

<b>Devoir surveillé n°4</b>
-----------------------------

Durée : 2 h

La calculatrice **n'est pas autorisée**.

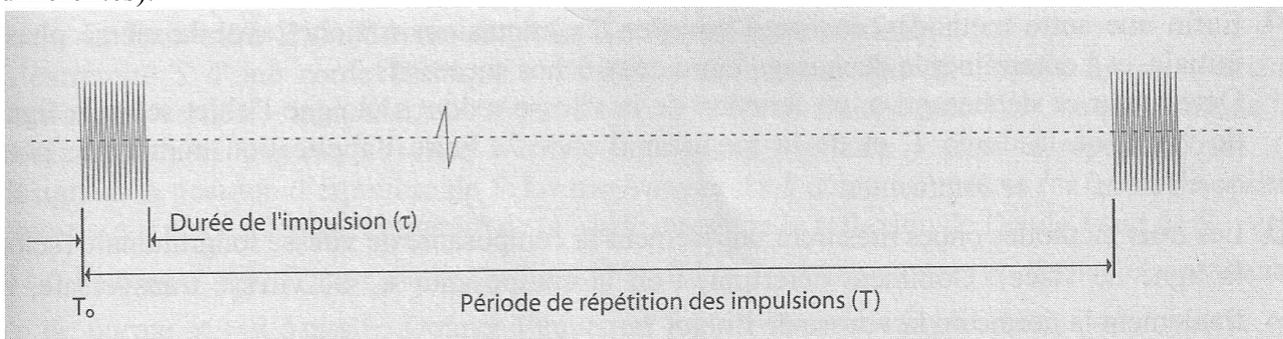
Le sujet comporte 7 pages et 3 problèmes indépendants. Un document réponse est à détacher et à rendre avec votre copie

Chaque problème représente environ un tiers du barème total.

<b>Problème 1 : Mesure de distance et de vitesse par radar</b>
--

Un radar est un appareil utilisant des ondes radio (ondes électromagnétiques de fréquences comprises entre 3 MHz et 110 GHz) pour détecter la présence d'objets mobiles, et pouvant également déterminer leur distance et leur vitesse. On présente ici le principe de ces deux mesures.

Le radar comporte une antenne qui émet, avec une période  $T$ , des impulsions, c'est-à-dire des signaux sinusoïdaux de durée limitée  $\tau$ . Deux de ces impulsions successives sont représentées sur le schéma ci-dessous (attention, il y a une rupture d'échelle due au fait que les durées sont très différentes).

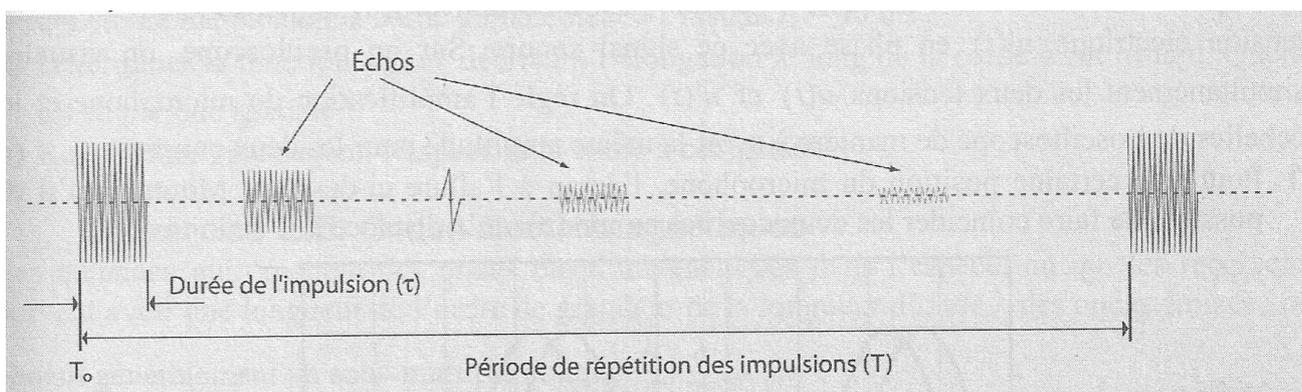


Ces impulsions sont envoyées dans toutes les directions de l'espace. Lorsque l'une d'elles rencontre un objet réfléchissant, elle est renvoyée vers l'antenne, qui devient réceptrice entre deux impulsions (mais elle ne peut pas détecter de signal reçu tant qu'elle émet une impulsion).

