Correction TD13.

Exercice 2

$s(x_1=10, t=0) = s(x_0=12, t+\tau)$ avec $\tau = \dfrac{|x_0 - x_1|}{c} = \dfrac{2}{2} = 1\,s$

$s(x_1=10, t=0) = s(x_0, t_1 = 1s)$

↑ instant à partir duquel on mesure un signal non nul

chercherons t_{min} l'instant où on mesure le signal min

$s(x_{min} = 9, t=0) = s(x_0, t_{min})$ avec $t_{min} = \dfrac{x_0 - x_{min}}{c} = 1{,}5\,s$

graphiquement

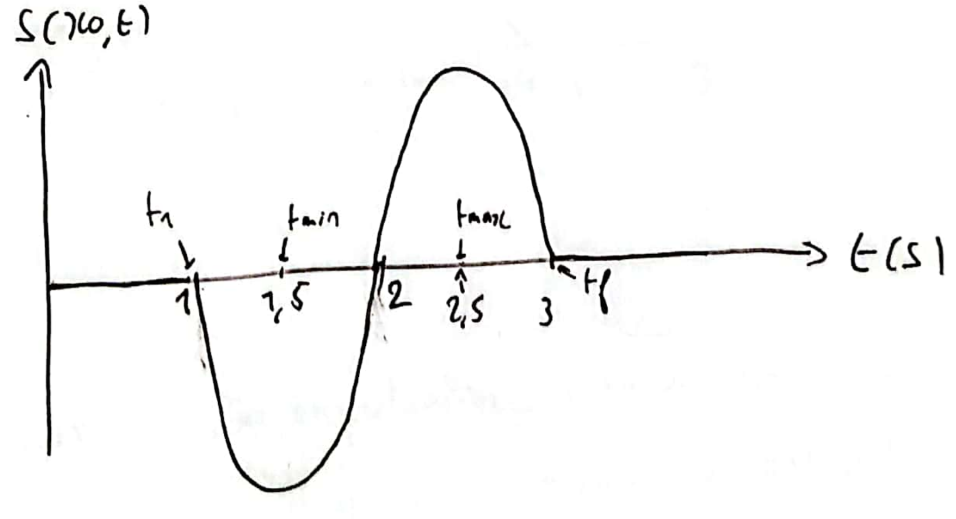
chercherons t_{max} ——— max

$s(x_{max} = 7, t=0) = s(x_0, t_{max})$ avec $t_{max} = \dfrac{x_0 - x_{max}}{c}$

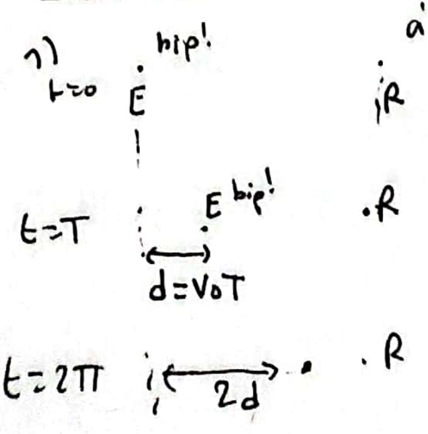
$= \dfrac{12-7}{2} = 2{,}5$

la fin du signal $\neq 0$ commence à t_f tel que $s(x_f = 6cm, t=0) = s(x_0, t_f)$

$t_f = \dfrac{x_0 - x_f}{c} = 3\,s$



Exercice 3



à t=0 1er bip émis, il est reçu à $t_1 = \dfrac{l_0}{c}$

à t=T E a parcouru la distance d le 2ème bip met une durée $\dfrac{l_0 - v_0T}{c}$ pour arriver au recepteur, il est donc reçu à :

$t_2 = T + \dfrac{l_0}{c} - \dfrac{v_0T}{c}$

le 3ème bip est reçu à $t_3 = 2T + \dfrac{l_0}{c} - \dfrac{2v_0T}{c}$

le n ième bip est donc reçu à $\boxed{t_{n+1} = n \times T\left(1-\frac{v_0}{c}\right)+\frac{\ell_0}{c}}$

