TD14- SUPERPOSITION DE SIGNAUX

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

Battements

1 On superpose deux signaux sinusoïdaux de fréquences légèrement différentes f_1 et f_2 et de même amplitude A. A l'oscilloscope, on observe des battements.
- a Dessiner l'allure du signal observé à l'oscilloscope.
- b Montrer que le signal résultant de la somme des deux signaux sinusoïdaux possède deux périodicités temporelles très différentes (à faire apparaître sur un schéma). On donnera les expressions des deux pulsations associées.
- c Etablir la relation entre la différence de fréquence Δf des deux signaux et la période des battements.

Ondes stationnaires

2 Qu'est-ce qu'une onde stationnaire ? Ecrire la forme de s(x, t) pour une onde stationnaire harmonique.

3 Dessiner sur le même graphe l'allure d'une onde stationnaire à 3 différents instants (ceux de votre choix, à préciser).

4 On s'intéresse aux nœuds de vibration.
- a Définir un nœud de vibration.
- b Placer sur le graphe de la question 3 un nœud de l'onde stationnaire.
- c Etablir l'expression de la distance entre deux nœuds de vibration consécutifs.

5 On s'intéresse aux ventres de vibration.
- a Définir un ventre de vibration.
- b Placer sur le graphe de la question 3 un ventre de l'onde stationnaire.
- c Etablir l'expression de la distance entre deux ventres de vibration consécutifs.

6 On considère une corde horizontale de longueur L sur laquelle les ondes transversales peuvent se propager à la vitesse c. On fixe les deux extrémités de la corde.
- a Montrer que le vecteur d'onde est quantifié, et donc que seul un nombre discret d'ondes stationnaires peuvent exister sur la corde.
- b Donner l'expression des modes propres $s_n(x, t)$ en fonction de c, L et d'autres constantes à introduire.

7 Exprimer les fréquences des modes propres en fonction de la célérité c et la longueur de la corde L.

8 On considère une vibration quelconque s(x,t) d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes. Donner l'expression de s(x, t) en fonction des modes propres de la corde $s_n(x, t)$.

9 À quelle grandeur physique correspond la hauteur d'un son ? Exprimer la hauteur d'un son émis par une corde de guitare en fonction de sa longueur L et de la célérité des ondes sur cette corde c.

Interférences

10 Soient deux signaux de même fréquence mais d'amplitudes différentes A_1 et A_2., déphasés de $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$. Etablir l'expression de l'amplitude A_{TOT} résultant de la superposition de ces signaux en fonction de A_1, A_2 et $\Delta\varphi$.

11 En déduire la condition sur $\Delta\varphi$ pour obtenir des interférences constructives, puis pour obtenir des interférences destructives.

12 On place un émetteur E_1 à une distance d_1 d'un récepteur, et un autre émetteur E_2 à une distance d_2 du même récepteur (placé en x_R). E_1 et E_2 (placé au niveau de l'abscisse $x_0=0$) émettent des ondes de même fréquence $s_1(0,t)=A_1\cos(\omega t+\varphi_0)$ et $s_2(0,t)=A_2\cos(\omega t+\varphi_0)$. Etablir l'expression du déphasage $\Delta\varphi$ entre les deux signaux reçus lorsqu'ils arrivent au niveau du récepteur.

13 Déduire des questions précédentes la condition d'interférences constructives (puis destructives) au niveau du récepteur en fonction de λ, d_1 et d_2.

Exercice 2 : Corde vibrante fixée à ses deux extrémités ★ ★

On considère une corde fixée à ses deux extrémités, de longueur L, de masse linéique μ, à laquelle on applique une tension T.

1 Déterminer par analyse dimensionnelle l'expression à une constante près de la célérité d'une onde progressive se propageant sur cette corde. On prendra pour la suite la constante sans dimension égale à 1.

2 Si la corde mesure 2,0 m et qu'elle est tendue sous une tension de 10 N, exprimer puis calculer la masse linéique de la corde si on observe 5 nœuds lorsque la corde est excitée à une fréquence de 10 Hz.
N.B. : on prendra les conditions aux limites identiques au cours : la corde est fixe à ses deux extrémités.

Exercice 3 : Conception des cordes de piano ★ ★

1 Par une analyse dimensionnelle, déterminer l'expression de la vitesse de propagation d'une onde le long d'une corde de piano, en admettant qu'elle ne dépend que de la tension de la corde et de sa masse linéique. (on prendra la constante sans dimension égale à 1).

