

---

Lycée Jean Perrin

Filière PCSI

Samedi 24 janvier 2025

# DEVOIR SURVEILLÉ DE PHYSIQUE N°4

**Oscillateurs amortis  
résonance, filtrage et montage à ALI**



Durée de l'épreuve : 2 heures.

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est autorisé.

L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous semblent pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

- Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une **barre en marge**. Il est alors demandé d'explicitement la démarche, les choix, la cohérence des résultats obtenus et de les illustrer le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

### Problème 1: Faire exploser un verre avec sa voix

Dans le vingt-et-unième album de la série Les Aventures de Tintin, intitulé Les Bijoux de la Castafiore, cette dernière est en mesure de faire exploser un verre par la simple utilisation de sa voix. Le présent sujet se penche sur les aspects physiques de ce phénomène. Nous tenterons ainsi de déterminer les circonstances dans lesquelles il est effectivement possible de réaliser une telle prouesse et nous nous pencherons sur les rôles joués par les différents paramètres physiques susceptibles d'influer sur ces circonstances. Ce sujet comporte un document réponse à rendre avec la copie. Ce document contient un texte sur le laser

Un verre à pied, d'un diamètre de 12 cm, est frappé, à l'instant  $t = 0$ , au niveau du bord supérieur à l'aide d'un petit marteau. Le son émis est enregistré par ordinateur. Son analyse spectrale peut alors être réalisée à tout moment de l'enregistrement

La figure 3 représente le chronogramme de cet enregistrement et la figure 4 une analyse spectrale réalisée peu après le début de l'enregistrement.

