
DEVOIR SURVEILLÉ DE PHYSIQUE N°7

Mouvement dans \vec{E} et \vec{B} . Mécanique du solide.



Durée de l'épreuve : 2 heures.

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est autorisé.

L'énoncé de cette épreuve comporte 5 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous semblent pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitement la démarche, les choix et de les illustrer le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

PROBLÈME I - Mouvement dans \vec{E} et \vec{B}

Les parties A et B sont totalement indépendantes.

Partie A – Les aurores polaires (Centrale Supélec 2016)

Les aurores polaires sont des phénomènes lumineux (le vert étant prédominant) qui se produisent entre 80 et 400km d'altitude, causés par la précipitation de particules chargées en provenant de l'espace sur des atomes et les molécules des couches externes de l'atmosphère terrestre. Ces particules sont principalement des électrons dont l'énergie cinétique de l'ordre du keV pour les aurores les plus spectaculaires. Afin d'interpréter l'arrivée des particules chargées à l'origine des aurores polaires, on se propose dans la suite de modéliser la dynamique d'un électron dans une zone de champ magnétique stationnaire.



Figure 1 Aurore boréale vue du sol sur la Terre. La Lune, visible à côté de l'aurore, donne une idée de la luminosité (Centre d'étude spatiale des rayonnements ©CNRS Photothèque/V. Génot).

A.1. Expliquer le caractère lumineux d'une aurore polaire.

A.2. Dans le référentiel géocentrique \mathcal{R}_g supposé galiléen, on considère d'abord un électron de masse m pénétrant en O dans une zone de champ magnétique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ ($B_0 > 0$, B_0 étant le champ magnétique terrestre). La force gravitationnelle terrestre a-t-elle une influence sur la dynamique de l'électron lors d'une aurore polaire ? On attend un argument qualitatif fondé sur un calcul d'ordre de grandeur.

A.3. On suppose que la vitesse initiale de la particule s'écrit $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_z$ ($v_0 > 0$). Que dire du mouvement de l'électron ?

A.4. On suppose désormais que l'électron pénètre dans cette même zone de champ magnétique, en O , avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ ($v_0 > 0$).

A.4.1. Etablir le système d'équations différentielles couplées mettant en évidence une pulsation ω_c caractéristique du mouvement de l'électron. Evaluer ω_c dans le champ magnétique terrestre.

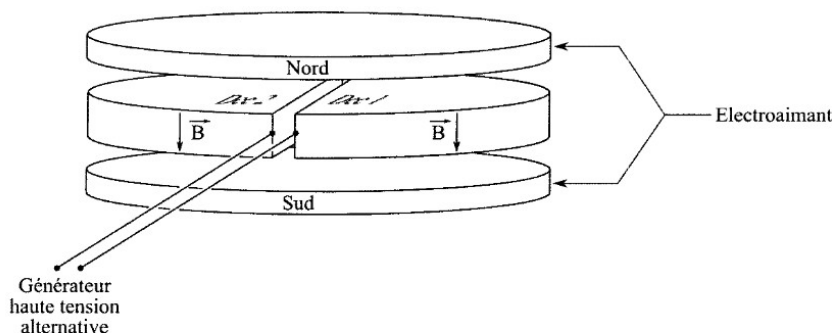
A.4.2. Montrer que la trajectoire de l'électron est circulaire en établissant son équation cartésienne. Donner l'expression de son rayon R_c .

A.5. On suppose désormais que l'électron pénètre dans cette même zone de champ magnétique en O avec la vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{e}_x + v_{0z}\vec{e}_z$ ($v_{0x} > 0$ et $v_{0z} > 0$). Décrire le mouvement de l'électron à l'aide d'un schéma. On justifiera très brièvement et sans calculs.

Partie B – Principe du Cyclotron (Mines 2010)

Un cyclotron est un accélérateur de particules qui utilise l'action combinée d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{B} afin d'accélérer des particules chargées. Dans le cadre du traitement de certains cancers crâniens et oculaires, notamment chez les enfants, la radiothérapie classique est avantageusement remplacée par la protonthérapie (envoi de protons rapides sur les cellules cancéreuses en vue de les détruire) qui minimise les dégâts occasionnés aux tissus biologiques entourant la tumeur. Les protons à envoyer dans la tumeur sont accélérés à l'aide d'un cyclotron. En France, il existe deux principaux centres utilisant cette technique : Nice (protons accéléré jusqu'à 65 MeV) et Orsay (protons accélérés jusqu'à 200 MeV). On va ici s'intéresser au principe d'un cyclotron qui pourrait être utilisé dans ce cadre.