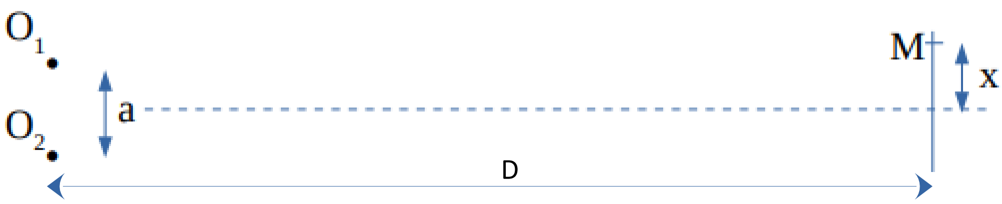
2 Exprimer la fréquence du fondamental du son produit par une corde de piano en fonction de sa longueur, de sa masse linéique et de sa tension.

3 En pratique, toutes les cordes d'un même piano ne sont pas conçues de la même façon. Pour celles qui produisent des notes graves, on utilise des cordes filées : il s'agit de cordes d'acier, autour desquelles on a enroulé un fil de cuivre alors que pour les notes aiguës, on a simplement des cordes d'acier non enroulées de cuivre. Quel est l'intérêt de ce procédé ?

Données :

- Les 88 notes d'un piano moderne s'échelonnent du « La 0 » (fréquence fondamentale f = 28 Hz) au « Do 8 » (fréquence fondamentale f = 4,2 kHz).
- On donne les masses volumiques du cuivre et de l'acier : ϱ(Cuivre) = 9.10^3 kg.m^{-3} et ϱ(Acier) = $7{,}8.10^3$ kg.m^{-3}
- La tension des cordes d'un piano varie très peu pour répartir uniformément les contraintes.

Exercice 4: figures d'interférences ★ ★ ★



En O_1 et O_2 sont émis deux signaux sinusoïdaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ de même amplitude, en phase et de même longueur d'onde λ = 600 nm.

Données : a = O_1O_2 = 3 mm ; D = 1 m

Q1 En reprenant le raisonnement du cours, donner la condition d'interférences constructives en un point M quelconque de l'écran, en fonction de $r_1 = O_1M$ et $r_2 = O_2M$.

Q2. On peut montrer que si x reste suffisamment petit, on a $r_1 - r_2 = a\,x/\,D$. Quelle est alors la condition sur x pour avoir des interférences constructives ?

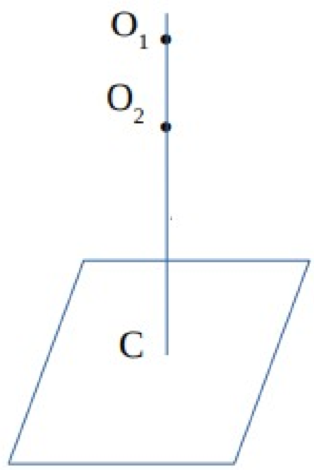
Q3. En déduire la distance entre deux maxima d'amplitude successifs, appelée l'interfrange i.

Q4. On reprend le dispositif précédent, mais cette fois $s_1(t)$ et $s_2(t)$ sont déphasés de π. Donner la condition d'interférences constructives en un point M quelconque de l'écran,

On considère maintenant deux sources l'une derrière l'autre.

Q5 Sans faire de calculs, prévoir la forme de la figure d'interférence.

Q6 Donner la condition sur la distance O_1O_2 pour que le point C soit un lieu d'interférences destructives.



Exercice 5 : Résonances de la corde de Melde 💣 ★ ★ ★

Une corde de Melde de longueur utile L est tendue entre un vibreur, en x = 0, et une poulie, en x = L.

Le vibreur a un mouvement vertical sinusoïdal de pulsation ω :

$$y_{VIBREUR} = a_{VIBREUR}\cos(\omega t)$$

On cherche le déplacement de la corde sous la forme d'une onde stationnaire :

$$y(x, t) = A\cos(\omega t+\varphi)\cos(kx+\psi)$$

où A, φ et ψ sont des constantes à déterminer et où k est le vecteur d'onde associé à la pulsation ω.

1 En exploitant la condition aux limites en x=L, exprimer ψ en fonction de k, L, et d'un entier relatif p.
2 En déduire, en utilisant la condition aux limites en x=0, l'expression de y(x, t) en fonction de $a_{VIBREUR}$, ω, k, L, x et t.

