Problème : cordes vibrantes

1) Il s'agit d'ondes stationnaires.

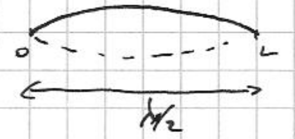
nœud : lieu de la corde où l'amplitude des oscillations est nulle.

ventre : lieu de la corde où l'amplitude des oscillations est maximale.

2) $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ donc $\boxed{[k] = m^{-1}}$ (ou $rad.m^{-1}$)

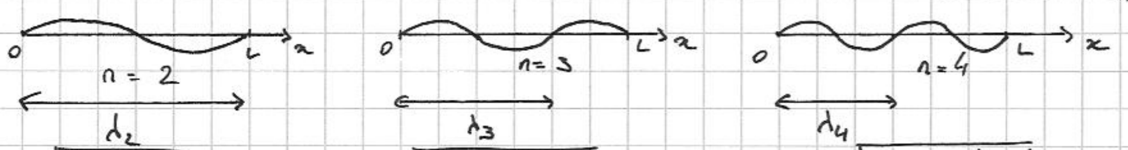
3) On a $\boxed{k = \omega / c}$. Or $k = 2\pi / \lambda$ et $\omega = 2\pi f$ donc

$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c}$ d'où $\boxed{\lambda = c/f}$

4) 

On constate que $\frac{\lambda_1}{2} = L$ d'où $\boxed{\lambda_1 = 2L}$

et comme $f_1 = \frac{c}{\lambda_1}$, on a aussi $\boxed{f_1 = \frac{c}{2L}}$

5) 

6) $\boxed{\lambda_2 = L}$ $\boxed{\lambda_3 = \frac{2L}{3}}$ $\boxed{\lambda_4 = \frac{L}{2}}$

$\boxed{f_2 = \frac{c}{L}}$ $\boxed{f_3 = \frac{3c}{2L}}$ $\boxed{f_4 = \frac{2c}{L}}$

7) On peut généraliser les résultats précédent pour le mode n :

$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$ et $\boxed{f_n = \frac{nc}{2L}}$

Puis, comme $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n}$ il vient $\boxed{k_n = \frac{n\pi}{L}}$

8) La fonction $y_3(x,t) = A_3 \sin(\omega_3 t)\sin(k_3 x)$ est tout le temps nulle dès que $\sin(k_3 x) = 0$ soit

$k_3 x_i = i\pi$ (avec i entier) $\Leftrightarrow \frac{3\pi}{L} x_i = i\pi$

$\Leftrightarrow x_i = i\frac{L}{3}$. Les positions des nœuds sont données

par $i = 0, 1, 2, 3$ soit $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{L}{3}$, $x_3 = \frac{2L}{3}$, $x_4 = L$ (4 nœuds)

9) $y(x,t) = A\sin(\omega t)\sin(kx) = \frac{A}{2}\cos(\omega t - kx) - \frac{A}{2}\cos(\omega t + kx)$

ce qui s'identifie à la formule proposée avec $\boxed{A' = \frac{A}{2}}$ et $\boxed{B' = \frac{-A}{2}}$

10) Cette écriture s'interprète comme la superposition de deux ondes progressives, l'une se propageant vers $+\vec{u}_x$ et l'autre vers $-\vec{u}_x$.

11) $\left[\sqrt{\frac{T}{\mu}}\right] = \sqrt{\frac{N}{kg.m^{-1}}} = \sqrt{\frac{kg.m.s^{-2}}{kg.m^{-1}}} = \sqrt{m^2.s^{-2}} = m.s^{-1}$ ce qui est bien la dimension de c.