2) $T' = t_{n+2} - t_{n+1} = (n+1)T\left(1-\frac{v_0}{c}\right)+\frac{\ell_0}{c} - \left[nT\left(1-\frac{v_0}{c}\right)+\frac{\ell_0}{c}\right]$

$$\boxed{T' = T\left(1-\frac{v_0}{c}\right)}$$

3) $\frac{T'}{T} = \left(1-\frac{v_0}{c}\right) \Leftrightarrow v_0 = c\left(1-\frac{T'}{T}\right)$ si on connait c, T et T' on peut calculer v_0

Scanné avec CamScanner

Exercice 4

• Début du signal en $x_i = 17$ cm fin en $x_f = 2$ cm (à t=0) $t_f = -\frac{11}{3}$ s

• $s(x_f, t=0) = s(x_0, t - \frac{(x_f - x_0)}{c}) = s(x_0, 0 - \frac{(17-8)}{3}) = s(x_0, -\frac{11}{3})$

• $s(x_i, t=0) = s(x_0, t - \frac{(x_i - x_0)}{c}) = s(x_0, 0 - \frac{(2-8)}{3}) = s(x_0, +2s)$

$t_i = 2s$

Signal s'annule en $x_a = 11$ cm à t=0s

• $s(x_a, t=0) = s(x_0, t - \frac{(x_a - x_0)}{c}) = s(x_0, -1s)$

$t_a = -1s$

Signal min en $x_{min} = 14$ cm à t=0s , max en $x_{max} = 5$ cm à t=0

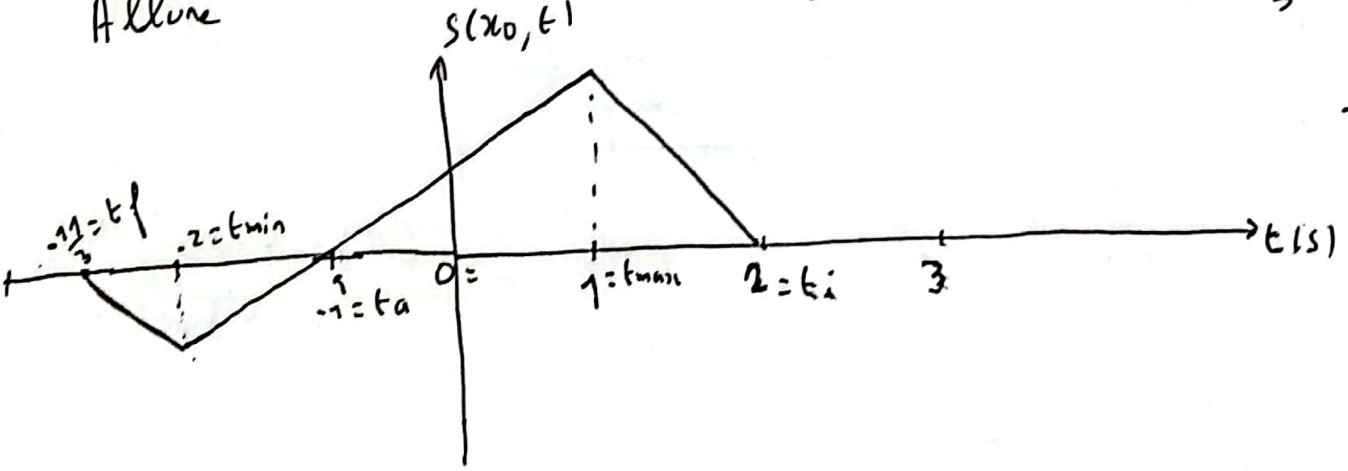
• $s(x_{min}, t=0) = s(x_0, -\frac{(14-8)}{3}) = s(x_0, -2s)$

$t_{min} = -2s$

$s(x_{max}, t=0) = s(x_0, -(\frac{5-8}{3})) = s(x_0, 1s)$ t_{max}

$t_{max} = 1s$

Allure



Exercice 5

1) A est l'amplitude, w la pulsation, K le vecteur d'onde

2) et 3) on sait que $\boxed{w = kc}$ donc $s(x,t) = A\cos(w(t - \frac{x}{c})) = f(t - \frac{x}{c})$

donc propagation dans le sens x croissant

4) $w = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \boxed{T = \frac{2\pi}{w}}$; $s(x, t+T) = s(x,t)$