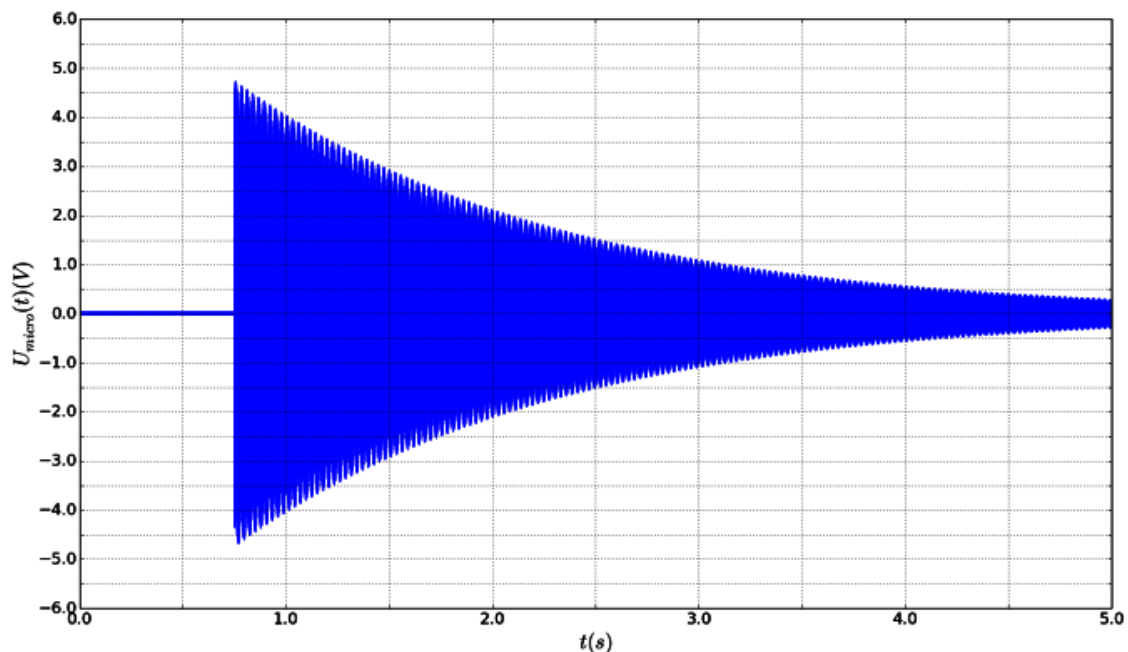


Figure 3 Chronogramme de l'enregistrement sonore du verre

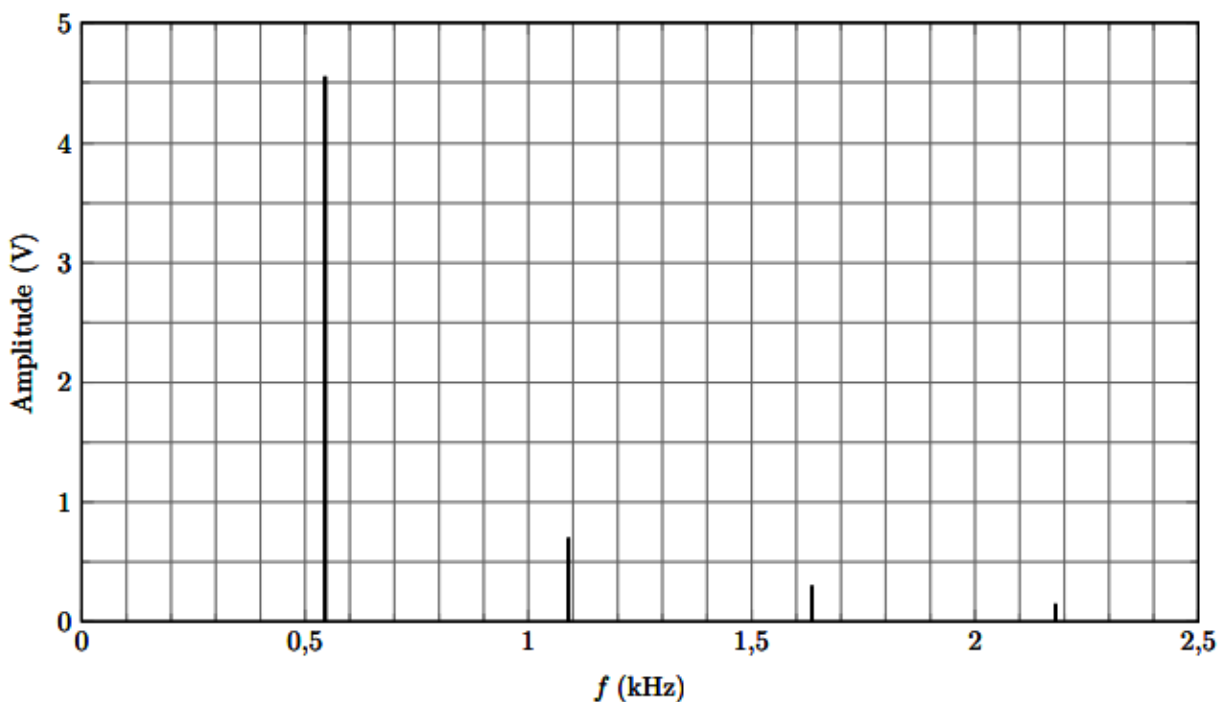


Figure 4 Analyse spectrale du son réalisée peu après la frappe du verre

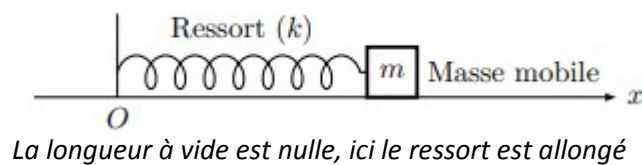
Les « pics » représentés dans les analyses spectrales correspondent à des modes propres de vibration du verre.

**Q1** Quelle est la fréquence du signal enregistré ?

**Q2.** Nous avons nommé les modes propres « harmoniques » dans le cours. Donner les fréquences des différents modes propres. Elles sont liées par une relation simple ; laquelle ?

