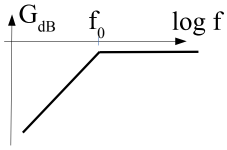
Problème : Filtrage

1. On souhaite éliminer le bruit afin de conserver, lors de l'écoute, une bonne qualité sonore. Quel type de filtre faut-il envisager ?

Il faut un passe-haut pour éliminer les basses fréquences.



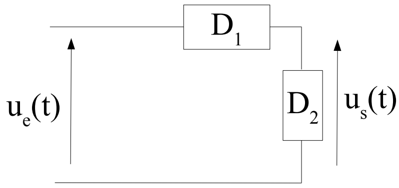
---

2. Quelle valeur choisir pour f_0 ?

500 Hz est un bon choix. Il y a ainsi une décade d'écart avec le bruit donc il est bien atténué, mais le signal audio tombe largement dans la partie passante du filtre.

---

3. On adopte pour le schéma du filtre la structure suivante :



Quels dipôles faut-il choisir pour D_1 et D_2 ?

D_1 : condensateur / D_2 : résistance
D_1 : résistance / D_2 : bobine

Faire des schémas équivalents BF et HF pour chacun des filtres proposés.

---

4. Quelle est la bonne forme canonique pour la fonction de transfert de ce filtre ?

En faisant ici encore des schémas BF et HF, on s'aperçoit que ce filtre est un passe-bande.

$\underline{H}(jx)=\dfrac{H_0 \cdot j\frac{x}{Q}}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$ **est seule forme canonique parmi celles proposées qui correspond à un passe-bande.**

---

5. Pour avoir une fréquence propre f_0 d'environ 3 kHz, on utilise une bobine de L = 10 mH. Quel condensateur choisir ?

$$C=1/4\pi^2 f_0^2 L=280\,nF$$

---

6. Quelle résistance faut-il alors choisir pour avoir un facteur de qualité Q = 10 ?

$$R=\frac{1}{Q}\sqrt{\frac{L}{C}}=19\,\Omega$$

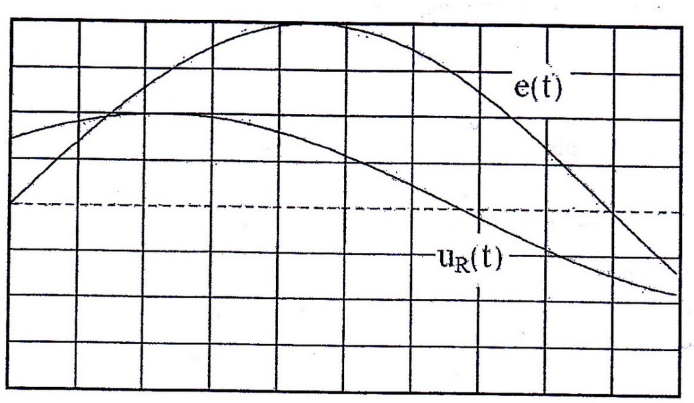
---

7. On considère que le bruit à 50 Hz est un signal sinusoïdal d'amplitude 2 V. Quelle est l'amplitude de ce bruit en sortie du filtre ?

À 50 Hz on lit G_{dB} = -50 dB donc $S=E\cdot 10^{\frac{G_{dB}}{20}}=6\,\text{mV}$

---

8. On envoie en entrée un signal sinusoïdal e(t) de fréquence f_1 et on observe à l'oscilloscope e(t) et $s(t) = u_R(t)$.



Quel est le déphasage de $u_R(t)$ par rapport à e(t) ?

+45° : positif car $u_R(t)$ est en avance sur e(t) et il y a un décalage de 2,25 carreaux pour une période de 18 carreaux donc déphasage en degrés :

$$\frac{360*2,25}{18}=45°$$

---

9. Que dire de la fréquence f_1 par rapport à f_0 ?

f_1 est légèrement inférieure à f_0
se lit sur le diagramme de Bode en phase pour un déphasage de 45°

---

10. Lorsque $f \gg f_0$, que peut on affirmer pour ce filtre ?

Son diagramme de Bode en gain présente une pente à -20 dB/dec
par lecture graphique

il se comporte en intégrateur

car si $G_{dB}=cte-20\log\omega$ **alors** $\underline{H}=\frac{cte_2}{j\omega}$ **ce qui correspond à une intégration.**

Problème : mesure de distance et de vitesse par radar

1. a) $\boxed{\lambda = c/f}$ AN: $\lambda = 0{,}100$ m

À l'intérieur d'une impulsion, période $T_{imp} = \frac{1}{f}$

Donc $N = \frac{\tau}{T_{imp}} \Rightarrow \boxed{N = \tau f}$ AN: $N = 3{,}0 . 10^3$

1. b) Il faut un temps t à l'impulsion pour parcourir la distance $2d$ à la vitesse c (⚠ aller-retour) :

$2d = ct \Rightarrow \boxed{d = \frac{ct}{2}}$

AN: $d_A = 450$ m ; $d_B = 12{,}0$ km ; $d_C = 13{,}5$ km

1.c) L'antenne ne peut pas détecter un signal tant qu'elle émet une impulsion. Il faut donc que la date de l'écho vérifie

$t > \tau \Rightarrow \frac{2d}{c} > \tau \Rightarrow \boxed{d > \frac{c\tau}{2} = d_{min}}$

AN: $d_{min} = 150$ m

2) $\boxed{\frac{\Delta f}{f} = \frac{f' - f}{f} = -\frac{v}{c}}$ AN. $\frac{\Delta f}{f} = -5.10^{-7} = -0{,}00005\ \%$

Il faut une mesure de fréquence très précise pour pouvoir en déduire v avec assez de chiffres significatifs : très difficile d'un point de vue technique.