5) Allure de l'onde à t fixé

$s(x,0) = A\cos(-Kx) = A\cos(Kx) = A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)$

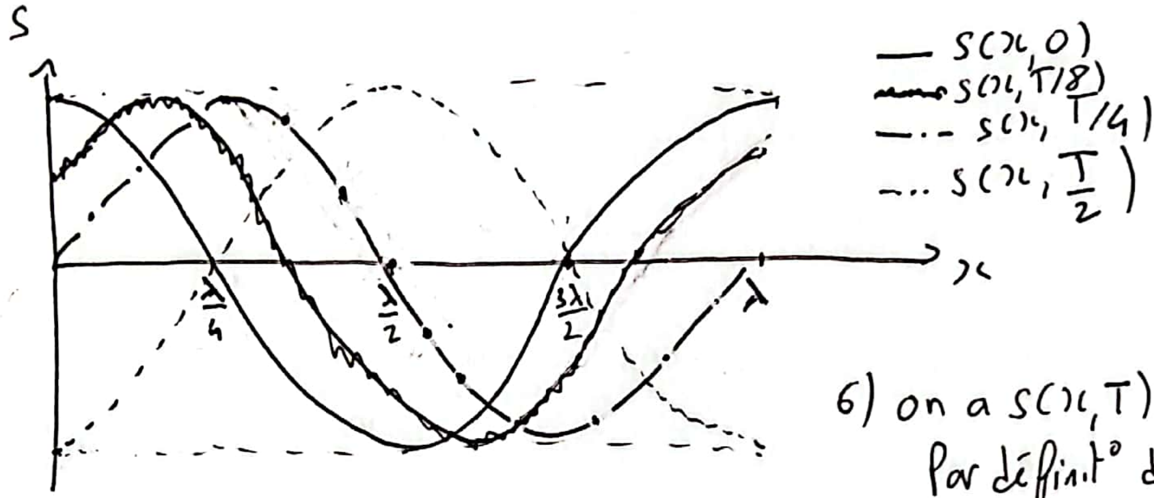
$s(x,\frac{T}{8}) = A\cos(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{8} - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

$s(x,\frac{T}{8}) = A\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{\lambda}x) = A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{4})$

Par analogie $\boxed{S(x,\frac{T}{4}) = A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})} = A\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)$

$$\boxed{S(x,\frac{T}{2}) = A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \pi)}$$

5)



6) on a $S(x,T) = S(x,0)$
Par définit° de la période

Exercice 6

1) $f = \frac{c}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{c}{f}$ A.N : $\boxed{\lambda = 12,2\,cm}$

2) $[c] = [\gamma]^{1/2}[R]^{1/2}[T]^{1/2}[M]^{-1/2}$

$[T] \to \theta$, $[M] \to M.N^{-1}$

$[R] = [Energie] \times \theta^{-1} \times N^{-1}$
$= ML^2T^{-2} \times \theta^{-1} \times N^{-1}$

$$[\gamma]^{1/2} = \frac{L.T^{-1}}{[R]^{1/2}\theta^{1/2}M^{-1/2}N^{1/2}}$$

$$[\gamma]^{1/2} = \frac{L.T^{-1}}{M^{1/2}T^{-1}L \times \theta^{-1/2} \times N^{-1/2} \times \theta^{1/2} \times M^{-1/2} \times N^{1/2}} = 1$$ $\boxed{\text{Pas de dimension!}}$

⚠ il faut convertir M en $Kg.mol^{-1}$

à $T_1 = 290K$

$c_1 = 341\,m.s^{-1}$

$f_1 = \frac{c_1}{\lambda} = 437\,Hz$

à $T_2 = 300K$

$c_2 = 347\,m.s^{-2}$

$f_2 = 445\,Hz$

(Plus T ↗ plus f ↗)

