

Samedi 17 janvier 2026

DEVOIR SURVEILLÉ DE PHYSIQUE N°4

**Oscillateurs amortis
résonance, filtrage et montage à ALI**



Durée de l'épreuve : 2 heures.

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est autorisé.

L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous semblent pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

- Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une **barre en marge**. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix, la cohérence des résultats obtenus et de les illustrer le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Problème 1: Faire exploser un verre avec sa voix

Dans le vingt-et-unième album de la série Les Aventures de Tintin, intitulé Les Bijoux de la Castafiore, cette dernière est en mesure de faire exploser un verre par la simple utilisation de sa voix. Le présent sujet se penche sur les aspects physiques de ce phénomène. Nous tenterons ainsi de déterminer les circonstances dans lesquelles il est effectivement possible de réaliser une telle prouesse et nous nous pencherons sur les rôles joués par les différents paramètres physiques susceptibles d'influer sur ces circonstances. Ce sujet comporte un document réponse à rendre avec la copie. Ce document contient un texte sur le laser

Un verre à pied, d'un diamètre de 12 cm, est frappé, à l'instant $t = 0$, au niveau du bord supérieur à l'aide d'un petit marteau. Le son émis est enregistré par ordinateur. Son analyse spectrale peut alors être réalisée à tout moment de l'enregistrement

La figure 3 représente le chronogramme de cet enregistrement et la figure 4 une analyse spectrale réalisée peu après le début de l'enregistrement.

