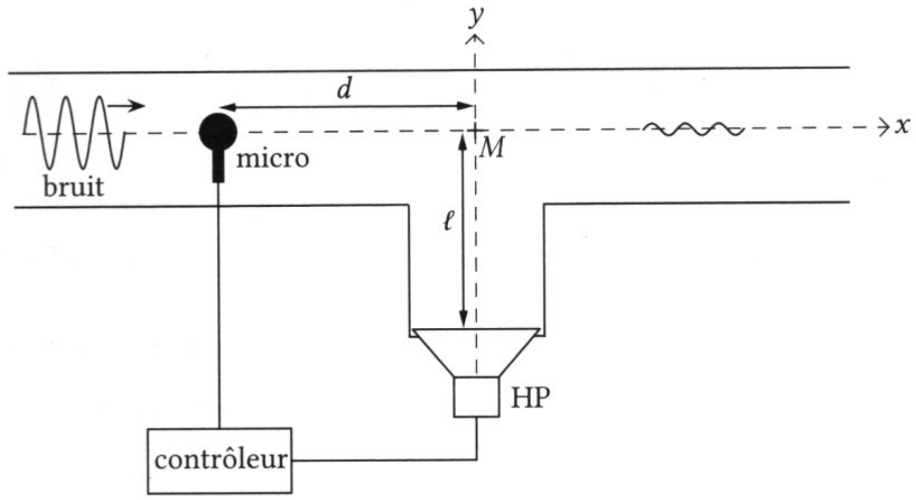
Devoir surveillé n°5

Durée : 2 h
La calculatrice **n'est pas autorisée.**
Le sujet comporte 4 pages et 3 problèmes indépendants. **Merci d'utiliser une copie par problème.**

Problème 1 : Réduction active de bruit

On considère une conduite dans laquelle est générée un bruit par un ventilateur ou une pompe. Afin d'éliminer ce bruit, on utilise un système actif représenté sur la figure ci-dessous. Le bruit est capté par un micro qui envoie un signal électrique vers le contrôleur. Le contrôleur traite en temps réel l'information venant du micro afin de piloter un haut-parleur (HP) qui émet une onde qui interfère destructivement au point *M* avec le bruit incident. L'onde sonore en aval du point *M* est alors de très petite amplitude, le bruit a été réduit.

La célérité des ondes sonores dans la conduite est notée *c*.



1. Ce système peut-il fonctionner si $l > d$? Pourquoi ?

2. En négligeant le temps de propagation dans les câbles, déterminer le temps Δt dont dispose le contrôleur pour traiter l'information venant du micro en fonction de *c*, *l* et *d*.

On suppose que le bruit est une onde progressive sinusoïdale suivant l'axe *(Mx)* de pulsation ω. Au niveau du micro, pris pour origine de l'axe *x*, le champ de surpression associé au bruit s'écrit :
$p_b(0,t)=p_{b0}\cos(\omega t)$.

3. Établir l'expression du champ de surpression $p_b(d,t)$ en M. On introduira la grandeur *k* norme du vecteur d'onde.

L'origine de l'axe *y* est prise au niveau du haut-parleur, qui émet un signal
$p_{HP}(0,t)=p_{HP0}\cos(\omega_{HP}t+\varphi_{HP})$.

4. Quelle doit-être la pulsation ω_{HP} pour qu'il y ait interférences en *M* ?

5. Établir l'expression du champ de surpression $p_{HP}(l,t)$ en *M*.