Cela fait alors apparaître un point lumineux sur un écran, indiquant la direction de la cible, et l'analyse du signal reçu permet d'effectuer les mesures souhaitées.

On prendra pour l'air la célérité  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

**1.** Un radar émet des impulsions sinusoïdales de fréquence  $f = 3,00 \text{ GHz}$  et de durée  $\tau = 1,0 \mu\text{s}$ , avec une période  $T = 100,0 \mu\text{s}$ . L'enregistrement ci-dessous montre deux impulsions émises par le radar, commençant aux instants  $t_0 = 0,0 \mu\text{s}$  et  $t_1 = 100,0 \mu\text{s}$ , et trois échos renvoyés par des objets, commençant aux instants  $t_A = 3,0 \mu\text{s}$ ,  $t_B = 80,0 \mu\text{s}$  et  $t_C = 90,0 \mu\text{s}$ .



a) Calculer la longueur d'onde  $\lambda$  des ondes émises pendant une impulsion, et le nombre  $N$  d'oscillations dans chaque impulsion.

b) Déterminer la distance à laquelle se trouvent les différents objets détectés.

c) Montrer qu'il existe une distance minimale en dessous de laquelle on ne peut pas détecter un objet, et calculer sa valeur numérique.

2. Pour déterminer la vitesse, une première possibilité consiste à utiliser l'effet Doppler : si par exemple l'objet s'éloigne du radar à une vitesse  $v$ , l'onde réfléchie aura une fréquence légèrement inférieure à  $f$  :  $f' = f \left(1 - \frac{v}{c}\right)$ .

Déterminer la variation relative  $\frac{\Delta f}{f}$  (en %) de fréquence pour un avion s'éloignant à la vitesse  $v = 150 \text{ m.s}^{-1}$ .

Que pensez-vous de la précision nécessaire pour mesurer  $f'$  ?

3. On peut également comparer des échos successifs reçus du même objet, en mesurant simplement le décalage temporel entre ces échos.

Calculer le décalage temporel entre les deux échos successifs reçus de l'avion ci-dessus, et commenter.

4. Enfin une autre méthode consiste à envoyer des impulsions toujours avec la même phase initiale, et à déterminer le déphasage entre deux échos successifs.

Exprimer en fonction des données la distance supplémentaire  $x$  que doit parcourir la 2ème impulsion par rapport à la 1ère.

En déduire le déphasage  $\varphi$  entre les 2 échos successifs en fonction de  $x$  et du vecteur d'onde  $k$ , puis en fonction de la vitesse  $v$  dont s'éloigne l'objet, de la durée  $T$ , et de la longueur d'onde  $\lambda$ .

Faire l'application numérique pour  $v = 150 \text{ m.s}^{-1}$  (prendre  $4\pi \approx 12$ ) et commenter.

## Problème 2 : Stabilisateur d'image

Merci de respecter la numérotation des questions de l'énoncé qui va de Q22 à Q26.

*Un des problèmes récurrents et que connaissent tous les photographes, professionnels ou amateurs, est le "bougé" qui se produit lorsqu'une photographie est prise alors que le photographe est en mouvement. Le résultat est une image floue. Une des possibilités pour éviter ce phénomène consiste à augmenter la vitesse (diminuer la durée d'exposition) ce qui n'est pas toujours possible.*

*Le premier système stabilisateur d'image a été inventé par Garrett Brown en 1972 et ne s'appliquait qu'aux caméras. Il était donc destiné aux professionnels du cinéma. À partir des années 2000, différents systèmes furent adaptés aux appareils photos.*

Cette partie s'intéresse au fonctionnement d'un appareil capable de mesurer les mouvements que le photographe communique (volontairement ou non) au boîtier de l'appareil photo lors d'une prise de vue.

