a. Etablir l'expression de la période spatiale de l'onde. On introduira le vecteur d'onde que l'on définira.
b. Etablir l'expression de la période temporelle de l'onde.
c. Etablir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité de l'onde.
d. A quelle condition (à établir) les vibrations en deux points d'abscisse x_1 et x_2 sont-ils en phase ?
e. A quelle condition (à établir) les vibrations en deux points d'abscisse x_1 et x_2 sont-ils en opposition de phase ?

Exercice 2 : Prévoir l'évolution temporelle d'une onde à une abscisse donnée 💣 ★ ★

On considère l'onde s(x, t=0) représentée ci-dessous, se propageant dans le sens des x croissants à la célérité $c=2cm.s^{-1}$. Tracer l'évolution de l'onde au point d'abscisse x_0 en fonction du temps $s(x_0, t)$ pour $x_0=12cm$.



Exercice 3: Effet Doppler 💣 💣 ★ ★ ★

Un émetteur E émet une onde sonore se propageant à la vitesse c. L' émetteur se déplace à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$, et la position initiale de l'émetteur est OE = l_0. Un récepteur est fixe en O.

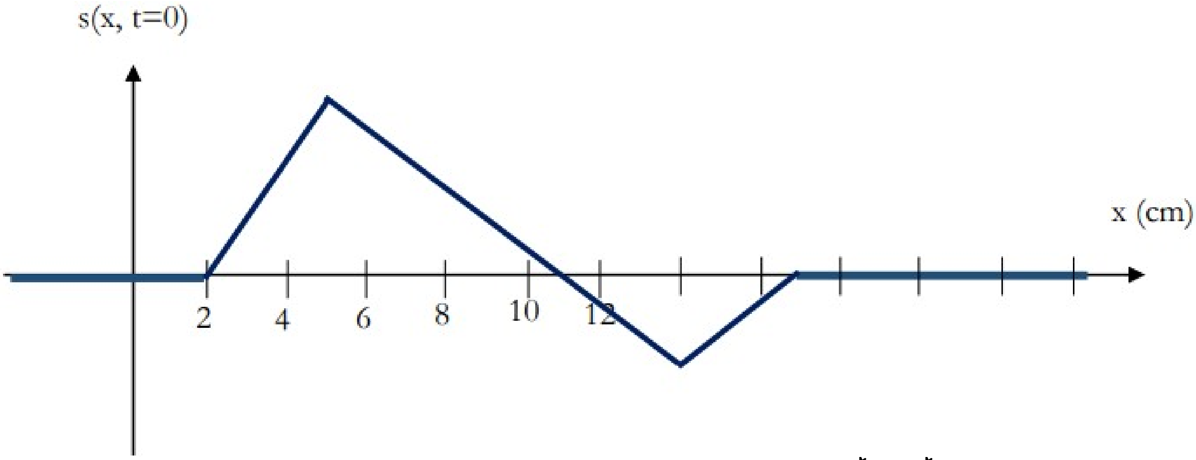
1. En imaginant que l'émetteur émet un bip tous les T (en commençant à t=0), trouver les dates de réception des différents bips par le récepteur

. 2. Montrer que le récepteur reçoit les bips tous les T', et exprimer T' en fonction de T, v_0 et c. Ce résultat constitue l'effet Doppler.

3. Comment ceci peut-il permettre de mesurer la vitesse v_0 ?

Exercice 4 : Prévoir l'évolution temporelle d'une onde à une abscisse donnée (bis)

On considère l'onde s(x, t=0) représentée ci-dessous, se propageant dans le sens des x croissants à la célérité c=3cm.s^{-1}. Tracer l'évolution de l'onde au point d'abscisse x_0 en fonction du temps s(x_0, t) pour x_0=8cm.



Exercice 5 : Evolution temporelle d'une onde progressive sinusoïdale ★ ★

Soit le signal s(x, t)=Acos(ωt-kx), où ω, k et A sont des constantes. L'onde se propage à la célérité c.

1 Donner le nom des constantes A, ω, et k.
2 Dans quel sens se propage l'onde ?
3 Exprimer k en fonction de c et ω.
4 Donner l'expression de la période temporelle de l'onde.
5 Tracer, sur le même graphe en différentes couleurs, l'allure de l'onde aux instants t=0, t=T/8, t=T/4, t=T/2.
6 Que dire de l'allure de l'onde à t=T ?

Exercice 6 : Relation entre fréquence et longueur d'onde ★

1 Calculer la longueur d'onde de l'onde électromagnétique qui existe dans un four à micro-ondes sachant que sa fréquence est f=2,45GHz et que la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air est c=3,00x10^{8}m.s^{-1}.
2 La vitesse du son dans l'air dépend de la température T selon la relation :

$$c=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Où γ = 1,40 SI ; R=8,314J.K^{-1}.mol^{-1} et M = 29,0g.mol^{-1} (masse molaire de l'air).

a. Quelle est la dimension de γ ?

b. Calculer la fréquence d'un son de longueur d'onde λ=78cm lorsque la température vaut T_1=290K puis T_2=300K.

c. Le changement de hauteur du son de la question 2.b. dû au changement de température est-il de plus d'un demi-ton ?

Un demi-ton correspond à une variation relative de fréquence égale à $2^{1/12}$-1.