Estimation du facteur de qualité  $Q$

Quand le verre est en vibration, son bord supérieur oscille autour de sa position au repos. Afin d'estimer le facteur de qualité du verre, on le modélise par une masse  $m$  mobile sur l'axe ( $Ox$ ) horizontal associée à un ressort de raideur  $k$ , de **longueur à vide nulle**. Les frottements seront, quant à eux, modélisés par un frottement fluide de type  $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$  où  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse et  $m$  la masse



**Q3** Montrer que l'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle de  $x(t)$  s'écrit de la façon suivante, avec  $\omega_0$  et  $Q$  deux constantes que l'on exprimera en fonction de  $\alpha$ ,  $k$  et  $m$  :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

**Q4** Quelle est la signification physique de  $\omega_0$  et de  $Q$  ? Quelles sont les unités de ces deux grandeurs ?

**Q5** D'après la figure 3, que peut-on déduire sur la valeur de  $Q$  ?

**Q6** Compte tenu de la réponse à la question précédente détermine l'expression approchée de la solution  $x(t)$  avec les conditions initiales  $x(0) = 0$  et  $\frac{dx}{dt}(0) = V_0$ . Représenter son allure.

Dans la suite de l'expérience, on va chercher à mettre en résonance le verre à l'aide d'une excitation sinusoïdale.

On souhaite étudier plus finement la réponse en amplitude du verre au voisinage de la fréquence de résonance du mode 1 précédemment déterminée. Un hautparleur relié à un générateur basse fréquence produit une onde sonore sinusoïdale de fréquence  $f$ . Le verre, placé à proximité du hautparleur (figure 7), est ainsi placé en régime sinusoïdal forcé.

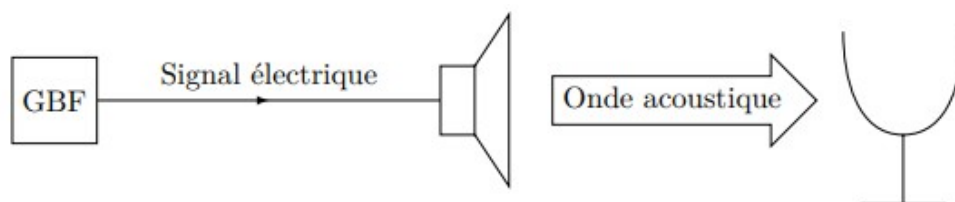


Figure 7

L'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle de  $x(t)$  est alors de la forme suivante, avec  $\omega = 2\pi f$  la pulsation et  $\Phi$  la phase du signal acoustique délivré par le générateur basse fréquence :