Exercice 6 : Type DS 💣 ★ ★ ★

On considère une corde est **fixée à ses deux extrémités**. On laisse les ondes incidentes se réfléchir en B. On admet que cette réflexion ne s'accompagne d'aucun amortissement. Le signal incident est de la forme :

$$y_i(x,t) = Y_m \cos(\omega t - kx + \varphi_i).$$

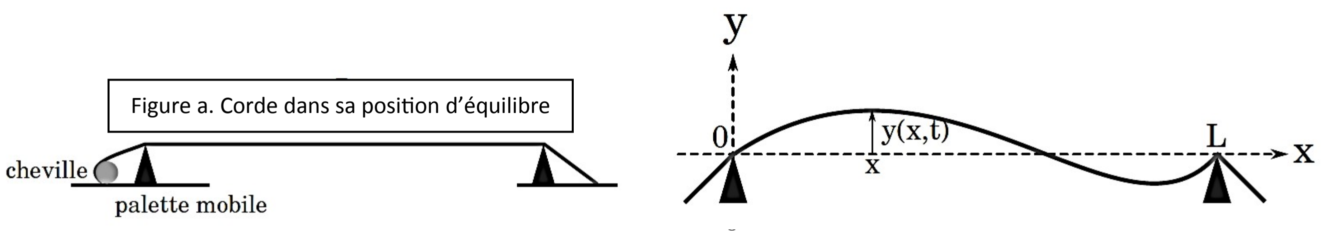


Figure a. Corde dans sa position d'équilibre

Figure b. Corde déformée

Donner la forme générale du signal réfléchi que l'on appellera $y_r(x, t)$. On introduira une phase φ_r.
2 Le point B étant fixe, quelle doit être l'élongation totale y(L,t) en B ? Exprimer $y(L,t) = y_i(L,t) + y_r(L,t)$ en fonction de ω, k et les phases φ_i et φ_r et vérifier que le déphasage $\Delta\varphi=\varphi_r-\varphi_i$ entre les phases à l'origine des deux signaux incident et réfléchi est alors égal à $(-2kL + (2p+1)\pi)$, p étant un entier relatif.
3 En déduire l'élongation totale $y(x,t) = y_i(x,t) + y_r(x,t)$ sous la forme d'un produit de deux fonctions sinusoïdales. Comment s'appelle une telle onde ? Justifier.

Exercice 7 : Instruments à vent (important, revient souvent aux concours)

La colonne d'air contenue dans un instrument à vent (flute, clarinette…) ou dans un tuyau d'orgue vibre selon des modes propres correspondant à des conditions aux limites données. Dans une modélisation très simple, on envisage deux types de conditions :

- Si l'extrémité du tuyau est ouverte, la surpression acoustique est nulle à cette extrémité ;
- Si l'extrémité du tuyau est fermée, l'amplitude de variation de la surpression acoustique est maximale à cette extrémité.

1 On considère un tuyau de longueur L dans lequel la célérité des ondes sonores est c.
  a Déterminer les fréquences des modes propres du tuyau lorsque ses deux extrémités sont ouvertes.
  b Représenter schématiquement la surpression sur le tuyau pour le troisième mode.
  c Déterminer les fréquences des modes propres du tuyau lorsque l'une des extrémités du tuyau est ouverte et l'autre est fermée.
2 Application : les grandes orgues peuvent produire des notes très graves.
  a Calculer la longueur d'onde d'un son de fréquence 34Hz, correspondant au Do_0 en prenant $c=340 m.s^{-1}$.
  b Calculer la longueur minimale qu'il faut à un tuyau (fermé à une extrémité et ouvert à l'autre) pour produire cette note.

Exercice 8 : Facteur de contraste ★ ★ ★

On fait interférer deux ondes sinusoïdales s_1 et s_2 de même pulsation, qui peuvent avoir des amplitudes différentes $A_1 \neq A_2$. Dans ce cas, l'amplitude résultante obtenue dans le cas d'interférences destructives n'est plus nulle et on se préoccupe de l'écart relatif entre les valeurs maximales et minimales observées lorsque le détecteur se déplace. On considère que le détecteur est sensible au carré de la valeur efficace de l'onde résultante. On appelle I la grandeur correspondante : $I = \langle s^2(t) \rangle$ ou $\langle\rangle$ désigne une moyenne temporelle.

1 Exprimer I_{MIN} et I_{MAX}, valeurs obtenues pas le détecteur dans le cas d'interférences destructives (I_{MIN}) et constructives (I_{MAX}). Commenter le résultat (on pensera à regarder si le cas $A_1=A_2=A$ semble cohérent) ?