Le cyclotron est constitué de deux demi-cylindres horizontaux de rayon R très légèrement écartés et creux, les « Dees », au sein desquels règne un champ magnétique \vec{B} uniforme et constant d'intensité $B=1,67T$. À l'intérieur des Dees, il règne un vide poussé. Entre ces deux Dees, une tension haute fréquence de valeur maximale $U=100kV$ crée un champ \vec{E} perpendiculaire aux faces en regard des dees.



Des protons de masse $m=1,67 \cdot 10^{-27}kg$ et de charge $e=1,6 \cdot 10^{-19}C$ animés d'une vitesse horizontale considérée comme nulle, sont injectée au point A_0 de l'espace séparant les deux Dees (voir annexe).

B.1. Montrer que le mouvement du proton dans un Dee est uniforme.

B.2. Représenter sur le schéma 1 de la feuille annexe (page 8, **à rendre avec la copie**) les vecteurs champ magnétique dans chacun des Dees, les vecteur vitesse et force de Lorentz aux points M_1 et M_2 .

B.3. Montrer que la durée Δt de parcours de la trajectoire du proton à l'intérieur d'un Dee est indépendante de la vitesse du proton et établir l'expression de Δt en fonction de m , e et B .

B.4. On s'intéresse dans cette question au mouvement entre les Dees.

B.4.1. Préciser la direction et le sens que doit avoir le champ électrique \vec{E} entre les Dees quand le proton décrit A_0A_1 puis BC . Dans chaque cas, quel doit être le signe de la tension u (définie dans l'annexe, schéma 1) pour que les protons soient toujours accélérés quand ils passent entre les Dees ? On justifiera rigoureusement.

B.4.2. Le schéma 2 de l'annexe fournir le graphe de la tension $u(t)$. Noter sur ce graphe :
 - le moment où le proton passe de A_0 à A , puis lorsqu'il passe de B à C ;
 - la durée Δt de parcours de la trajectoire dans chacun des Dees.

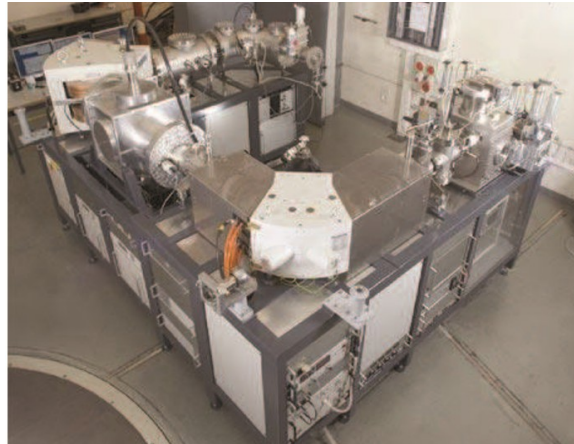
B.4.3. Donner la relation entre la période T de la tension $u(t)$ et la durée Δt . En déduire l'expression de la fréquence f de $u(t)$ en fonction de m , e et B .

B.5. On considère que $v_{A_0} = 0$. Exprimer v_A et v_C en fonction de $u(t)$, e et m uniquement.

B.6. Déterminer un ordre de grandeur de la taille du Cyclotron d'Orsay, ainsi que le nombre de tours effectués par les protons dans le cyclotron d'Orsay.

Partie C – Datation d'un échantillon au carbone 14

On se propose de construire un spectromètre magnétique de la taille d'une table dans le but de mesurer le ratio des deux isotopes du carbone : le carbone 12 (^{12}C) et le carbone 14 (^{14}C) contenus dans un échantillon afin de déterminer son âge.



Pour ce problème, nous allons nous concentrer sur l'aimant qui effectuera la séparation des masses. Supposons que vous ayez brûlé et vaporisé l'échantillon pour que les atomes de carbone soient dans leur état gazeux. Vous passez maintenant ce gaz à travers un « ioniseur » qui, en moyenne, « arrache » un électron de valence à chaque atome. Ensuite vous accélérez les ions en les plaçant dans un accélérateur électrostatique linéaire (deux plaques de condensateur avec des petits trous qui permettent aux ions d'entrer et de sortir). Entre les deux plaques règne une différence de potentiels de 10^3 Volts. Les ions sont ensuite introduits dans un champ magnétique constant, vertical.

Quelle valeur de champ magnétique doit-on prendre pour que la taille du dispositif soit raisonnable et que les isotopes soient séparés ?