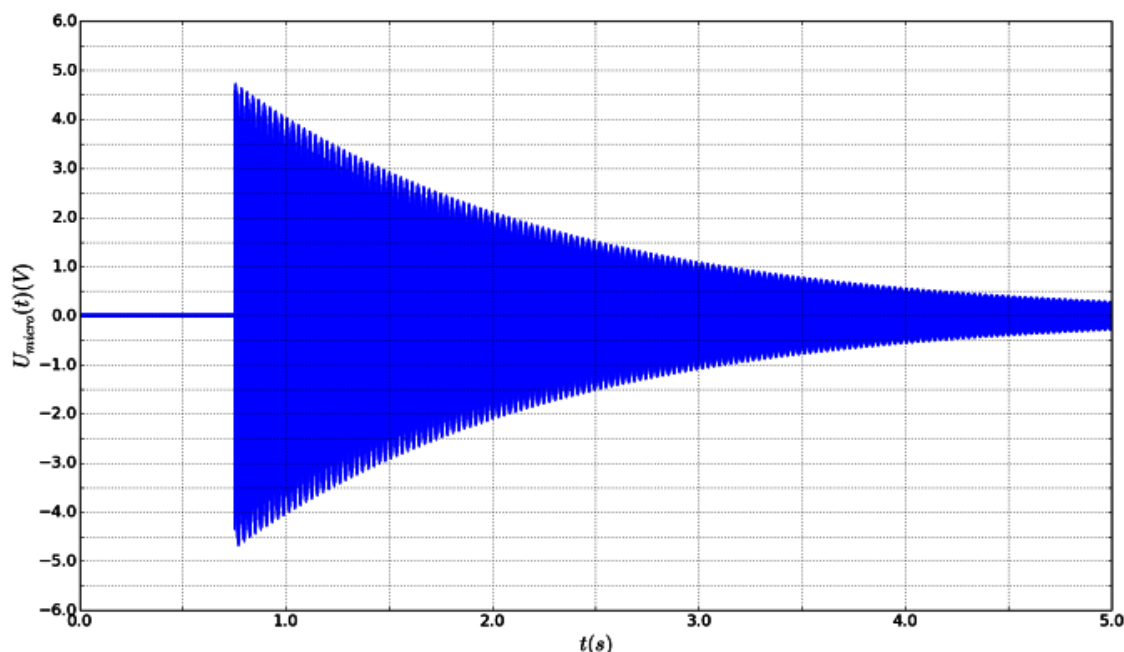


Figure 3 Chronogramme de l'enregistrement sonore du verre

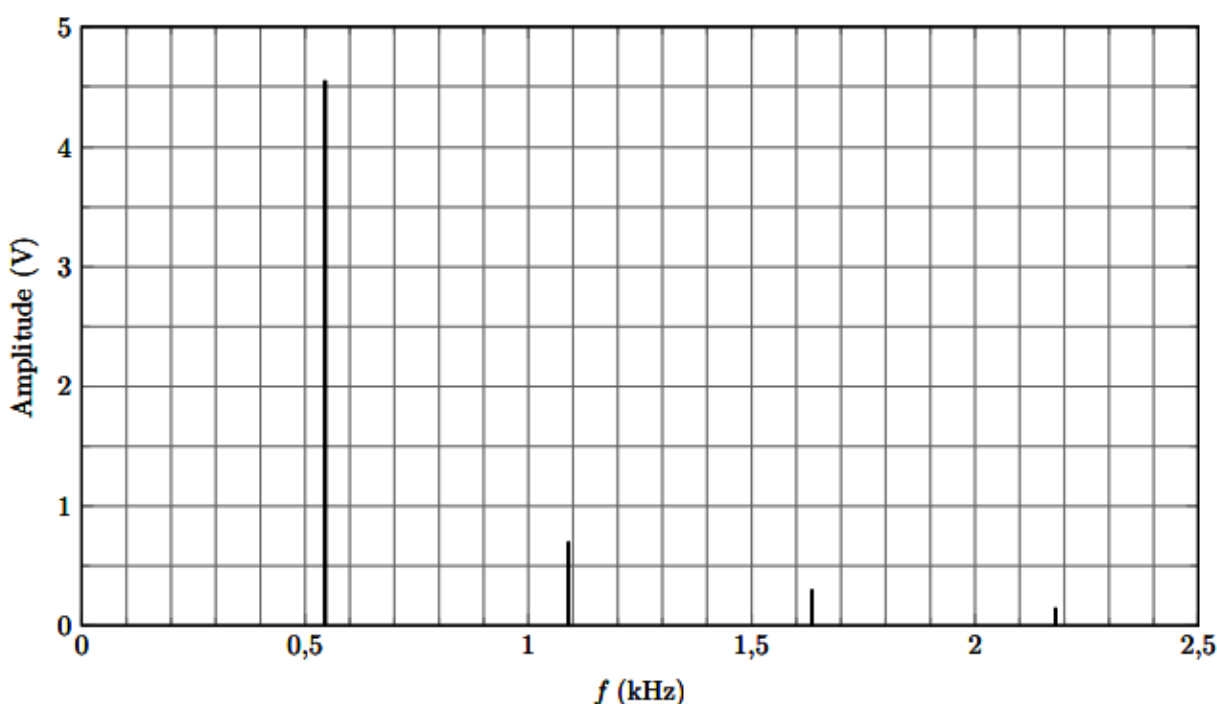


Figure 4 Analyse spectrale du son réalisée peu après la frappe du verre

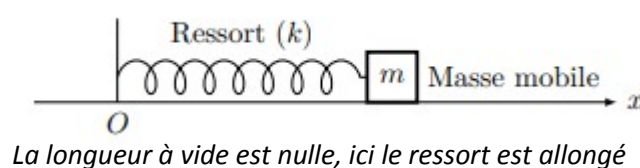
Les « pics » représentés dans les analyses spectrales correspondent à des modes propres de vibration du verre.

Q1 Quelle est la fréquence du signal enregistré ?

Q2. Nous avons nommé les modes propres « harmoniques » dans le cours. Donner les fréquences des différents modes propres. Elles sont liées par une relation simple ; laquelle ?

Estimation du facteur de qualité Q

Quand le verre est en vibration, son bord supérieur oscille autour de sa position au repos. Afin d'estimer le facteur de qualité du verre, on le modélise par une masse m mobile sur l'axe (Ox) horizontal associée à un ressort de raideur k , de **longueur à vide nulle**. Les frottements seront, quant à eux, modélisés par un frottement fluide de type $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ où \vec{v} est le vecteur vitesse et m la masse



Q3 Montrer que l'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle de $x(t)$ s'écrit de la façon suivante, avec ω_0 et Q deux constantes que l'on exprimera en fonction de α , k et m :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Q4 Quelle est la signification physique de ω_0 et de Q ? Quelles sont les unités de ces deux grandeurs ?

Q5 D'après la figure 3, que peut-on déduire sur la valeur de Q ?

Q6 Compte tenue de la réponse à la question précédente détermine l'expression approchée de la solution $x(t)$ avec les conditions initiales $x(0) = 0$ et $\frac{dx}{dt}(0) = V_0$. Représenter son allure.

Dans la suite de l'expérience, on va chercher à mettre en résonance le verre à l'aide d'une excitation sinusoïdale.