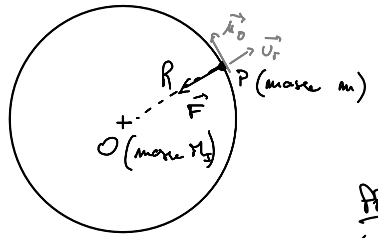
12) μ varie $\rightarrow$ c varie $\rightarrow$ $f_1 = \frac{c}{2L}$ varie (L constante et T constante)

13) $\nu_{12} = f_1 2^{12/12} = 2f_1 = 2\cdot\frac{c}{2L} = \frac{c}{2(L/2)}$ $\rightarrow$ il faut diviser la longueur par 2

$\rightarrow$ barrette au milieu de la corde.

La sonde Juno (Source : CCINP MP 2021)

1)



On étudie le syst {P} dans le réf. jupitérocentrique supposé galiléen.

PFD : $m\vec{a} = -\mathcal{G}\dfrac{M_J m}{R^2}\vec{u_r}$

$/\vec{u_r}$ $\quad -m\dfrac{v^2}{R_J} = -\mathcal{G}\dfrac{M_J m}{R^2}$ d'où $v = \sqrt{\dfrac{\mathcal{G}M_J}{R}}$

Le satellite parcourt la distance $2\pi R$ pendant la durée T à la vitesse v :

$2\pi R = vT \Rightarrow 4\pi^2 R^2 = \dfrac{\mathcal{G}M_J}{R}T^2 \Rightarrow \boxed{\dfrac{T^2}{R^3} = \dfrac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_J} = \text{cte}}$

3ème loi de Kepler

On obtient ainsi $M_J = \dfrac{4\pi^2}{\mathcal{G}}\dfrac{R^3}{T^2}$ AN : moyenne sur les 4 satellites :

$\underline{M_J = 1{,}90 \cdot 10^{27}\ \text{kg}}$

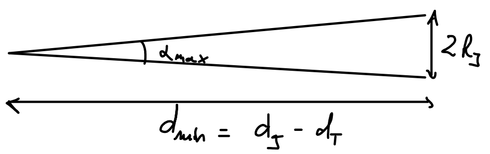
On trouve une valeur proche de celle du sujet (écart de 3,5 %)

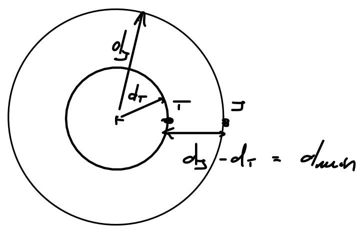
---

2) $\boxed{\rho = \dfrac{M_J}{4/3\,\pi R_J^3}}$ AN : $\rho = 1{,}3 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$

---

3)





L'angle α étant petit :

$\boxed{\alpha = \dfrac{2R_J}{d_J - d_T}}$ AN : $\underline{\alpha = 2{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{rad}}$

---

4) 3ème loi de Kepler : $\dfrac{T_J^2}{d_J^3} = \dfrac{T_T^2}{d_T^2} \left(= \dfrac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_{soleil}} \right)$

$\Rightarrow \boxed{T_J = T_T\left(\dfrac{d_J}{d_T}\right)^{3/2}}$ AN : $\underline{T_J = 4{,}33 \cdot 10^3\ \text{jours}}$ = 11 ans et 313 jours

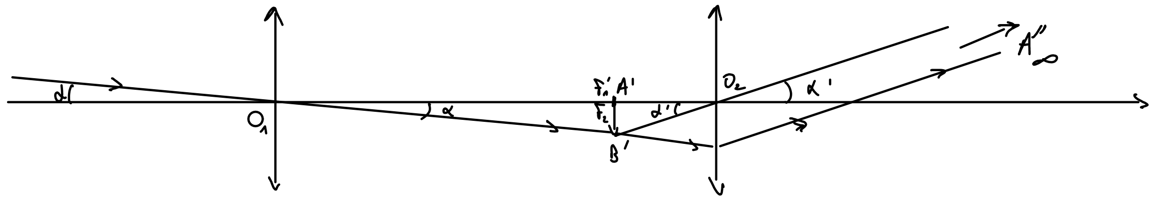
---

5) Pour que l'œil n'accommode pas, il faut que la lunette envoie une image à l'infini.

