TD15 – APPROCHE ÉNERGETIQUE DU MOUVEMENT D'UN POINT MATERIEL

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

1 Définir la puissance d'une force appliquée en un point M animé d'une vitesse $\vec{v}$ dans le référentiel $\mathfrak{R}$.

2 Exprimer le travail élémentaire δW d'une force $\vec{F}$ de deux façons différentes pendant un intervalle de temps dt (d'abord en fonction de sa puissance, puis en fonction du déplacement élémentaire $d\overrightarrow{OM}$).

3 Exprimer sans démonstration le travail W_{AB} d'une force $\vec{F}$ de trois façons différentes :
a. en fonction de δW ; b. en fonction de $\vec{F}$ et $d\overrightarrow{OM}$; c. en utilisant la notion de puissance.

4 Etablir l'expression du travail W_{AB} d'une force $\vec{F}$ constante sur le chemin AB. Commenter.

5 Etablir l'expression du travail du poids sur un chemin AB. Commenter.

6 Enoncer puis démontrer le théorème de la puissance cinétique.

7 Enoncer puis démontrer le théorème de l'énergie cinétique.

8 Définir une force conservative.

9 Etablir l'expression de l'énergie potentielle :
a. de pesanteur ; b. gravitationnelle ; c. élastique ;

10 Soit M une masse m soumise à une force conservative $\vec{F}$(M) = F(x)$\vec{e}_x$.

a Montrer qu'à la position d'équilibre x_{eq}, $\frac{dE_p}{dx}=0$.

b Montrer qu'un minimum (respectivement un maximum) d'énergie potentielle correspond à une position d'équilibre stable (respectivement instable). Quel est pour chaque cas le signe de $\frac{d^2E_p}{dx^2}$ en x_{eq} ?

c Montrer que, si on écarte légèrement une masse m de sa position d'équilibre stable, son mouvement est celui d'un oscillateur harmonique.

11 On considère un système dont l'énergie potentielle varie selon x comme décrit sur le graphe d'énergie potentielle ci-contre (à droite). Expliquer des différents types de mouvements possibles en fonction de la valeur de l'énergie mécanique du système.

12 On considère un mobile de masse m arrivant contre une **barrière de potentiel** . Expliquer les différents types de mouvements possibles en fonction de la valeur de l'énergie mécanique du système et de la hauteur de la barrière E_{bar}.

13 Énoncer puis démontrer le théorème de l'énergie mécanique (pour un système soumis uniquement à des forces conservatives, puis dans le cas général).

14 Retrouver l'équation du mouvement d'un pendule simple en utilisant le théorème de l'énergie mécanique.

Exercice 2 (Marsupilami) 💣 ★ ★

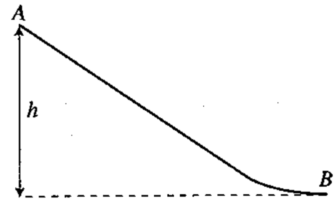
Le Marsupilami est un animal de bande dessinée créé par Franquin. Ses capacités physiques sont remarquables, en particulier grâce à sa queue qui possède une force importante : le Marsupilami peut notamment sauter en enroulant sa queue comme un ressort entre lui et le sol.

On note l_0 = 2 m la longueur à vide du ressort équivalent à la queue du Marsupilami. Lorsqu'il est complètement comprimé, la longueur minimale du ressort est lm = 50 cm. On supposera que le Marsupilami pèse 50 kg et que sa queue quitte le sol lorsque le ressort mesure l_0.

1 - Déterminer la constante de raideur de la queue du Marsupilami s'il est capable de sauter jusqu'à une hauteur h = 10 m.

2 - Quelle est la vitesse du Marsupilami lorsque sa queue quitte le sol ?

Exercice 3 (simple mais important) : Saut à ski ★ ★ ★



On considère un pratiquant de saut à ski de masse m = 75kg (équipé) qui s'élance sur un tremplin. Il part sans élan du sommet A de la piste et parcourt la distance e=100m jusqu'à la tête du tremplin B d'où il saute. Au cours de la prise d'élan, il descend d'une dénivellation h = 50m. Pour des raisons de sécurité, la vitesse du sauteur en B ne doit pas dépasser v_{MAX}=30m.s^{-1}.