$\frac{f_2 - f_1}{f_1} = \boxed{0,018}$

or $2^{1/12} - 1 = 0,059$

$\boxed{\text{donc l'écart est inférieur à 1 demi-ton!}}$

Scanné avec CamScanner

Exercice 7

1) $y(x,t) = A\cos\left(2\pi\nu\left(t+\frac{x}{c}\right)+\varphi_0\right)$ ← propagat° sens décroissant

$y(0,0) = A\cos(\varphi_0) = 0$ donc $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ ou $-\frac{\pi}{2}$

si $\varphi = \frac{\pi}{2}$ $\boxed{y(x,t) = -A\sin\left(2\pi\nu\left(t+\frac{x}{c}\right)\right)}$ $\left(\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha\right)$

si $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ $\boxed{y(x,t) = A\sin\left(2\pi\nu\left(t+\frac{x}{c}\right)\right)}$ $\left(\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right) = \sin\alpha\right)$

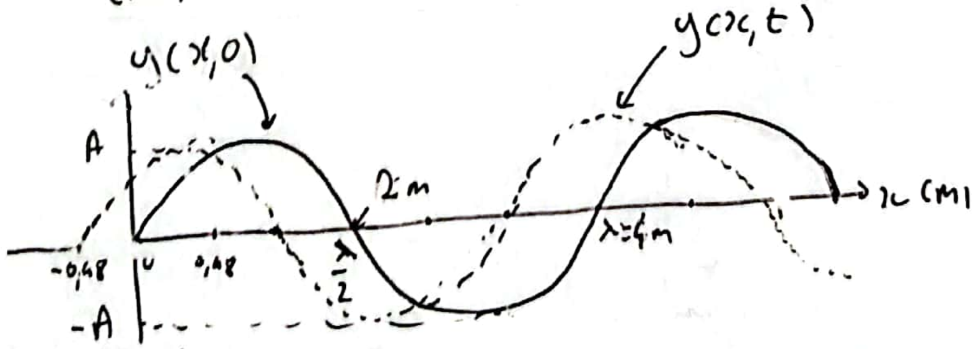
2) $y(0{,}5,0) = \begin{cases} A\sin\left(2\pi\nu\times\frac{0{,}5}{c}\right) & \text{si } \varphi = -\frac{\pi}{2} \\ \underbrace{-A\sin\left(2\pi\nu\times\frac{0{,}5}{c}\right)}_{<0} & \text{si } \varphi = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

on garde $\boxed{y(x,t) = A\sin\left(2\pi\nu\left(t+\frac{x}{c}\right)\right)}$

a) à $t=0$ $y(x,0) = A\sin\left(2\pi\nu\frac{x}{c}\right) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$

et b)

avec $\lambda = \frac{c}{\nu} = 4\,m$



on note x_p les abscisses où le déplacement est nul : $A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x_p\right) = 0 \iff \frac{2\pi}{\lambda}x_p = p\pi$ $k\in\mathbb{Z}$

$\boxed{x_p = p\frac{\lambda}{2}}$ $p\in\mathbb{Z}$

3) $y(x,t) = A\sin\left(2\pi\nu\left(t+\frac{x}{c}\right)\right)$

$y(x,t) = y(x+ct,0)$ ← le signal en x à t correspond au signal en $x+ct$ à 0

Par exemple $y(0,t) = y(ct,0)$ ici $ct = 24\times 0{,}02 = 0{,}48\,m$

$$y(x_p,t)=0 \Leftrightarrow A\sin\left(2\pi\nu\left(t+\frac{x_p}{c}\right)\right)=0 \Leftrightarrow 2\pi\nu\left(t+\frac{x_p}{c}\right)=p\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_p}{c}+t=\frac{p}{2\nu}$$

$$\Leftrightarrow x_p=\frac{p}{2}\frac{c}{\nu}-ct$$

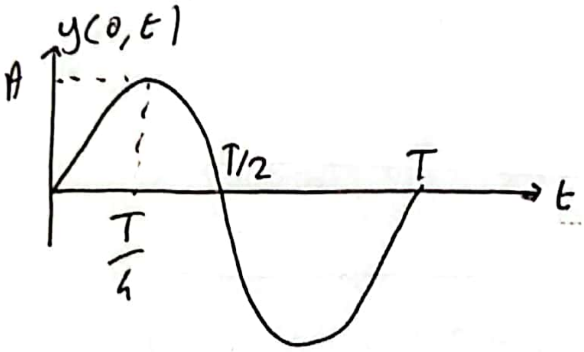
$$x_p=p\frac{\lambda}{2}-ct \quad p\in\mathbb{Z}$$