On considère un oscillateur mécanique (**figure 3**) constitué d'un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$  dont l'extrémité supérieure est fixée sur la face supérieure horizontale d'une boîte. À l'extrémité inférieure du ressort est accrochée une plaque de masse  $m$ .

Ce système peut constituer un accéléromètre. Il pourra donc mesurer les accélérations de la boîte (qui modélise un appareil photo par exemple). On négligera d'éventuels mouvements autres que celui de translation verticale.

On supposera le référentiel terrestre galiléen et on note  $g$  la norme de l'accélération de la pesanteur.

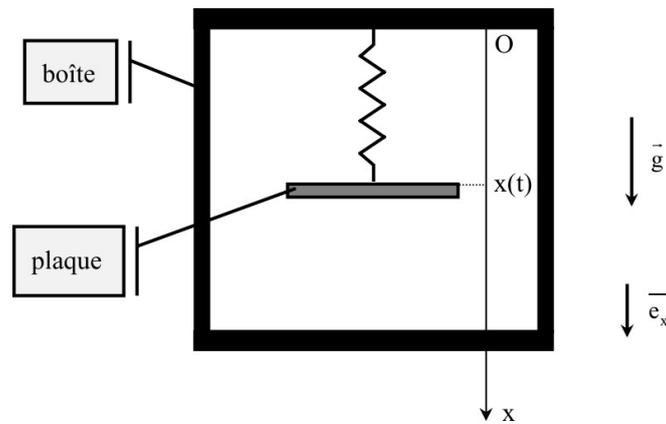


Figure 3 - Schéma simplifié d'un accéléromètre

**Q22.** En supposant que la boîte et la plaque sont immobiles, exprimer la longueur  $x_{eq}$  du ressort à la position d'équilibre dans ces conditions, en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $k$  et  $\ell_0$ .

Par la suite, on étudie le mouvement de la plaque par rapport à la boîte dans le cas où celle-ci est elle-même en mouvement par rapport au référentiel terrestre. On note  $\vec{a} = a(t)\vec{e}_x$  l'accélération de la boîte par rapport au sol (lié au référentiel terrestre).

On note alors  $x(t)$  la position instantanée de la plaque comptée par rapport à O, dans le référentiel lié à la boîte.

Au cours de son mouvement dans la boîte, la plaque est soumise également à des frottements visqueux, modélisables par une force  $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ , où  $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x$  est la vitesse de la plaque par rapport à la boîte et  $\alpha$  un coefficient strictement positif.

**Q23. a)** La boîte constitue-t-elle un référentiel galiléen ?

Dans ce référentiel, le PFD s'écrit  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} + \vec{F}_{ie} = m \frac{d^2x}{dt^2}\vec{e}_x$  avec  $\vec{F}_{ie} = -m a(t)\vec{e}_x$ .

**Q24.** Montrer que  $x(t)$  obéit à une équation différentielle du type  $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t)$  où  $f(t)$

est une fonction du temps avec  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,  $Q = \frac{1}{\alpha} \sqrt{k \cdot m}$  et  $f(t)$  à exprimer.

On considère que la boîte est soumise à une accélération sinusoïdale  $a(t) = A_m \cos(\omega t)$  d'amplitude

$A_m$ , de pulsation  $\omega$  et de fréquence  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . On admet avoir atteint le régime sinusoïdal forcé et

que le déplacement par rapport à la position d'équilibre est de la forme  $X(t) = x(t) - x_{eq} = \text{Re}\{X_m \exp(j(\omega t + \phi))\}$  avec  $j^2 = -1$ .  $X_m$  est un réel positif ou nul.