Code Candidat :

Annexe à compléter et à rendre avec la copie

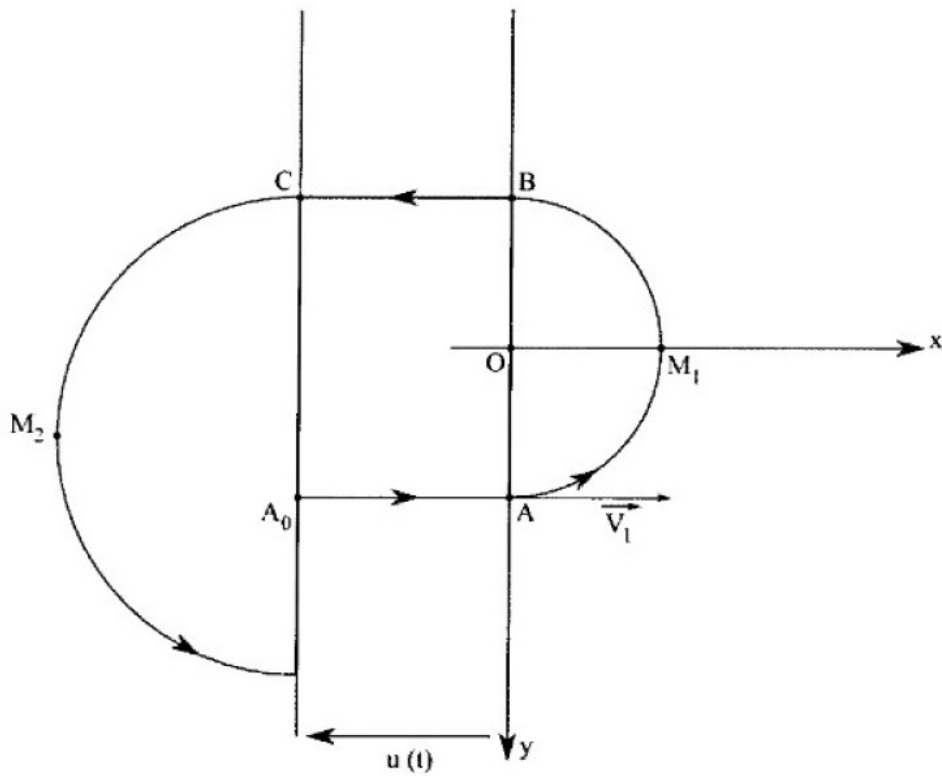


Schéma 1

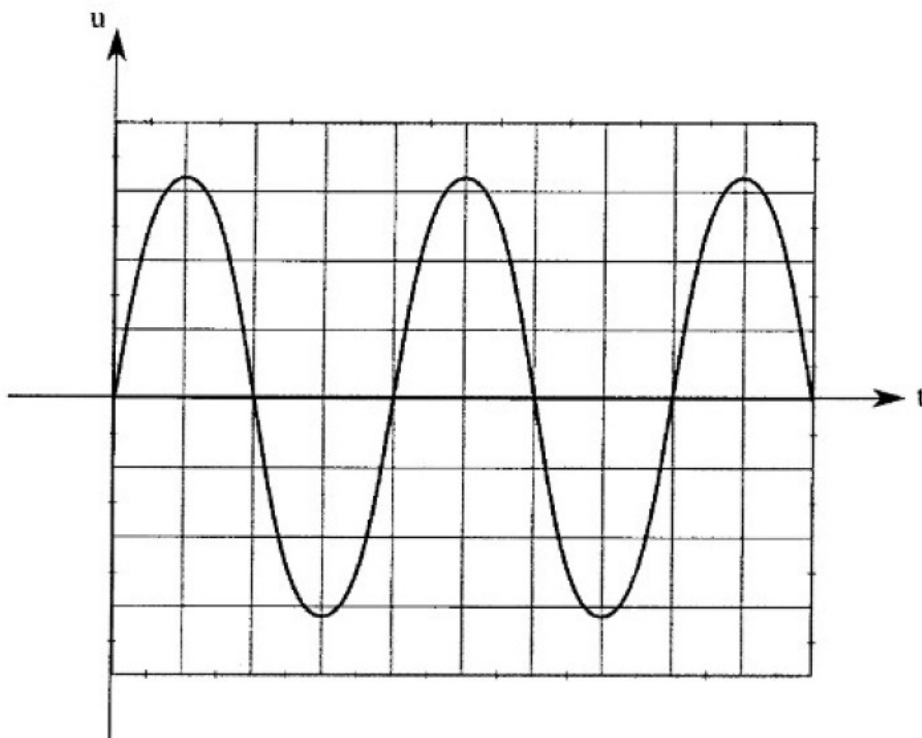


Schéma 2