2 On définit un facteur de contraste C, dont on aimerait qu'il présente les propriétés suivantes :
- C est compris entre 0 et 1 ;
- C est d'autant plus élevé que l'écart entre Imax et Imin est grand.

a Montrer que la définition $C=\frac{Imax-Imin}{Imax+Imin}$ répond aux attentes.

b Exprimer alors C en fonction du rapport $x=A_2/A_1$.

c Tracer C en fonction de x. Commenter la présence du maximum observé.

Exercice 9 : Interférences d'ondes ultrasonores ★ ★

On s'intéresse aux interférences d'ondes sonores produites par deux haut-parleurs identiques, HP_1 et HP_2, placés face à face, à distance d l'un de l'autre, et alimentés par la même tension sinusoïdale de fréquence f = 1250 Hz. L'axe (Ox) passe par les centres des haut-parleurs ; le centre de HP_1 est en x = 0 et le centre de HP_2 en x = d. Un microphone M de petite dimension peut être déplacé le long de (Ox). On envoie sur un oscilloscope le signal du générateur alimentant les haut-parleurs et la tension u délivrée par le micro, le premier signal servant de source de déclenchement. Lorsqu'on déplace le micro autour de la position médiane entre le haut-parleur, soit x = d/2, on observe que :

▪ l'amplitude de la tension u varie et passe successivement par des maxima et minima quasiment nuls, l'écart entre deux positions successives pour lesquelles l'amplitude est minimale étant constant et valant e = 13,8 cm ;

▪ la phase de la tension u est fixe entre deux points où l'amplitude s'annule et elle change de π quand on passe par un de ces points.

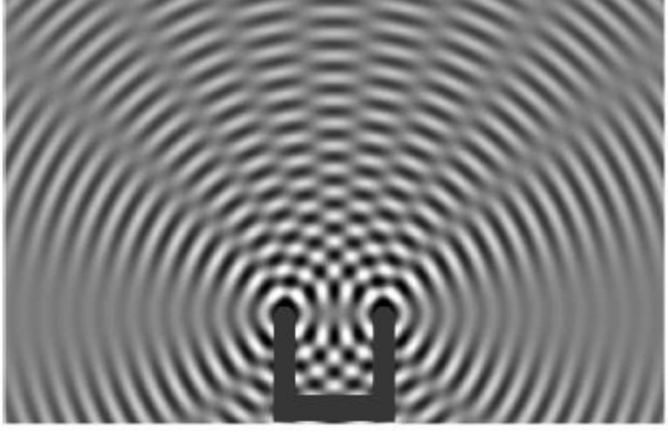
1 Pour modéliser la situation, on suppose que les surpressions acoustiques $p_1(x, t)$ et $p_2(x, t)$ ont des amplitudes constantes le long de l'axe (Ox), toutes les deux égales à P_0, et qu'elles ont toutes les deux la même phase à l'origine φ_0 au départ des haut-parleurs. Etablir les expressions de $p_1(x, t)$ et $p_2(x, t)$ en fonction de P_0, f, d, la célérité du son c, φ_0, x et t.

2 Obtenir une expression de p(x, t) résultant de la superposition de ces deux ondes qui explique les observations ci-dessus.

3 Calculer la vitesse du son dans les conditions de cette expérience.

Exercice 10 : Interférences sur une cuve à ondes ★ ★

La figure ci-contre représente une cuve à ondes éclairée en éclairage stroboscopique. Deux pointes distantes de a frappent en même temps, à intervalles réguliers, la surface de l'eau, générant deux ondes qui interfèrent. La figure est claire là où la surface de l'eau est convexe et foncée là où elle est concave. L'amplitude d'oscillation est plus faible là où la figure est moins contrastée.



1 On suppose pour simplifier que des ondes sinusoïdales partent des deux points S_1 et S_2, disposées le long d'un axe (Ox), où les pointes frappent la surface. En notant λ la longueur d'onde, donner (sans démonstration) la condition pour que les interférences en un point M situé aux distances d_1 et d_2 respectivement de S_1 et S_2, soient destructrices. Cette condition fait intervenir un entier p.

2 Pour chaque entier p, le lieu des points vérifiant cette condition est une courbe que l'on appelle dans la suite ligne de vibration minimale. Représenter les lignes de vibration minimale sur la figure : vérifier (graphiquement) que ce sont des branches d'hyperboles.

3 Les points de l'axe (Ox) extérieurs aux points sources S_1 et S_2 sont des points de vibration minimale. En déduire un renseignement sur a/λ.