On montre alors que  $X_m$  vaut : 
$$\frac{A_m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 \omega}{Q}\right)^2}}$$

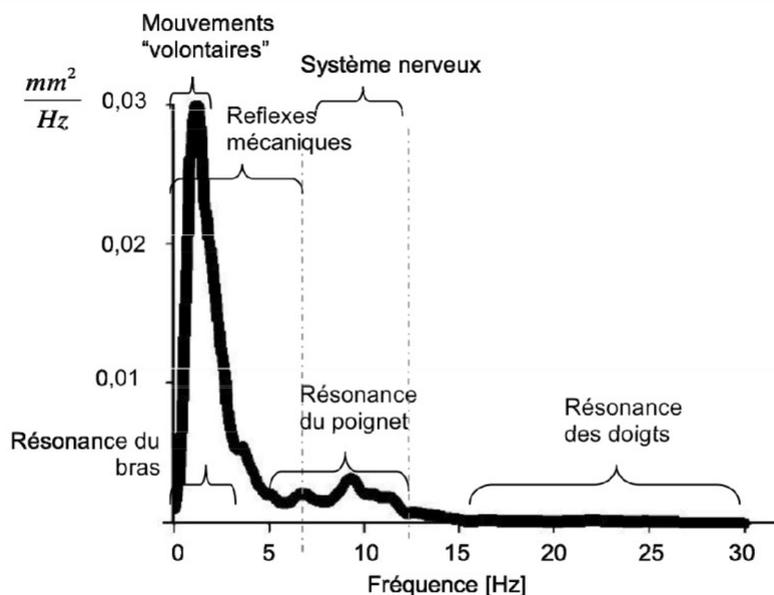
**Q25. a)** Montrer qu'il existe un domaine de fréquences pour lesquelles la réponse  $X(t)$  est proportionnelle à l'accélération  $a(t)$ .

**b)** Établir la relation entre  $X(t)$  et  $a(t)$  en fonction de  $k$  et  $m$  dans ce domaine de fréquences.

**Q26.** Le **document 8** est une synthèse de l'analyse spectrale du tremblement de la main (pour un être humain) ainsi que de ses origines. Il représente la répartition fréquentielle de l'amplitude des mouvements. L'unité de l'axe des ordonnées n'a pas d'importance pour la compréhension du graphique.

Pour un accéléromètre fonctionnant selon le principe décrit dans cette sous-partie **V.1**, on suppose que  $Q = 5$  et  $\omega_0 = 5 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . À l'aide de ces valeurs et du document, indiquer si la condition évoquée en **Q25** est remplie pour cet accéléromètre.

### Document 8 - Analyse spectrale du tremblement humain



Source : *Contribution à des architectures de stabilisation d'images basées sur la perception visuelle et la physiologie du tremblement humain*, Fabien Gavant (2012, Thèse de doctorat, Université de Grenoble)

### Problème 3 : Filtrage

Pour chaque question il y a 4 propositions. Il y a, selon les questions, une ou deux propositions à choisir.

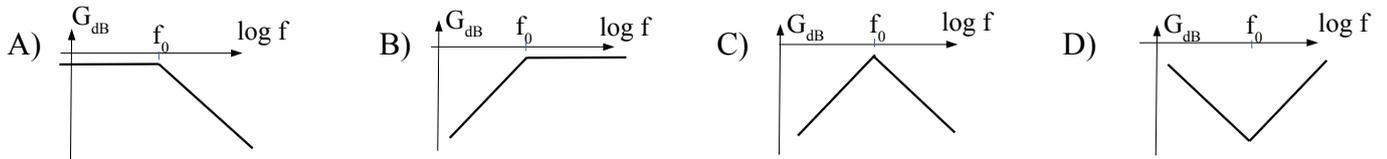
À titre indicatif : +1 pour une question juste / -1 pour une fausse / 0 pour une question non traitée  
Une note négative sur ce problème sera ramenée à 0.

Le document réponse en fin de copie est à rendre, aucune justification n'est demandée.

On étudie un signal  $u_e(t)$  composé :

- d'un signal issu d'une source audio dont les fréquences sont comprises entre 1 kHz et 5 kHz,
- d'un bruit à 50 Hz provenant de l'alimentation électrique.

**1.** On souhaite éliminer le bruit afin de conserver, lors de l'écoute, une bonne qualité sonore. Quel type de filtre faut-il envisager ?