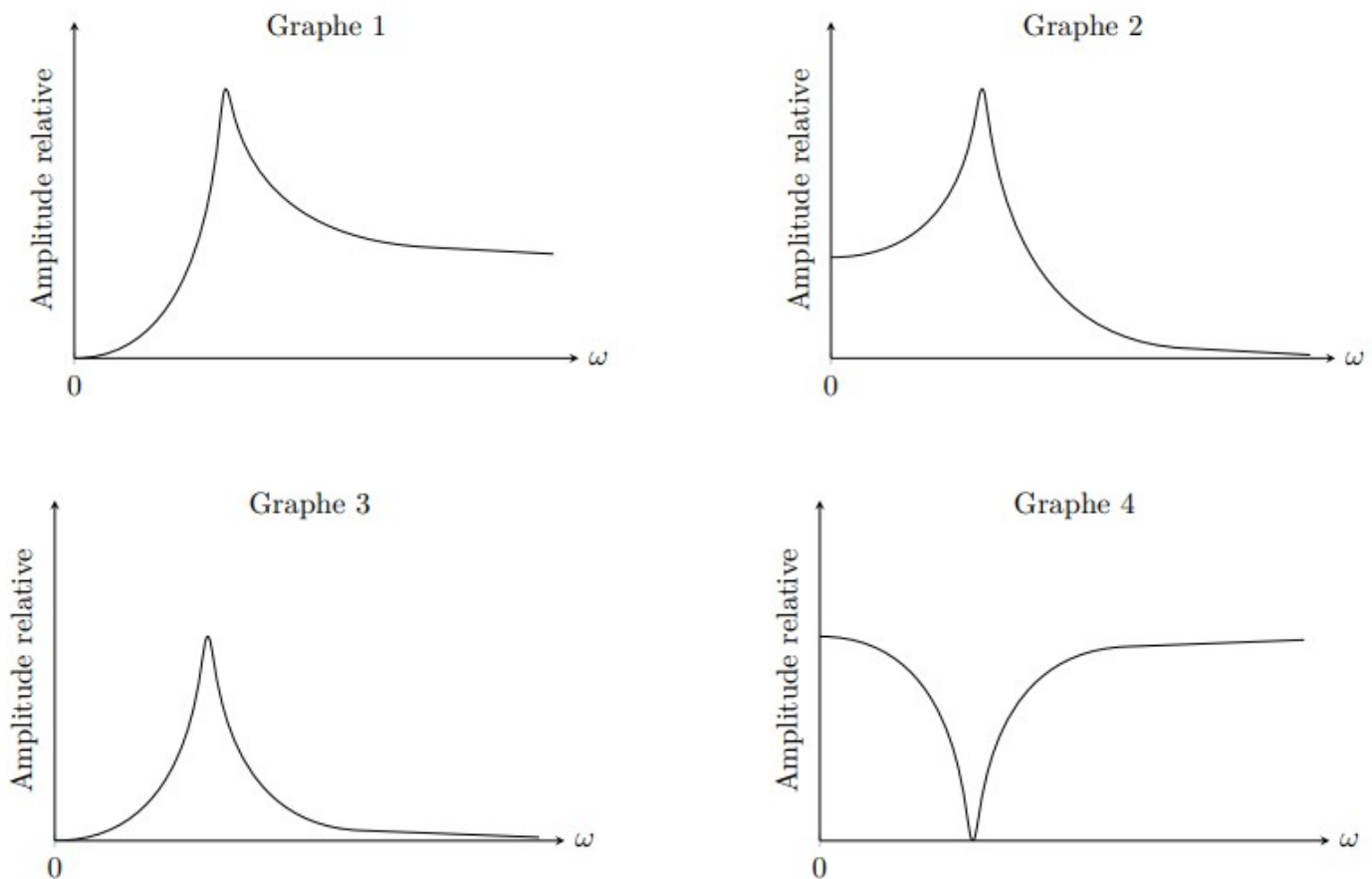
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = A_0 \cos(\omega t + \Phi)$$

En régime sinusoïdal forcé, la solution est de la forme  $x(t) = X \cos(\omega t + \Phi)$ . Comme en électrocinétique, on introduit la grandeur complexe associée  $\underline{x}(t) = \underline{X}_0 \exp(j\omega t)$  avec  $j^2 = -1$ .

**Q7** Comment nomme-t-on la grandeur  $\underline{X}_0$ ? Que représente son module, son argument ?

**Q8** Établir l'expression du module de  $\underline{X}_0$  en fonction de  $\omega$ ,  $\omega_0$ ,  $A_0$  et  $Q$ .

**Q9** À partir d'une étude qualitative, justifier le numéro de graphe de la figure 8 compatible avec le tracé du module de  $\underline{X}_0$  en fonction de la pulsation  $\omega$



**Figure 8** Module de  $\underline{X}$  en fonction de  $\omega$

**Q10** À quelle condition sur le facteur de qualité peut-on envisager une résonance d'amplitude ? On note  $Q_0$  la valeur limite de  $Q$  permettant de vérifier cette condition cette condition.

**Q11** Dans le cas d'une résonance d'amplitude, exprimer la pulsation correspondante, notée  $\omega_R$  en fonction de  $\omega_0$  et  $Q$ . Dans la suite, on suppose  $Q \gg Q_0$ .