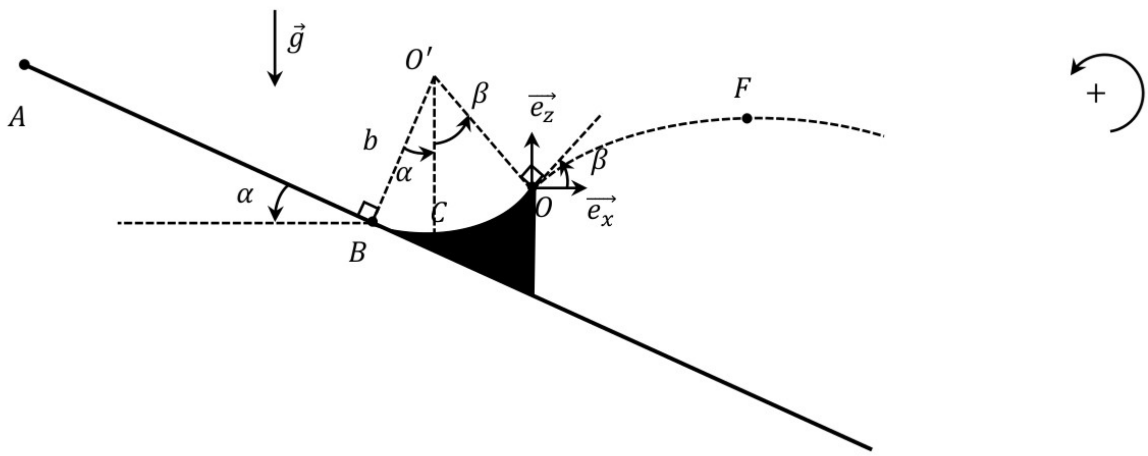
6. Les deux ondes se superposent en M. Établir l'expression du déphasage φ en *M* de l'onde provenant du haut parleur par rapport au bruit.

7. À quelle condition sur φ a-t-on des interférences destructives ?

8. En déduire la valeur φ_{HP} que le contrôleur doit appliquer à l'onde émise par le haut-parleur, en fonction de d, l, ω et k.

Problème 2 : Saut à ski

Un tremplin de saut à ski est constitué par l'association d'une portion rectiligne L = AB = 40 m de piste inclinée d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale, suivie par une portion circulaire $\widehat{BO}$ de centre O' et de rayon b = 20 m. La tangente en O à la piste circulaire forme un angle β = 45 ° avec l'horizontale (Fig. ci-après).
Le point C sur la piste circulaire est situé au-dessous et à la verticale de O'. On munit le référentiel du laboratoire d'un d'un repère $\left(O,\vec{e_x},\vec{e_z}\right)$, $\vec{e_z}$ étant un vecteur unitaire orienté dans la direction et dans le sens de la verticale ascendante. On note (x_A, z_A), (x_B, z_B) et (x_C, z_C), respectivement les coordonnées cartésiennes des points A, B et C. On étudie le mouvement d'un skieur, initialement immobile en A, en l'assimilant à un corpuscule (ou « point matériel) S de masse m = 80 kg, de coordonnées cartésiennes (x, z). On désigne par $\vec{g}$ = - g.$\vec{e_z}$ le vecteur champ de pesanteur et g ≈ 10 m.s^{-2} son intensité. On néglige tout frottement. On donne $\sqrt{(2)}=1{,}4$.



1°/ En utilisant un raisonnement sur l'énergie, exprimer puis calculer numériquement la vitesse v_B du skieur S en B.

2°/ On choisit l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur en O. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur Ep(B) en B du skieur.

3°/ Exprimer v_O la norme du vecteur vitesse du skieur en O en fonction de $E_p(B)$, m et v_B.

4°/ Le skieur quitte le tremplin en O. On considère l'origine de temps quand S est en O : t = 0.

> 4.1°/ Établir l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ du skieur S dans la base $\left(\vec{e_x},\vec{e_z}\right)$ en fonction de v_O, β et g.
>
> 4.2°/ On note F le sommet de sa trajectoire (Fig. précédente). En déduire l'expression du vecteur vitesse $\vec{v_F}$ du skieur S au sommet F de la trajectoire.
>
> 4.3°/ En tenant compte de la valeur numérique de β, établir l'altitude z_F de F en fonction de v_O et g.

5°/ Un autre skieur toujours repéré par un point matériel S de masse m est moins aguerri. Il se retrouve confiné au voisinage de C et oscille, d'avant en arrière, dans un mouvement de très faible amplitude.

5.1°/ Représenter, sur votre copie, la trajectoire circulaire de S sur la portion circulaire BC de rayon b et de centre O'. Repérer la position de S à l'aide de la position angulaire θ. On prend l'axe O'C comme référence pour l'angle θ. Faire figurer les vecteurs unitaires $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ de la base de coordonnées polaires

5.2°/ Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{O'S}$ en coordonnées polaires.