Exercice 7 : Onde sinusoïdale progressive ★ ★

Une onde sinusoïdale de fréquence ν et d'amplitude A se propage le long d'une corde tendue parallèle à (Ox), avec une célérité c dans le sens des x décroissants. On donne les valeurs numériques suivantes :

ν = 6Hz c=24m.s^{-1} A=3mm

1 Ecrire l'expression du déplacement y(x, t) d'un point de la corde sachant que y(0,0) = 0. On montrera qu'il existe 2 solutions.
2 On choisit la solution telle que le point d'abscisse +0,5m ait un déplacement positif à t=0.
   a. Dessiner l'aspect de la corde à t=0.
   b. Quelles sont les abscisses (en mètres) des points de la corde de déplacement nul à t=0 ?
3 Dessiner sur la même figure qu'au 2.a. la forme de la corde au temps t=0,02s. Quelles sont les abscisses des points de la corde de déplacement nul au temps t=0,02s ?
4 Dessiner ce qu'enregistre une caméra placée en face du point d'abscisse x=0 au cours du temps.
5 Même question que 4. pour le point d'abscisse +1m.
6 Donner l'expression de la vitesse v(x, t) d'un point de la corde. Calculer la valeur numérique de la vitesse maximum.

Exercice 8 : Position et date d'un séisme ★ ★ ★

Un séisme produit deux types d'ondes sismiques : les ondes P, longitudinales, qui se propagent avec la célérité c_P et les ondes S, transversales, qui se propagent avec la célérité $c_S<c_P$.

1 Lors d'un séisme, on commence à détecter les premières à l'instant de date t_P et les secondes à l'instant de date t_S. Montrer qu'on peut en déduire, connaissant c_P et c_S, la distance Δ entre le foyer du séisme et l'appareil ainsi que la date t_0 du début du séisme.

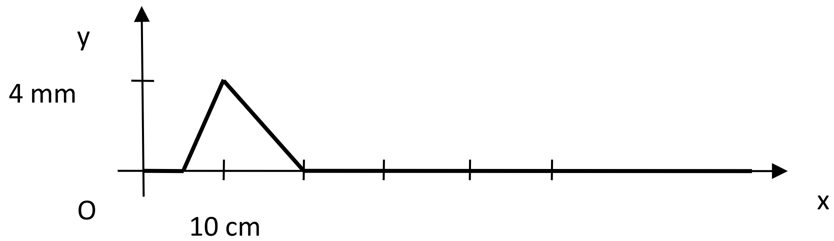
2 Pour un séisme, on mesure les distances Δ_1 Δ_2 et Δ_3 entre le foyer du séisme et trois stations de mesures. Sans faire de calcul, montrer que cette information permet de localiser le foyer du séisme. Quel système fonctionne sur le même principe ?

Exercice 9* : type DS ★ ★ ★

On considère une corde de longueur L (L = 1,0 m), repérée par ses extrémités A et B (B étant fixé dans toute la suite du problème). Lorsque le point A est au repos, il est confondu avec l'origine O du repère. Chaque point de la corde est repéré par son abscisse x et son élongation verticale y dans le repère orthonormé (O,x,y,z).

On écarte la corde de sa position d'équilibre en A, et on la lâche à t=0. On observe alors l'allure de la corde au cours du temps. Celle-ci est le lieu de propagation d'une onde, à la célérité $c = 10\ m.s^{-1}$, le long de la direction Ox dans le sens des x croissants. On supposera que cette propagation se fait **sans atténuation**.

La figure suivante représente le profil de la corde, à $t_1 = 10$ ms.



1. Représenter sur votre copie, l'une au-dessus de l'autre et en respectant une échelle de 1 cm pour 10 cm de corde, les allures de la corde aux temps t=0, t=10 ms, t=20 ms et t=40 ms. Justifier les tracés.

On montrera que y(x,t) peut se mettre sous la forme $y(x,t) = y(x-ct+\beta, t_1)$, où β est une constante que l'on déterminera. Comment qualifie-t-on une telle onde ?

2. On s'intéresse maintenant à un point M de la corde, situé à la distance $x_M = 40$ cm de l'extrémité A, et on enregistre au moyen d'une webcam la hauteur de ce point M. Tracer l'allure de $y_M = y(x_M , t)$ en fonction du temps. Justifier l'allure.

Vérifier que $y(x_M, t)$ peut se mettre sous la forme $y(x,t) = y(x_A, t-x/c)$.

3. Un élève tient l'extrémité B de la corde. A quel moment va-t-il ressentir l'arrivée de la déformation ?

4. On utilise maintenant un vibreur situé au point A pour imposer à la corde un mouvement oscillatoire vertical, sinusoïdal de fréquence 100 Hz et d'amplitude $Y_m = 4$ mm. Un dispositif amortisseur placé à l'autre bout de la corde (en B) empêche la réflexion de l'onde issue de A.

a. A t=0, l'extrémité A de la corde passe par sa position d'équilibre O avec une vitesse verticale ascendante v_0. En déduire l'expression $y_A(t)$ de la déformation en A.

b. Montrer que la position verticale y(x,t) en tout point M peut s'écrire sous la forme $y_A(t - \alpha x)$. Que vaut α ?

c. Tracer $y_N(t) = y(x_N , t)$, où N est le point d'abscisse $x_N = 45$ cm, sur le même graphe que $y_A(t)$. Préciser le déphasage $\Delta\varphi$ entre les deux signaux.

d. Mettre y(x,t) sous forme d'une fonction sinusoïdale. En déduire l'expression de la pulsation spatiale k (aussi appelé vecteur d'onde). Quel est son nom ? Son unité ? Quelle est sa période spatiale ?

e. Représenter soigneusement la corde à t = 22,5 ms, en justifiant le tracé. Indiquer la période spatiale du signal sur la figure. Comparer à la valeur déterminée au d.