CHAP. 17 - MOMENT CINÉTIQUE ET MOMENT D'UNE FORCE

- Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.
- Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
- Exploiter la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.
- Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.
- Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier.
- Définir un couple.
- Définir une liaison pivot et justifier le moment qu'elle peut produire.
- Savoir qu'un moteur ou un frein contient un stator pour qu'un couple puisse s'exercer sur le rotor.
- Reconnaître les cas de conservation du moment cinétique.
- Pendule de torsion : Établir l'équation du mouvement. Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement.
- Pendule pesant : Établir l'équation du mouvement. Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement. Lire et interpréter le portrait de phase : bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolutif.
- Utiliser la relation $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$, l'expression de J_Δ étant fournie.
- Établir l'équivalence, pour un solide, entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.
- Faire un bilan énergétique pour le tabouret d'inertie.
- *Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.*

Rapport de Jury : L'intégralité des points a été donnée aux seuls candidats ayant effectué un schéma, exprimé les moments algébriques des forces par rapport à l'axe de rotation orienté et bien traduit la condition de basculement

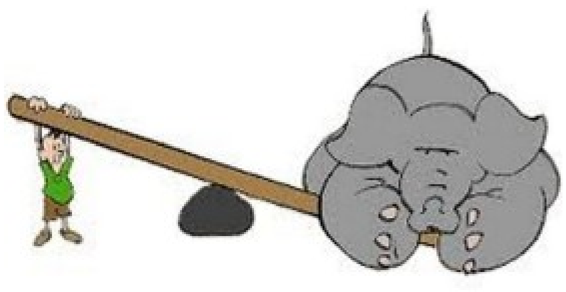
CCPINP 2022 PC Les candidats qui utilisent le bras de levier sont ceux qui réussissent le mieux cette question : ils évitent en général les erreurs de calcul et de signe, et proposent une expression scalaire du moment, comme demandé dans l'énoncé. Très peu de candidats pensent à la réaction de l'axe dans le bilan des forces et la remplacent par une « tension de la tige », sans objet ici.

La définition d'un couple n'est que très rarement juste et complète. Bien que cela n'ait pas été sanctionné, signalons qu'un couple ne se réduit pas systématiquement à deux forces.

Contextualisation

Ouvrir une porte : Pour ouvrir une porte on applique une force sur la poignée. Le positionnement de la poignée, ainsi que l'orientation de la force appliquée ne sont pas laissés au hasard. Pour être efficace, la force doit être appliquée le plus loin possible des gonds de la porte qui matérialisent son axe de rotation. De plus, elle doit être appliquée perpendiculairement à la porte. Cette configuration permet d'augmenter au maximum le bras de levier de la force, qui est la distance séparant l'axe de rotation de la porte de la droite d'application de la force

Record du monde de javelot : en 1984 Uwe horn lance son javelot à 102m le record du monde commençait à dépasser les limites du terrain de plus les javelot avait tendance à planer et à tomber à l'horiontale au sol sans se planter. Pour ne pas avoir à modifier la taille des terrains et permettre au javelot de bien se planter le centre de gravité du javelot a été déplacé un peu vers l'avant pour qu'il pique du nez plus vite



Est-ce possible ?

I Moment cinétique

1.1 Moment cinétique d'un point

- On considère un point matériel M de masse m animé d'une vitesse $\vec{v}$ dans le référentiel R. On note $\vec{p} = m\vec{v}$ sa quantité de mouvement.
- On considère un point O dans l'espace

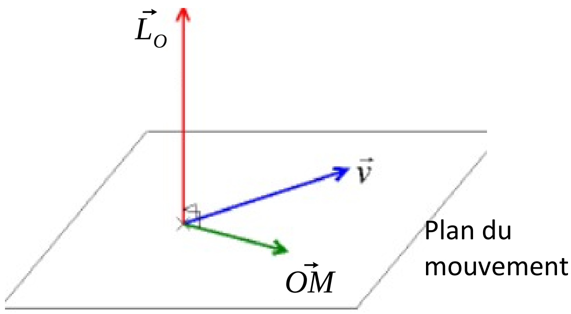
a Moment cinétique par rapport à un point

Le moment cinétique de M par rapport à un point O est le vecteur défini par le produit vectoriel :

Rmq1 : Le moment cinétique $\vec{L}_O$ par rapport à un point O est défini à partir de la vitesse de M.