3) - La première impulsion, émise à $t_0 = 0$, revient à $t = \frac{2d}{c}$

- La 2nde impulsion, émise à $t_0' = T$, parcourt une distance $2 \times (d + vT)$ et revient donc à

$t' = T + \frac{2(d + vT)}{c}$

On a donc un décalage temporel

$\boxed{\Delta t = t' - t = T\left(1 + \frac{2v}{c}\right)}$ AN: $\Delta t = 100\ \mu s$

Avec la précision des données, on ne peut pas distinguer Δt et T donc cette méthode n'est pas non plus exploitable car elle nécessite trop de précision.

4) Entre deux impulsions, la cible avance de vT. La $2^{ème}$ impulsion a donc une distance $2vT$ de plus à parcourir. Le déphasage du $2^{ème}$ écho par rapport au 1^{er} vaut donc

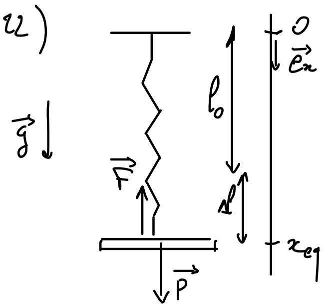
$$\varphi = k\,2vT \quad \text{avec } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ vecteur d'onde}$$

soit $$\boxed{\varphi = \frac{4\pi v T}{\lambda}}$$

avec $v = 150\ m.s^{-1}$ $\quad \varphi = 1,8$ rad ($\simeq 100°$)

→ tout à fait mesurable

Problème : le stabilisateur d'image (source CCINP)

Q22) 

Système étudié : {la plaque} Réf. terrestre supposé galiléen

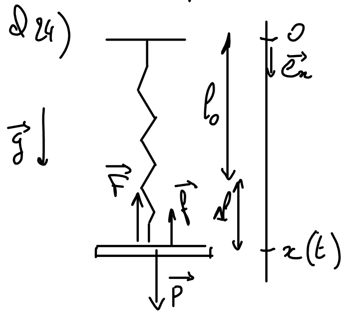
BDF : le poids $\vec{P} = m\vec{g} = + mg\,\vec{e_x}$

la force de rappel $\vec{F} = -k\Delta l\,\vec{e_x} = -k(x_{eq} - l_0)\,\vec{e_x}$

À l'équilibre $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$

$/Ox$: $mg - k(x_{eq} - l_0) = 0 \Rightarrow \boxed{x_{eq} = l_0 + \dfrac{mg}{k}}$

Q23) D'après l'énoncé, la boîte subit une accélération donc elle constitue un référentiel non galiléen.

Q24) 

Syst. étudié : {la plaque}. Réf. de la boîte non galiléen.

L'énoncé fournit $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} + \vec{F}_{ie} = m\ddot{x}\,\vec{e_x}$

$/Ox$: $mg - k(x - l_0) - \alpha\dot{x} - m\,a(t) = m\ddot{x}$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_0 + g - a(t)$$

$$= \frac{k}{m}x_{eq} - a(t)$$

de la forme $\ddot{x} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t)$

avec $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $Q = \dfrac{1}{\alpha}\sqrt{km}$, $\boxed{f(t) = \omega_0^2 x_{eq} - a(t)}$

Q25) a) En basse fréquence, $\omega \ll \omega_0$ donc $\omega^2 \ll \omega_0^2$ et $\left(\dfrac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2 \ll \omega_0^2$.

On a alors $\boxed{X_m \sim \dfrac{A_m}{\omega_0^2}}$: X_m est prop. à A_m, ce qui ne suffit pas pour conclure que $X(t)$ prop. à $a(t)$. Il faut aussi étudier leur déphasage.

L'éq. diff. se réécrit $\ddot{X} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dot{X} + \omega_0^2 X = -A_m\cos(\omega t)$ avec $X = x - x_{eq}$

passage en complexes : $\left(-\omega^2 + j\dfrac{\omega\omega_0}{Q} + \omega_0^2\right)X_m e^{j\phi}\cancel{e^{j\omega t}} = -A_m\cancel{e^{j\omega t}}$

En BF, on obtient $\omega_0^2 X_m e^{j\phi} \sim -A_m$

soit $X_m e^{j\phi} \sim \dfrac{-A_m}{\omega_0^2}$ qui est un réel négatif

donc $\boxed{\phi = \pm\pi}$

On a donc finalement en BF : $X(t) \sim \dfrac{A_m}{\omega_0^2}\cos(\omega t \pm \pi) = \dfrac{-A_m}{\omega_0^2}\cos(\omega t)$

$\Rightarrow \boxed{X(t) \sim \dfrac{-1}{\omega_0^2}\,a(t)}$ → proportionnalité

Q25) b) On en déduit directement $\boxed{X(t) = -\dfrac{m}{k}\,a(t)}$ en BF.

Q26) $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} \approx 10^3$ Hz ce qui est très supérieur aux fréquences du mouvement de la main (max 30 Hz).

La condition évoquée en Q25 est bien remplie : la relation de proportionnalité permet de mesurer $a(t)$ → c'est un accéléromètre.