**Q12** Montrer qu'on a alors  $\omega_R$  environ égale à  $\omega_0$ .

**Q 13.** On note  $X_R$  le module de  $\underline{X}_0$  pour  $\omega = \omega_R$ . Établir son expression en fonction de  $\omega_0$ ,  $A_0$  et  $Q$  en supposant  $\omega_R$  environ égale à  $\omega_0$ .

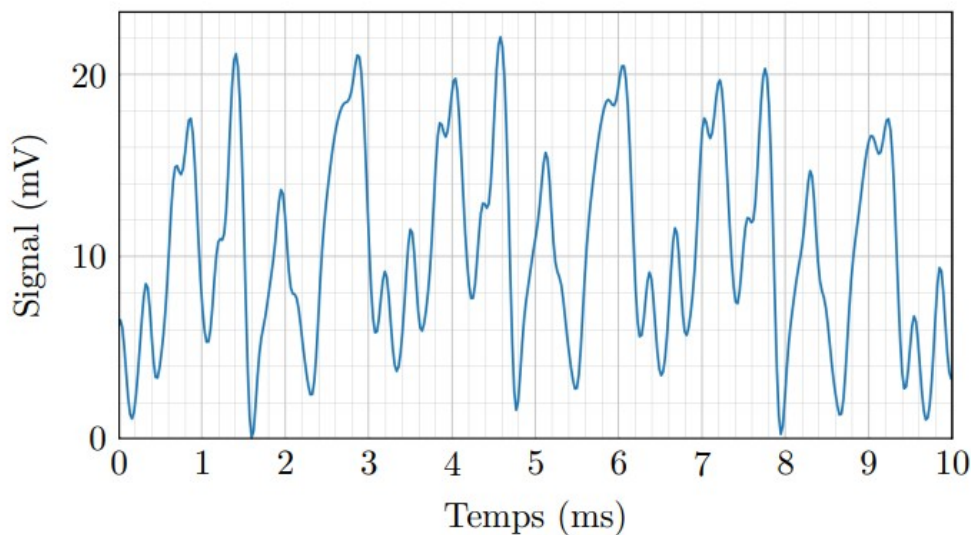
**Q14** Définir les pulsations de coupure  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ) du module de  $\underline{X}_0$ .

**Q15** Rappeler la relation liant  $\omega_0$ ,  $Q$  et la bande passante  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  (on suppose qu'il est le même que pour la résonance en intensité étudié dans le cours)

**Q16** Sur le **Document annexe à rendre avec la copie**, réaliser une construction graphique permettant de déterminer la valeur numérique de  $Q$ . Si  $A_0 = 0,1\text{mm}$  que vaut l'amplitude réelle à la résonance  $X_R$ ? Conclure sur la possibilité de détruire le verre.

## Problème 2: Filtrage d'un signal musical

La figure ci-dessous montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique



**Q1** Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.

**Q2** Détermine un ordre de grandeur de la fréquence de ce signal

**Q3.** L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier.

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 10 (filtre ( $Fa$ )).

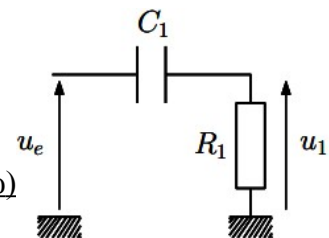
**Q4** En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert  $\underline{H}_1(j\omega)$  de ce filtre en fonction de  $R_1$ ,  $C_1$  et de la pulsation  $\omega$  du signal.

**Q5** De quel type de filtre s'agit-il ? Faire apparaître une pulsation caractéristique  $\omega_1$  en fonction de  $R_1$  et  $C_1$  et préciser sa signification

**Q6** On pose  $x = \omega / \omega_1$ . Construire le diagramme de Bode, réponses en gain (en dB)  $G_{dB} = f(x)$  en échelle logarithmique et préciser les asymptotes.