On souhaite étudier plus finement la réponse en amplitude du verre au voisinage de la fréquence de résonance du mode 1 précédemment déterminée. Un hautparleur relié à un générateur basse fréquence produit une onde sonore sinusoïdale de fréquence f . Le verre, placé à proximité du hautparleur (figure 7), est ainsi placé en régime sinusoïdal forcé.

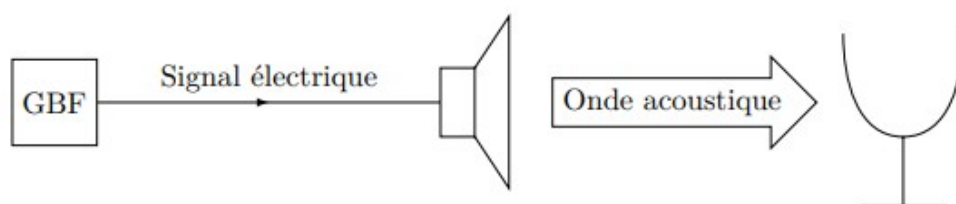


Figure 7

L'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle de $x(t)$ est alors de la forme suivante, avec $\omega = 2\pi f$ la pulsation et Φ la phase du signal acoustique délivré par le générateur basse fréquence :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = A_0 \cos(\omega t + \Phi)$$

En régime sinusoïdal forcé, la solution est de la forme $x(t) = X \cos(\omega t + \Phi)$. Comme en électrocinétique, on introduit la grandeur complexe associée $\underline{x}(t) = \underline{X}_0 \exp(j\omega t)$ avec $j^2 = -1$.

Q7 Comment nomme-t-on la grandeur \underline{X}_0 ? Que représente son module, son argument ?

Q8 Établir l'expression du module de \underline{X}_0 en fonction de ω , ω_0 , A_0 et Q .

Q9 À partir d'une étude qualitative, justifier le numéro de graphe de la figure 8 compatible avec le tracé du module de \underline{X}_0 en fonction de la pulsation ω