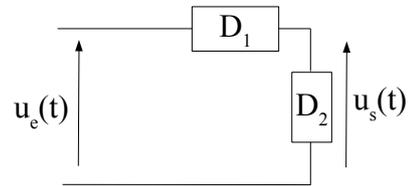


2. Quelle valeur choisir pour  $f_0$  ?

- A) 50 Hz                      B) 500 Hz                      C) 1 kHz                      D) 5 kHz

3. On adopte pour le schéma du filtre la structure suivante :

Quels dipôles peut-on choisir pour  $D_1$  et  $D_2$  ?



- A)  $D_1$  : résistance /  $D_2$  : condensateur  
 B)  $D_1$  : condensateur /  $D_2$  : résistance  
 C)  $D_1$  : bobine /  $D_2$  : résistance  
 D)  $D_1$  : résistance /  $D_2$  : bobine

\*\*\*\*\*

Finalement d'autres contraintes apparaissent : au signal  $u_e(t)$  précédent vient s'ajouter un bruit d'origine électromagnétique à haute fréquence, entre 100 kHz et 1 MHz.

On modifie donc le filtre précédent en faisant le choix suivant :

$D_1$  : une bobine  $L$  en série avec un condensateur  $C$

$D_2$  : une résistance  $R$

Il s'agit donc d'un filtre RLC série avec la sortie aux bornes de  $R$ .

On pose  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  pulsation propre,  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  facteur de qualité et  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  pulsation réduite.

Pour étudier ce filtre, on applique à l'entrée la tension  $e(t) = E \cos(\omega t)$  et on relève en sortie la tension  $s(t) = u_R(t) = S \cos(\omega t + \phi)$ . On définit la fonction de transfert de ce filtre par

$$H(j\omega) = s(t)/e(t)$$

4. Quelle est la bonne forme canonique pour la fonction de transfert de ce filtre ?

- A)  $H(jx) = \frac{H_0 \cdot jx}{1+jx}$     B)  $H(jx) = \frac{H_0}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$     C)  $H(jx) = \frac{H_0 \cdot (-x^2)}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$   
 D)  $H(jx) = \frac{H_0 \cdot j\frac{x}{Q}}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$

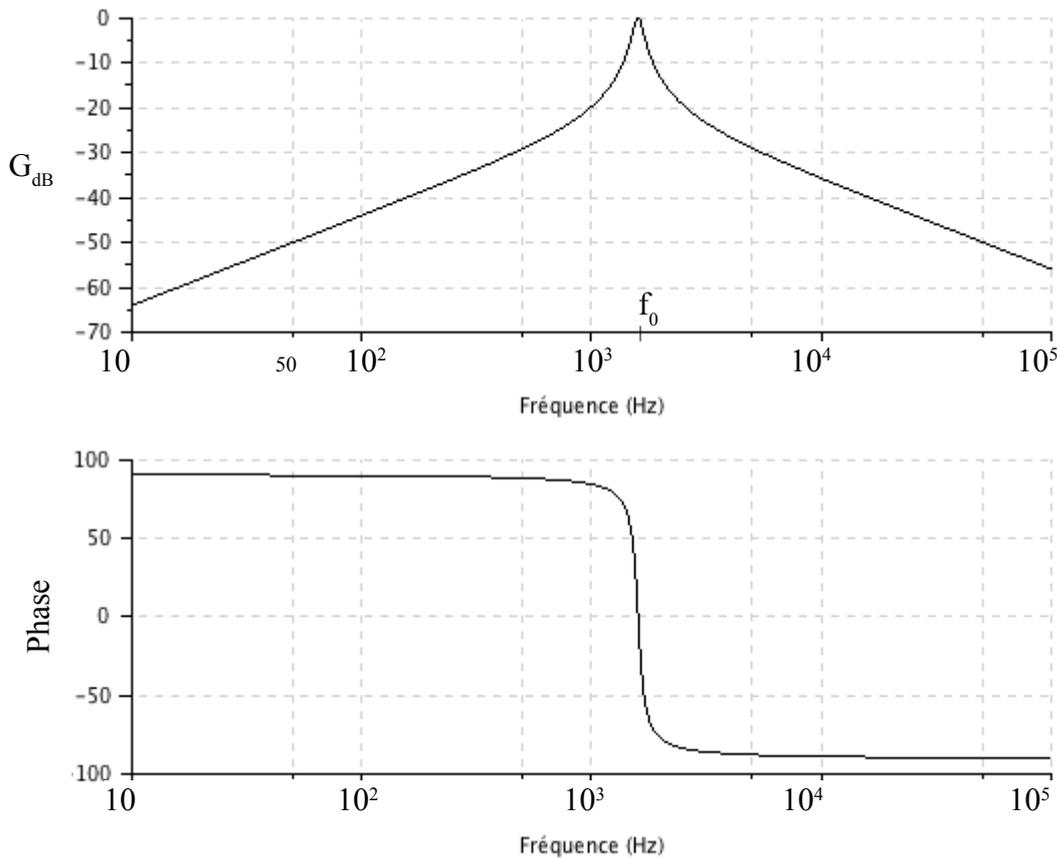
5. Pour avoir une fréquence propre  $f_0$  d'environ 3 kHz, on utilise une bobine de  $L = 10$  mH. Quel condensateur choisir ?