$A_\infty \xrightarrow{(L_1)} F_1' = F_2 \xrightarrow{(L_2)} A''_\infty$ il faut donc que $\underline{F_1' = F_2}$.

Les foyers F et F' de ce système sont à l'∞, il n'a donc pas de foyers : c'est un système afocal.

6) Conditions de Gauss : → les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique
→ les rayons sont peu écartés de l'axe optique au point d'incidence.



7) Les angles étant petits (cond. de Gauss) : $\alpha \simeq \tan\alpha$ et $\alpha' \simeq \tan\alpha'$

Ainsi $\alpha \simeq \frac{\overline{A'B'}}{f_1'}$ et $\alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{f_2'}$ d'où $\boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'}}$ AN : $G = 10$

Cela donne $\boxed{\alpha' = G\alpha} = 2{,}2 \cdot 10^{-3}$ rad $= 0{,}13° = 7{,}6'$

$\alpha' > \varepsilon_{oeil}$ donc Jupiter est observable alors qu'elle ne l'était pas à l'oeil nu ($\alpha = 0{,}76' < \varepsilon_{oeil}$).

8) Sur Terre : $E_c = \frac{1}{2} m v_\ell^2$ et $E_p = -\mathcal{G}\frac{M_T m}{R_T}$

À l'infini : $E_c \longrightarrow 0$ et $E_p \longrightarrow 0$

Conservation de E_m : $\frac{1}{2} m v_\ell^2 - \mathcal{G}\frac{M_T m}{R_T} = 0 + 0$

On obtient ainsi $\boxed{v_\ell = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}M_T}{R_T}}}$ AN. $v_\ell = 11 \cdot 10^3$ m/s

La marche à pied

I.1 – Marcher en montagne

Q1. Puissance d'une force : $P(\vec{F}) = \vec{F} . \vec{v}$

L'énoncé précise que « la réaction s'applique à chaque instant en un point de **vitesse nulle** ». On a par conséquent : $P(\vec{R}) = \vec{R} . \vec{0} = 0$

La puissance de la réaction du sol sur le pied est <u>nulle</u>.

Q2. Energie potentielle de pesanteur d'un point placé en I: $E_p = m\,g\,z_I + cste$

Q3. Energie cinétique du point I : $E_c = 1/2\,m\,v_I^2$

Or, au point A et au point B, le randonneur est à l'arrêt : $v_A = v_B = 0$.

On en déduit $E_c(A) = E_c(B) = 0$ et donc : $\Delta E_{c,\,AB} = 0$

Q4. L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et potentielle : $E_m = E_c + E_p$

On en déduit la variation d'énergie mécanique : $\Delta E_m = \Delta(E_c + E_p) = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 + \Delta E_p$

$$\Leftrightarrow \Delta E_{m,\,AB} = \Delta E_{p,AB} = E_p(B) - E_p(A) = m\,g\,z_B + cste - (m\,g\,z_A + cste)$$

$$\Longleftrightarrow \Delta E_{m,AB} = mg(z_B - z_A) = mgh$$

Q5. Application numérique (h correspond au dénivelé) : $\Delta E_{m,AB}(h = 1\,km) = 60 \times 10 \times 10^3 = 6 \times 10^5\ J$

Q6. Sans dénivelé, $h = 0$ et donc $\Delta E_{m,AB}(h = 0) = 0$.

$\Delta E_{m,AB}(h = 1\,km) > \Delta E_{m,AB}(h = 0)$ qui fait référence à la phrase d'introduction « marcher en montée est plus fatiguant que marcher à plat ».

Q7. Énergie dépensée dans une journée normale : $E_n = 12\,MJ$. Soit : $6 \times 10^5 / 12 \times 10^6 = 5\,\%$

5 % parait peu pour une randonnée de 3h. Il faut noter que les hypothèses utilisées pour calculer l'énergie nécessaire au randonneur sont très simplificatrices, ce qui peut expliquer ce faible résultat.

Q8. A priori la somme des deux énergies, soit 12,6 MJ.

erve.