$$\boxed{x_p=p\frac{\lambda}{2}-0{,}48 \quad p\in\mathbb{Z}}$$

les positions d'amplitude nulle sont décalées de 0,48 m vers la gauche (sens $x\searrow$)

4) $y(0,t)=A\sin(2\pi\nu t)=A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

avec $\nu=\frac{1}{T} \Leftrightarrow T=\frac{1}{\nu}=1{,}67\,10^{-1}\,s$



$y(0,t)=0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)=0$

$\frac{2\pi t}{T}=p\pi \Leftrightarrow t=p\frac{T}{2}$

instant où le signal est nul

5)

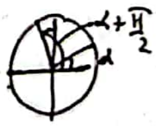
$$y(x=1m,t)=A\sin\left(2\pi\nu\left(t+\frac{1}{c}\right)\right)$$
$$=A\sin\left(2\pi\nu t+2\pi\frac{\nu}{c}\right)$$

$\frac{\nu}{c}=\frac{1}{4}$

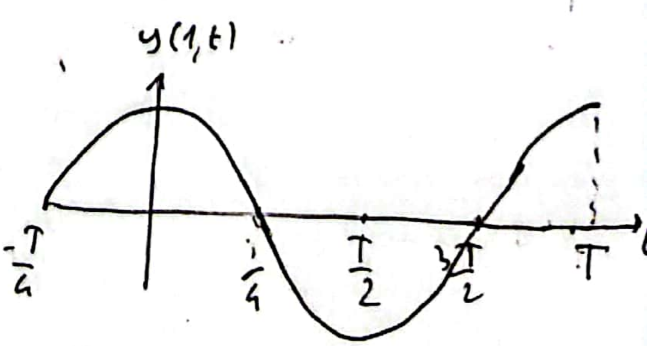
$$y(1,t)=A\sin\left(2\pi\nu t+\frac{2\pi}{4}\right)$$

$$y(1,t)=A\sin\left(2\pi\nu t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{y(1,t)=+A\cos(2\pi\nu t)}$$



$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha$



6)

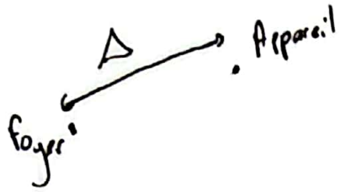
$$V(x,t)=\frac{dy}{dt}=A\times2\pi\nu\cos\left(2\pi\nu\left(t+\frac{x}{c}\right)\right)$$

A v_{max} $\cos\left(2\pi\nu\left(t+\frac{x}{c}\right)\right)=1$ et $\boxed{v_{max}=A\times2\pi\nu}$

A.N $\boxed{v_{max}=113\,mm/s}$

Exercice 8

1)



signal émis à t_0 au foyer

les ondes P sont reçues après une durée $\delta t_p = \frac{\Delta}{c_p}$

soit à l'instant $t_0 + \delta t_p = t_p$

Les ondes S sont reçues après une durée $\delta t_s = \frac{\Delta}{c_s}$

soit à l'instant $t_0 + \delta t_s = t_s$

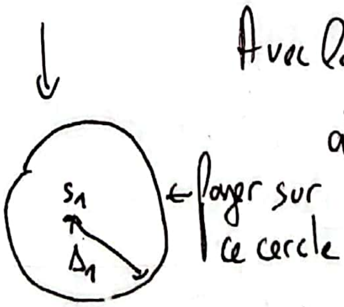
ainsi $t_s - t_p = \delta t_s - \delta t_p = \Delta\left(\frac{1}{c_s} - \frac{1}{c_p}\right)$

$\Leftrightarrow \boxed{\Delta = \frac{t_s - t_p}{\frac{1}{c_s} - \frac{1}{c_p}}}$ et $t_0 = t_s - \frac{\Delta}{c_s}$