1 Dans cette question, on néglige les frottements (solides et fluides) devant les autres forces. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer puis calculer v_B. Les conditions de sécurité sont-elles respectées ?

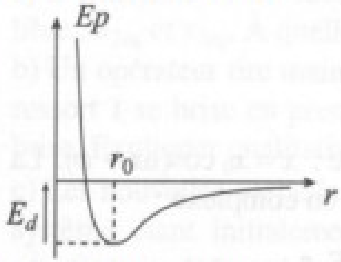
2 Lors d'un essai, les responsables de la sécurité mesurent v_B =25m.s^{-1}. La force de frottements fluides est donc à prendre en compte. On néglige toujours la force de frottements solides devant les autres forces. Exprimer puis calculer le travail de la force de frottements fluides sur le sauteur au cours de la descente du tremplin. Commenter son signe.

Exercice 4 : vibration d'une molécule diatomique ★ ★ ★

La molécule diatomique HCl est modélisée, selon un axe fixe, par deux masses ponctuelles distantes de r. Puisque l'atome de chlore est beaucoup plus lourd que celui d'hydrogène, il peut être considéré comme fixe et pris comme origine de l'axe (Or) ; seul le noyau d'hydrogène de masse m est alors susceptible de se déplacer, il subit l'énergie potentielle d'interaction :

$$E_p(r)=\frac{C}{r^n}-\alpha\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$ où C, α et n sont des constantes positives.

En l'absence de tout champ extérieur, la distance d'équilibre inter-atomique est r_0. L'énergie minimale à fournir pour dissocier cette molécule sera notée E_d.



1. Justifier que $E_p(r)$ a l'allure ci-contre et interpréter le premier terme de $E_p(r)$ comme un terme répulsif et le second comme un terme attractif.

2. Montrer que la position d'équilibre stable r_0 vérifie :

$$\frac{nC}{r_0^{n+1}}=\alpha\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2}$$

3. Montrer que, dans le cadre de l'approximation harmonique, les petites oscillations au voisinage de r_0 sont équivalentes à celles d'un oscillateur élastique de masse m et de raideur $k=n(n-1)\frac{C}{r_0^{n+2}}$

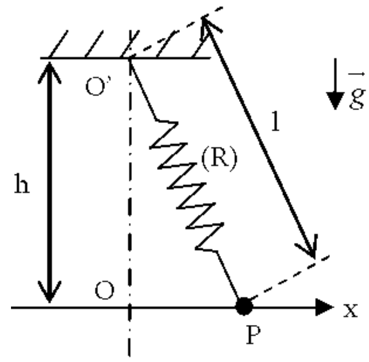
4. En déduire les expressions de la pulsation ω_0 des petites oscillations et de l'énergie de dissociation E_d.

5. Des mesures spectroscopiques permettent d'accéder expérimentalement à r_0, ω_0 et E_d. Calculer les valeurs des constantes C, α et n.
Données : m = 1,66.10^{-27} kg ; e = 1,6.10^{-19} C ; r_0 = 1,27.10^{-10} m ; ω_0 = 5,45.10^{14} rad.s^{-1} ; E_d = 400 kJ.mol^{-1}.

6. Expliquer pourquoi il est à priori envisageable de briser cette liaison avec une onde électromagnétique. À quelle longueur d'onde faudrait-il travailler ? De quel domaine du spectre des ondes électromagnétiques s'agit-il ?

7. En réalité il n'est pas si simple de briser la liaison de cette manière. Expliquer pourquoi en discutant la validité du modèle linéaire (dû à l'approximation harmonique).

Exercice 5 : Ressort et positions d'équilibre ★ ★



Un anneau P de masse m glisse sans frottements sur une tige horizontale. P reste solidaire de la tige, et est lié à un ressort (R) de raideur k, de longueur à vide l_0 et de masse négligeable devant celle de l'anneau. On place l'origine du repère sur la tige au point O. L'extrémité du ressort est fixée au point O' (fixe) On pose OP=x.

1 On considère que h< l_0
a. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle du système {R+P}.
b. Combien y a-t-il de positions d'équilibre? La (ou les) déterminer.
c. Discuter sa (ou leur) stabilité.