- A)  $C = 11$  nF            B)  $C = 280$  nF            C)  $C = 47$   $\mu$ F            D)  $C = 440$   $\mu$ F

6. Quelle résistance faut-il alors choisir pour avoir un facteur de qualité  $Q = 10$  ?

- A)  $R = 0,5$   $\Omega$             B)  $R = 1,5$   $\Omega$             C)  $R = 19$   $\Omega$             D)  $R = 95$   $\Omega$

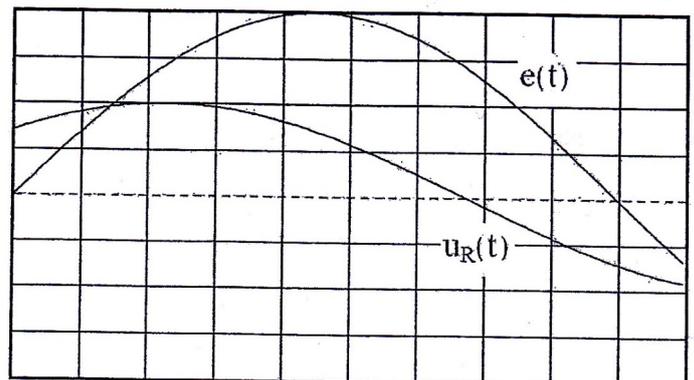
Le diagramme de Bode de ce filtre est le suivant :



7. On considère que le bruit à 50 Hz est un signal sinusoïdal d'amplitude 2 V. Quelle est l'amplitude de ce bruit en sortie du filtre ? On donne  $10^{-2,5} = 3,2 \cdot 10^{-3}$ .

- A) 2 V      B) 1,34 V      C) 6 mV      D) 3 mV

8. On envoie en entrée un signal sinusoïdal  $e(t)$  de fréquence  $f_1$  et on observe à l'oscilloscope  $e(t)$  et  $s(t) = u_R(t)$ .



Quel est le déphasage de  $u_R(t)$  par rapport à  $e(t)$  ?

- A)  $+45^\circ$       B)  $-45^\circ$   
 C)  $+90^\circ$       D)  $-90^\circ$

9. Que dire de la fréquence  $f_1$  par rapport à  $f_0$  ?

- A)  $f_1$  est très inférieure à  $f_0$       B)  $f_1$  est très supérieure à  $f_0$   
 C)  $f_1$  est légèrement inférieure à  $f_0$       D)  $f_1$  est légèrement supérieure à  $f_0$

10. Lorsque  $f \gg f_0$ , que peut on affirmer pour ce filtre ?

- A) Son diagramme de Bode en gain présente une pente à  $-20$  dB/dec  
 B) Son diagramme de Bode en gain présente une pente à  $+20$  dB/dec  
 C) il se comporte en dérivateur  
 D) il se comporte en intégrateur

A. Document réponse à détacher

---

**NOM Prénom :**

---

**Problème 3**

	A	B	C	D	Ne rien écrire dans cette colonne
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					