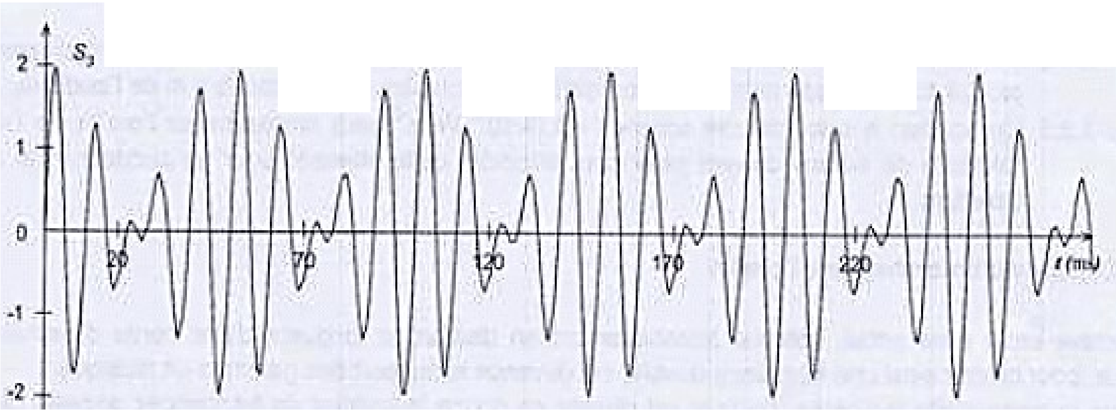
4 Les points au voisinage de l'axe (Oy), confondu avec la médiatrice de $[S_1,S_2]$, correspondent à une image bien contrastée. Justifier.

Exercice 11 : Type oral concours - Résolution de problème 💣 💣 💣 ★ ★

On fait vibrer un diapason (fréquence f=440Hz) au-dessus d'un cylindre de hauteur H=1m, partiellement rempli d'eau. On constate que l'intensité du son varie en fonction de la hauteur d'eau contenue dans le cylindre, et qu'il existe des hauteurs H_n d'eau pour lesquelles l'intensité du son est maximale. Déterminer les expressions puis les valeurs numériques des H_n.

Exercice 12 : Battements 💣 ★ ★ ★

En sommant deux signaux sinusoïdaux d'amplitude proches, on obtient le signal suivant.

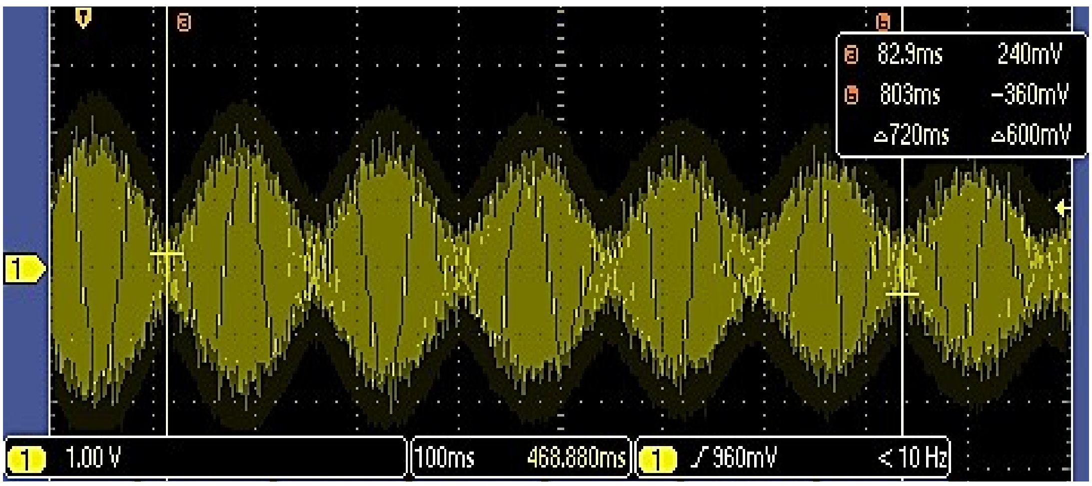


1 Déterminer graphiquement la période des battements.

2 Déterminer la différence de fréquence entre les 2 signaux.

Exercice 13 : Battements (bis) 💣 ★ ★ ★

Un élève, dans le cadre d'un TP de physique, frappe en même temps et avec la même force sur deux diapasons de fréquences f_1 et f_2. Il enregistre le son produit en mode SINGLE à l'oscilloscope numérique et il obtient l'oscillogramme ci-contre.



1 Déterminer à l'aide de cet oscillogramme la différence de fréquence entre les deux diapasons. On pourra se servir des curseurs positionnés par l'élève.

2 Comment l'élève pourrait-il faire pour remonter aux valeurs des fréquences f_1 et f_2 ?