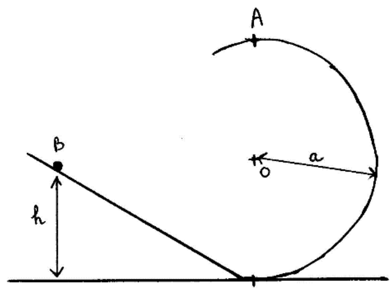
2 Mêmes questions dans le cas h> l_0.

Exercice 6 travail d'une force de frottement ★ ★ ★

Un mobile effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal, d'équation $x=A\cos(\omega t+\phi)$. Ce mobile subit l'action d'une force de frottement fluide $\vec{f}=-\alpha\vec{v}=-\alpha\dot{x}\vec{u}_x$.

1. Déterminer l'expression du travail élémentaire $\delta W(\vec{f})$.
2. En déduire, en fonction de A, α et ω, le travail de la force $\vec{f}$ au cours d'une période T. Vérifier l'homogénéité du résultat obtenu.

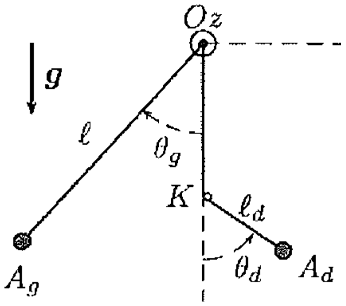
Exercice 7 : Looping dans une gouttière (résolution de problème) ★ ★ ★



Une gouttière a l'allure ci-contre. On lâche un point matériel M de masse m du point B avec une vitesse initiale nulle. Le mouvement se fait sans frottements et dans le plan vertical.

1. De quelle hauteur doit-on lâcher le point matériel pour qu'il effectue un tour complet du cercle intérieur, c'est-à-dire pour qu'il dépasse le point A ?

2. Pour quelles valeurs de h le point matériel quitte-t-il la gouttière dans la partie circulaire ? Dans ce cas, donner la relation entre h et le point de décollage z_D.



Exercice 8 : Pendule composé ★ ★

On considère un pendule asymétrique : un clou est fixé en K situé à 30 cm en dessous du point O (cf figure ci-dessous). Ainsi, à gauche de la verticale, le pendule se balance selon une rotation du tronçon OA_g du fil autour de O ; à droite, c'est le tronçon KA_d, de longueur ℓ_d, qui tourne autour de K. On note θ l'angle que forme le pendule avec la verticale à gauche et θ_d l'angle des oscillations à droite de OK.

1 Déterminer l'énergie potentielle de pesanteur E_{ppg} pour les oscillations à gauche, l'énergie potentielle de pesanteur E_{ppd} pour les oscillations à droite. Tracer la courbe $E_{pp}(\theta)$ en prenant $\theta=\theta_g$ lorsque $\theta<0$ et $\theta=\theta_d$ lorsque $\theta>0$.

On prendra comme référence d'énergie potentielle la position basse du pendule (Ep=0 lorsque $\theta=\theta_g=\theta_d=0$).

2 Déduire de cette courbe les positions d'équilibre du pendule et la nature de ces équilibres.

3 Déduire de la courbe d'énergie potentielle la nature du mouvement en fonction de la valeur de l'énergie mécanique initiale.

4 Déterminer l'énergie mécanique pour les oscillations à gauche. En déduire l'équation du mouvement pour les oscillations à gauche.

5 Déterminer l'énergie mécanique pour les oscillations à droite, puis l'équation du mouvement pour les oscillations à droite.

6 Quelle est la période d'une oscillation complète pour des mouvements de faible amplitude ?

7 Comparer les altitudes maximales atteintes à gauche et à droite. En déduire quel sera le mouvement de plus grande amplitude angulaire.

Exercice 9 : remonte pente (résolution de problème) 💣 💣 💣 ★ ★

Un remonte-pente est constitué d'un câble auquel les skieurs s'accrochent pour remonter. Déterminer la puissance du moteur qui entraîne le câble.
Longueur totale du câble : 200 m ; .
→ Distance séparant deux skieurs : 5 m ; .
→ Dénivelé entre les extrémités du câble : 5 m ; .
→ Vitesse du câble : 5 km · h $^{-1}$.
→ Lorsque le ski glisse sur la neige, la réaction tangentielle $\vec{R}_T$ du sol sur le ski est reliée à la réaction normale $\vec{R}_N$ par :

$\|\vec{R}_T\| = f\,\|\vec{R}_N\|$ avec f =0,1