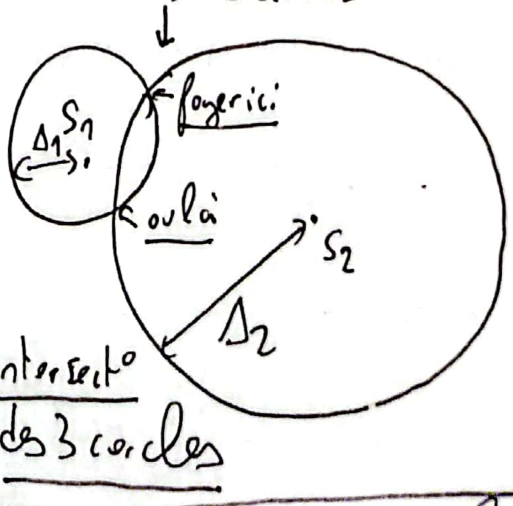
$\Leftrightarrow \boxed{t_0 = t_s - \frac{(t_s - t_p)}{1 - \frac{c_s}{c_p}}}$

2)

Avec une mesure on sait que le foyer se trouve sur un cercle de rayon Δ_1 autour de la 1ère station :

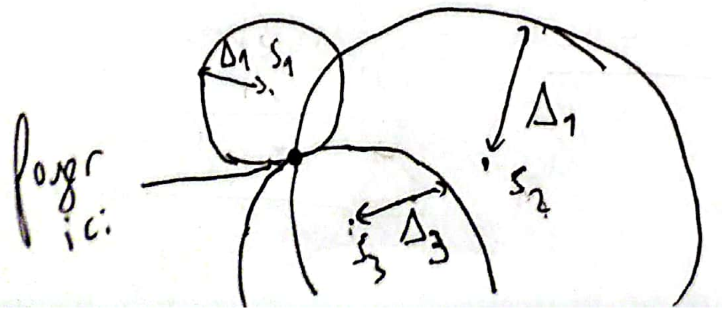


Avec la 2ème on sait que le foyer est à l'intersect° des 2 cercles :



Avec la 3ème on connait le foyer

intersect° des 3 cercles



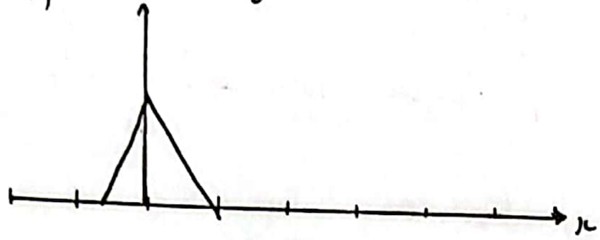
$\boxed{\text{Même principe pour le GPS}}$

Exercice 9

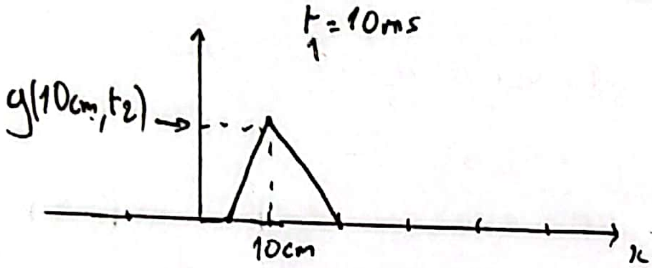
$$\boxed{y(x,t_1) = y(x + c(t_2 - t_1), t_2)}$$

1)