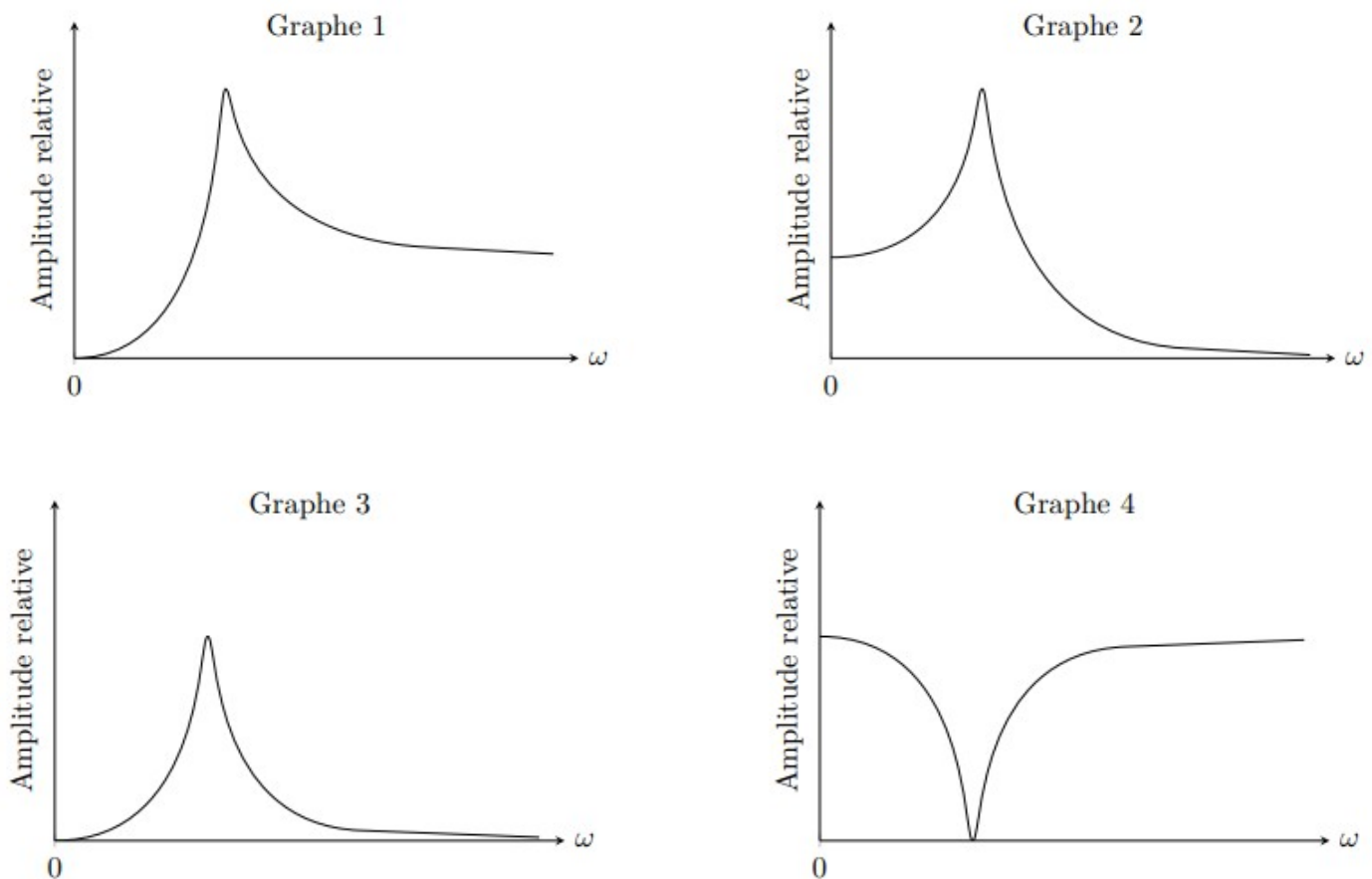


Figure 8 Module de \underline{X} en fonction de ω

Q10 À quelle condition sur le facteur de qualité peut-on envisager une résonance d'amplitude ? On note Q_0 la valeur limite de Q permettant de vérifier cette condition.

Q11 Dans le cas d'une résonance d'amplitude, exprimer la pulsation correspondante, notée ω_R en fonction de ω_0 et Q . Dans la suite, on suppose $Q \gg Q_0$.

Q12 Montrer qu'on a alors ω_R environ égale à ω_0 .

Q 13. On note X_R le module de \underline{X}_0 pour $\omega = \omega_R$. Établir son expression en fonction de ω_0 , A_0 et Q en supposant ω_R environ égale à ω_0 .

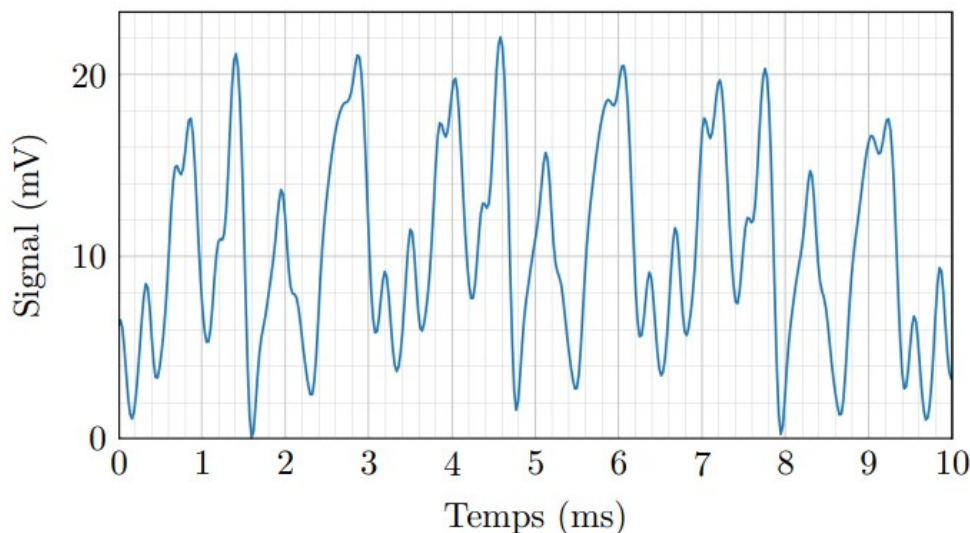
Q14 Définir les pulsations de coupure ω_1 et ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$) du module de \underline{X}_0 .

Q15 Rappeler la relation liant ω_0 , Q et la bande passante $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ (on suppose qu'il est le même que pour la résonance en intensité étudié dans le cours)

Q16 Sur le **Document annexe à rendre avec la copie**, réaliser une construction graphique permettant de déterminer la valeur numérique de Q . Si $A_0 = 0,1\text{mm}$ que vaut l'amplitude réelle à la résonance X_R ? Conclure sur la possibilité de détruire le verre.