**Q7** On a choisi  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 100 \text{ nF}$ . Calculer la fréquence de coupure  $f_1$  à  $-3 \text{ dB}$  de ce filtre.

Figure 10- filtre( $Fa$ )



**Q8** On considère un signal d'entrée de la forme  $e(t) = E_0 + E_1 \cos(\omega t) + E_{10} \cos(10 \omega t)$

Avec  $E_0 = 10 \text{ mV}$ ,  $E_1 = 6 \text{ mV}$ ,  $E_{10} = 1 \text{ mV}$  et  $\omega = 2000 \text{ rad/s}$ . Donner l'expression du signal en sortie du filtre sous la forme  $s(t) = s_0 + s_1 \cos(\omega t + \Phi_1) + s_{10} \cos(10 \omega t + \Phi_{10})$

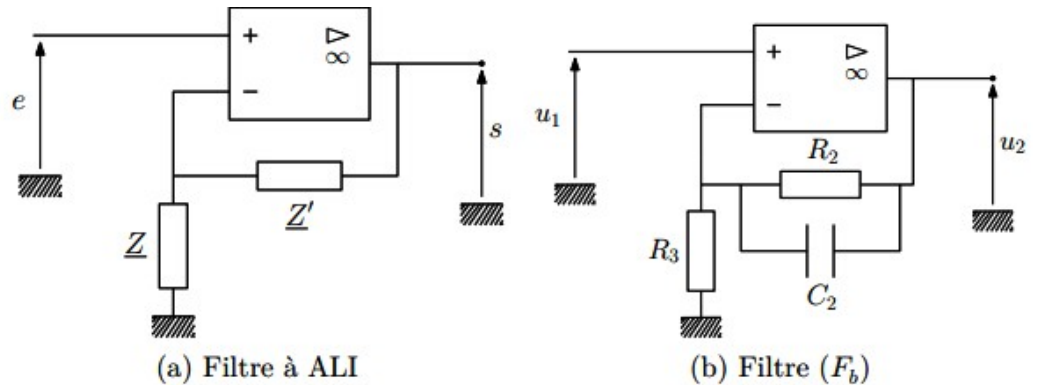
en précisant les valeurs numériques de  $s_0$ ,  $s_1$ ,  $s_{10}$ . On ne cherchera pas à calculer  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$

**Q9** Au vu des réponses aux question 1,2 et 8 quel est le rôle de ce premier filtre ?

### Amplification (légèrement) sélective

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

Soit le filtre de la figure 11(a).



**Figure 11 : filtres à ALI et filtre ( $F_b$ )**

**Q10.** Exprimer sa fonction de transfert  $\underline{H}$  en fonction de  $\underline{Z}$  et  $\underline{Z}'$

**Q11.** Que devient  $\underline{H}$  si  $\underline{Z}$  et  $\underline{Z}'$  sont des résistances ( $\underline{Z} = R$ ,  $\underline{Z}' = R'$ ) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

En sortie du filtre de la figure 10 le signal  $u_1(t)$  est envoyé sur le filtre de la figure 11(b) (filtre ( $F_b$ ))

**Q12.** Quelle est l'impédance  $\underline{Z}_{\text{eq}}$  de la branche constituée par  $R_2$  en parallèle avec  $C_2$  ?

**Q13.** Dédurre de la question 9 l'expression de la fonction de transfert  $\underline{H}_2$  de ce filtre en fonction de  $R_2$ ,  $R_3$  et  $C_2$ . Mettre  $\underline{H}_2$  sous la forme

$$\underline{H}_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2}$$

**Q14** Quelle est la limite de  $|\underline{H}_2|$  en basse fréquence ? en haute fréquence ?

**Q 15.** Calculer numériquement la fréquence caractéristique  $f_2$  correspondant à  $\omega_2$  si  $R_2 = 680 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 60 \text{ k}\Omega$  et  $C_2 = 470 \text{ pF}$  ainsi que son gain  $G_0$ . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

FIN

NOM :

## ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