5.3°/ Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}$ en coordonnées polaires.

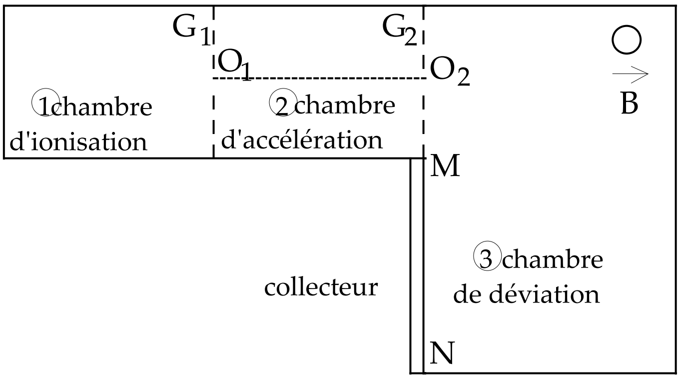
5.4°/ Exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ en coordonnées polaires.

5.5°/ Déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ(t). En se limitant à de petites oscillations, écrire cette équation différentielle sous forme canonique avec ω_0 la pulsation propre de l'oscillateur harmonique. Établir l'expression littérale de ω_0.

5.6°/ Exprimer et calculer la période T_0 des oscillations du skieur

Problème 3 : Spectrographie de masse

Un spectrographe de masse est constitué de plusieurs parties comme l'indique la figure ci-dessous :



- La chambre d'ionisation ① dans laquelle des isotopes de l'atome de potassium $^{A_1}_{19}K$ et $^{A_2}_{19}K$ (où A_1 et A_2 sont les nombres de masse) de masses respectives m_1 et m_2 portés à haute température sont ionisés en ions K^+. On considérera qu'à la sortie de cette chambre, en O_1, la vitesse des ions est quasi nulle ;

- La chambre d'accélération ② dans laquelle les ions sont accélérés entre O_1 et O_2 sous l'action d'une différence de potentiel établie entre les deux grilles G_1 et G_2 ;

- La chambre de déviation ③ dans laquelle les ions sont déviés par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de direction perpendiculaire au plan de figure. Un collecteur d'ions constitué d'une plaque photosensible est disposé entre M et N.

Les chambres sont sous vide. On négligera le poids des ions devant les autres forces et on admettra qu'à la sortie de la chambre d'accélération, les vecteurs vitesse des ions sont contenus dans le plan de figure.

I. Accélération des ions

1. Donner sans calcul le signe de la différence de potentiel $V_{G_1}-V_{G_2}$ pour que les ions soient accélérés entre O_1 et O_2 ?

2. Établir l'expression de la vitesse v_1 de l'ion ${}^{A_1}_{19}K^+$ lorsqu'il parvient en O_2 en fonction de m_1 , e et $U=V_{G_1}-V_{G_2}$. Même question pour la vitesse v_2 de l'ion ${}^{A_2}_{19}K^+$ en fonction de m_2 , e et U

II. Déviation des ions

3. Quel doit être le sens du champ magnétique $\vec{B}$ régnant dans la chambre de déviation pour que les ions puissent atteindre le collecteur ?

4. En admettant que, dans la chambre de déviation, la trajectoire des ions est plane et que leur mouvement est circulaire, montrer que le mouvement est uniforme et établir l'expression du rayon R_1 (respectivement R_2) en fonction de m_1 (respectivement m_2), e , U et B .

5. En admettant que le rapport des masses des ions est égal au rapport de leurs nombres de masse, exprimer le rapport $\frac{A_2}{A_1}$ en fonction des rayons R_1 et R_2 des trajectoires.

6. Application numérique : on observe sur la plaque photosensible deux taches T_1 et T_2 correspondant aux impacts des ions de masses m_1 et m_2 respectivement et telles que $O_2T_1=103{,}0\,\text{cm}$; $O_2T_2=105{,}6\,\text{cm}$. Déterminer A_2 sachant que $A_1=39$.

On donne $\frac{105{,}6}{103{,}0}=1{,}025$ et $1{,}025^2=1{,}051$.