Rmq 2 : si le mouvement est rectiligne $\vec{v}$ est toujours colinéaire à $\vec{OM}$ et

Rmq 3 : si le mouvement est plan le moment cinétique



Rmq 4 : le moment cinétique dépend du point à partir duquel on le calcul :

b Moment cinétique par rapport à un axe orienté

On considère un axe orienté $\Delta = (O, \vec{u}_\Delta)$ déterminé par un point O et un vecteur unitaire $\vec{u}_\Delta$ dont le sens précise l'orientation de l'axe.

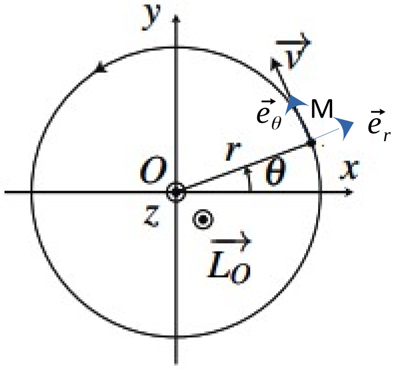
Rmq 1 : L_Δ est

Rmq 2 : L_Δ est une grandeur algébrique

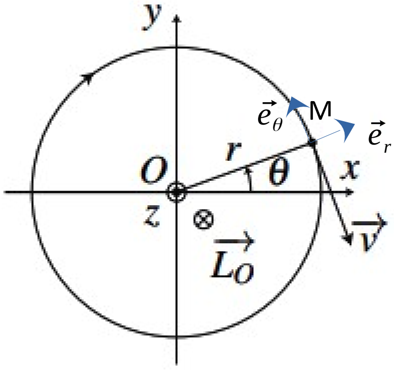
Rmq 3 :

c Exemple

Système : { particule de masse m ayant un mouvement circulaire dans le référentiel d'étude supposée galiléen }



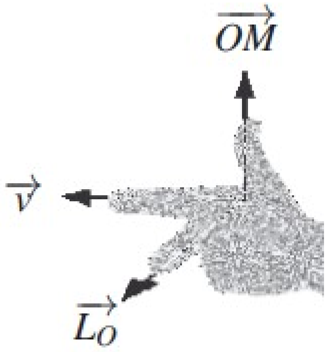
Rotation dans le sens trigonométrique



Rotation dans le sens anti trigo

Rmq 1 :

Rmq 2 :On peut trouver la direction de $\vec{L}_0$ à l'aide de la « règle de la main droite » représentée sur la figure ci-contre.



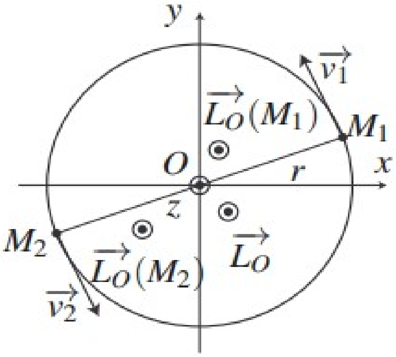
Rmq 3 : si on choisit $\Delta = (O, \vec{e}_z)$ alors $L_\Delta =$

1.2 Moment cinétique d'un système discret de points

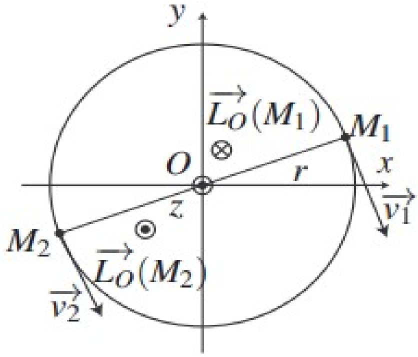
On considère un système constitué de plusieurs points matériels Mi de masses mi de moments cinétiques par rapport à l'axe orienté Δ : $L_\Delta(M_i)$. Le moment cinétique du système de points est obtenu par sommation des moments cinétiques de chacun des points :