Problème 2: Filtrage d'un signal musical

La figure ci-dessous montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique



Q1 Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.

Q2 Détermine un ordre de grandeur de la fréquence de ce signal

Q3. L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier.

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 10 (filtre (Fa)).

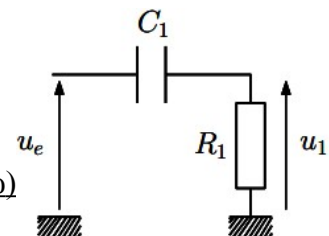
Q4 En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert $H_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1 , C_1 et de la pulsation ω du signal.

Q5 De quel type de filtre s'agit-il ? Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification

Q6 On pose $x = \omega / \omega_1$. Construire le diagramme de Bode, réponses en gain (en dB) $G_{dB} = f(x)$ en échelle logarithmique et préciser les asymptotes.

Q7 On a choisi $R_1 = 100\text{ k}\Omega$ et $C_1 = 100\text{ nF}$. Calculer la fréquence de coupure f_1 à -3 dB de ce filtre.

Figure 10- filtre(Fa)



Q8 On considère un signal d'entrée de la forme $e(t) = E_0 + E_1 \cos(\omega t) + E_{10} \cos(10 \omega t)$

Avec $E_0 = 10 \text{ mV}$, $E_1 = 6 \text{ mV}$, $E_{10} = 1 \text{ mV}$ et $\omega = 2000 \text{ rad/s}$. Donner l'expression du signal en sortie du filtre sous la forme $s(t) = s_0 + s_1 \cos(\omega t + \Phi_1) + s_{10} \cos(10 \omega t + \Phi_{10})$

en précisant les valeurs numériques de s_0 , s_1 et s_{10} . On ne cherchera pas à calculer Φ_1 et Φ_2

Q9 Au vu des réponses aux question 1,2 et 8 quel est le rôle de ce premier filtre ?

Amplification (légèrement) sélective

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

Soit le filtre de la figure 11(a).

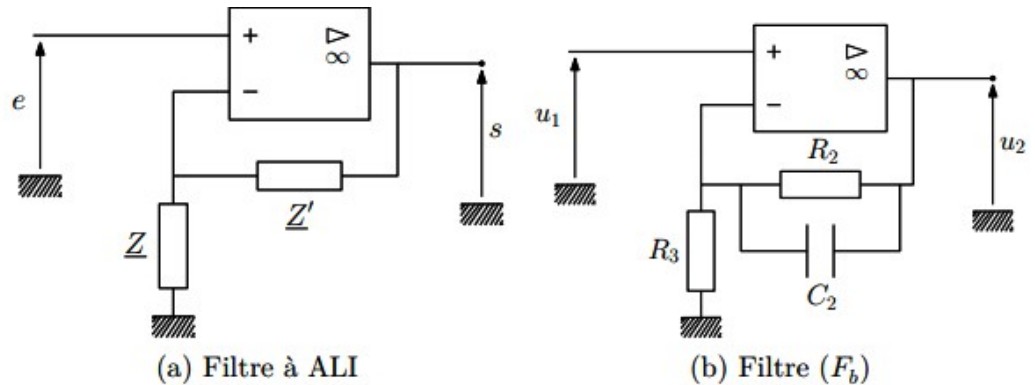


Figure 11 : filtres à ALI et filtre (F_b)

Q10. Exprimer sa fonction de transfert \underline{H} en fonction de \underline{Z} et \underline{Z}'

Q11. Que devient \underline{H} si \underline{Z} et \underline{Z}' sont des résistances ($\underline{Z} = R$, $\underline{Z}' = R'$) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

En sortie du filtre de la figure 10 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 11(b) (filtre (F_b))

Q12. Quelle est l'impédance \underline{Z}_{eq} de la branche constituée par R_2 en parallèle avec C_2 ?

Q13. Dédurre de la question 9 l'expression de la fonction de transfert \underline{H}_2 de ce filtre en fonction de R_2 , R_3 et C_2 . Mettre \underline{H}_2 sous la forme

$$\underline{H}_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2}$$

Q14 Quelle est la limite de $|\underline{H}_2|$ en basse fréquence ? en haute fréquence ?

Q 15. Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à ω_2 si $R_2 = 680 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 60 \text{ k}\Omega$ et $C_2 = 470 \text{ pF}$ ainsi que son gain G_0 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

FIN

NOM :

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