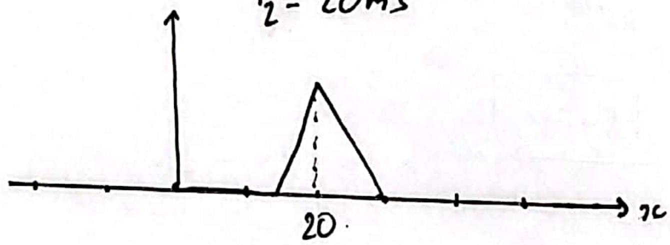
$t_0 = 0\,ms$

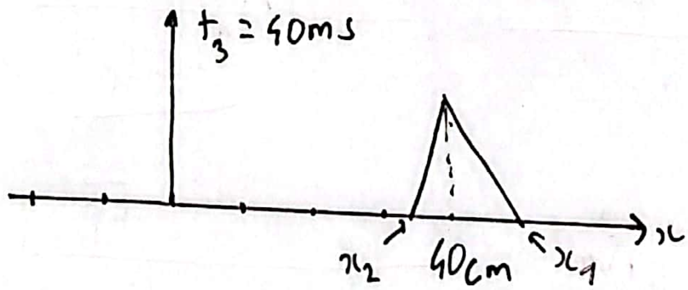


$t_1 = 10\,ms$



$t_2 = 20\,ms$





$y(10cm, t_1 = 10ms) = y(10 - c \times (t_1 - t_0), t_0)$

$c \times (t_1 - t_0) = 10 \times 10^{-2} = 10cm$

donc $\underline{y(10cm, t_1 = 10ms) = y(0, t_0 = 0ms)}$

de même $y(10cm, t_2) = y(10 - c(t_3 - t_2), t_2)$

avec $t_2 = 20ms$

donc $y(10cm, t_1 = 10ms) = y(20cm, t_2 = 20ms)$

et $y(10cm, t_1 = 10ms) = y(40cm, t_3 = 40ms)$

$10 - c(t_1 - t_3)$

2) $y(40, t_3) = y(10cm, t_1) = y_{max}$

la position $x_1 = 50\,cm$ correspon au "début" de l'onde à $t_3 = 40ms$

$y(50_{cm}, t_3) = y\left(40cm, t_3 + \frac{(40-50) \times 10^{-2}}{10}\right) = y\left(x_M, t_3 + \frac{(x_M - x_1)}{c}\right)$

$= y(40, 40ms - 10ms) = \boxed{y(x_M, 30ms)}$

la position $x_2 = 35cm$ correspond à la fin de l'onde

$y(x_2, t_3) = y\left(x_M, t_3 + \frac{(x_M - x_2)}{c}\right) = y\left(x_M, 40ms + \frac{5 \cdot 10^{-2}}{10}\right)$

$= \boxed{y(x_M, 45ms)}$

c) $y_N(t) = y(x_N, t) = y\left(x_A, t - \frac{x_A - x_N}{c}\right) = y_A\left(t - \frac{45\,10^{-2}}{10}\right)$

$= y_A(t - 45ms)$

$y_N(t) = Y_m \sin(2\pi f(t - 45ms))$

$y_N(t) = Y_m \sin\left(2\pi f t - 2\pi \frac{45ms}{T}\right)$ $f = \frac{1}{100} = 10^{-2}$

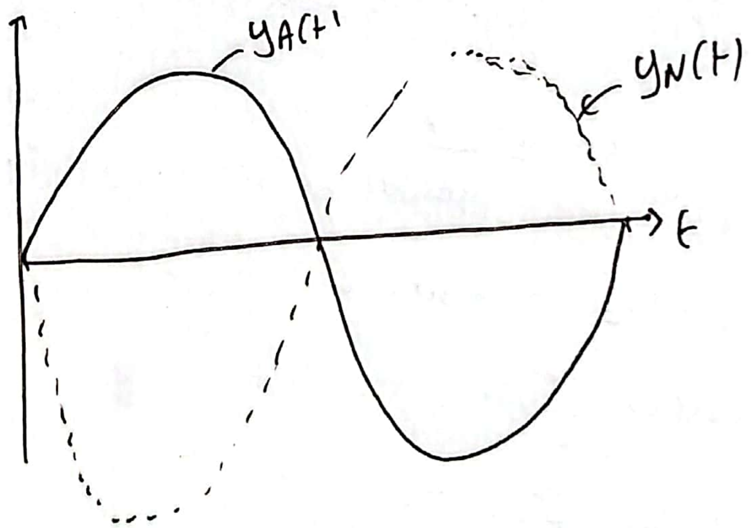
$y_N(t) = Y_m \sin(2\pi f t - 2\pi \times 4{,}5)$ $f = \frac{1}{T}$

$\Delta\varphi = 2\pi \times 4{,}5 = 4 \times 2\pi + \pi (2\pi) = \pi$ $(\Delta\varphi \in [-\pi, \pi])$

$y_N(t) = Y_m \sin(2\pi f t - 4 \times 2\pi + 0{,}5 \times 2\pi)$

$= Y_m \sin(2\pi f t + 0{,}5 \times 2\pi)$ sin 2π-périodique

$y_N(t) = Y_m \sin(2\pi f t + \pi) = \boxed{-Y_m \sin(2\pi f t)}$



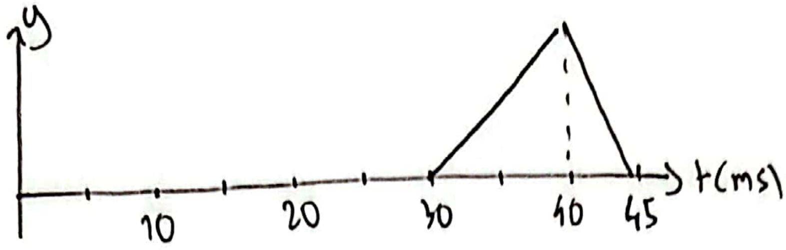
d) $y_A(t) = Y_m \sin(2\pi f t)$ et $y(x,t) = y_A\left(t - \frac{x}{c}\right)$

$y(x,t) = Y_m \sin\left(2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = Y_m \sin\left(2\pi f t - \frac{2\pi f x}{c}\right)$

on pose $K = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$ $\boxed{y(x,t) = Y_m \sin(\omega t - Kx)}$

Unité de K : rad.m^{-1} $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\lambda = \frac{2\pi}{K} = \boxed{\frac{c}{f}}$

Allure de $y(x_M, t)$



$y(x,t) = y\left(x_A, t - \frac{(x - x_A)}{c}\right)$

or $x_A = 0 \Rightarrow$ $\underline{y(x,t) = y\left(x_A, t - \frac{x}{c}\right)}$

3) "l'arrivée" de la déformation est en $x_1 = 50cm$ à $t_3 = 40ms$
$x_0 = 20cm$ à $t_1 = 10ms$

$y(x_0, t_1) = y\left(L, \underbrace{t_1 + \frac{L - x_0}{c}}\right)$ ou $y(x_1, t_3) = y\left(L, \underbrace{t_3 + \frac{L - x_1}{c}}\right)$

t_b = instant où l'élève ressent l'arrivée de la déformation

aussi t_b

$t_b = 10ms + \frac{1 - 0,2}{10} = \underline{\underline{90ms}}$ | $t_b = 40 + \frac{1 - 0,5}{10} = \underline{\underline{90ms}}$

on trouve le ~~m~~ résultat, logique

4)
a)
À priori $y_A(t) = Y_m \cos(\omega t + \varphi)$ avec $\underline{\omega = 2\pi f}$

$y_A(0) = 0$ (énoncé) $\Leftrightarrow Y_m \cos(\varphi) = 0$
$\Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

Soit $y_A(t) = Y_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -Y_m \sin(\omega t)$

Soit $y_A(t) = Y_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = Y_m \sin(\omega t)$

Or à $t=0$ la vitesse est $\underline{\underline{\text{ascendante}}} \Rightarrow \dot{y}_A(t=0) > 0$ vitesse ascendante

si $y_A(t) = Y_m \sin(\omega t)$ $\quad \dot{y}_A(t) = \omega Y_m \cos(\omega t)$ $\quad \dot{y}_A(0) = \omega Y_m > 0$

donc $\boxed{y_A(t) = Y_m \sin(\omega t)}$

b) $y(x,t) = y\left(x_A, t - \frac{x - x_A}{c}\right)$ or $x_A = 0$ $\quad y(x,t) = y\left(0, t - \frac{x}{c}\right)$

$$\boxed{\begin{array}{l} y(x,t) = y_A\left(t - \frac{x}{c}\right) \\ \alpha = \frac{1}{c} \end{array}}$$

Scanné avec CamScanner