Exemple

Cas 1

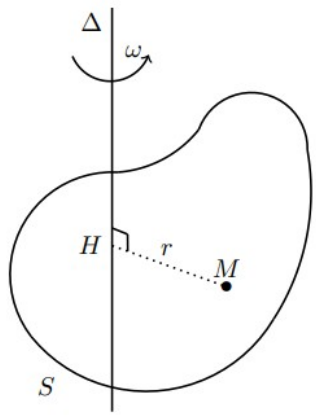


Cas 2



1.3 Généralisation aux solides

a Moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe



On considère un solide en rotation à la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ autour d'un axe orienté fixe dans un référentiel R.
On choisit l'axe (Oz) pour qu'il coïncide avec cet axe de rotation. On modélise le solide par un ensemble de points matériels Mi de masse mi repérés en coordonnées cylindriques d'axe (Oz) : $M_i(r_i,\theta i,z_i)$.
Comme le solide est en rotation autour d'un axe fixe :

Le moment cinétique du solide par rapport à l'axe Δ s'écrit alors :

Rmq : à l'échelle macroscopique , le solide est un système continue de points, on peut passer de la somme à l'intégrale, et on considère que chaque point M_i possède une masse élémentaire dm. On a alors :

à retenir pour le solide en rotation autour d'un axe fixe :

Le moment cinétique par rapport à un axe (Oz) d'un solide en rotation autour de (Oz) à la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ est égal au produit du moment d'inertie $J_{(Oz)}$ du solide par sa vitesse angulaire :

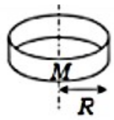
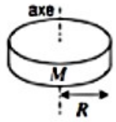
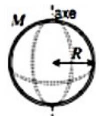
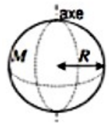
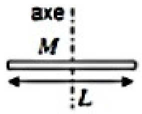
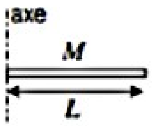
Rmq

En pratique, en notant d la distance qui sépare l'axe Δ=(Oz) du point du solide qui en est le plus éloigné, le moment d'inertie d'un solide de masse m par rapport à (Oz) vaut :

Dans cette formule, k est un facteur numérique inférieur à 1 qui ne dépend que de la forme du solide et de la manière dont la masse est répartie à l'intérieur de ce dernier.

b Exemples de moments d'inertie

Moment d'inertie de quelques solides homogènes

Géométrie	Situation	Schéma	Moment d'inertie
Cylindre	Cylindre creux de rayon R tournant autour de son axe de symétrie Δ		$J_\Delta = MR^2$
	Cylindre plein de rayon R tournant autour de son axe de symétrie Δ		$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$
Sphère	Coquille sphérique mince de rayon R tournant autour de Δ		$J_\Delta = \frac{2}{3}MR^2$
	Sphère pleine de rayon R tournant autour de Δ		$J_\Delta = \frac{2}{5}MR^2$
Tige	Tige mince de longueur L tournant autour d'un axe Δ perpendiculaire à elle-même passant par son centre		$J_\Delta = \frac{1}{12}ML^2$
	Tige mince de longueur L tournant autour d'un axe Δ perpendiculaire à elle-même passant par une extrémité		$J_\Delta = \frac{1}{3}ML^2$

Rmq : en physique les moments d'inertie seront toujours données , en SI pas forcement (surtout en deuxième année)

c Signification physique

-

Ceci explique pourquoi le moment d'inertie d'un cylindre plein est inférieur à celui d'un cylindre creux de même masse : une partie importante de sa masse est située à faible distance de l'axe et contribue peu à son moment d'inertie.

- La mesure du moment d'inertie d'un solide permet également d'obtenir des informations sur la répartition interne des masses.

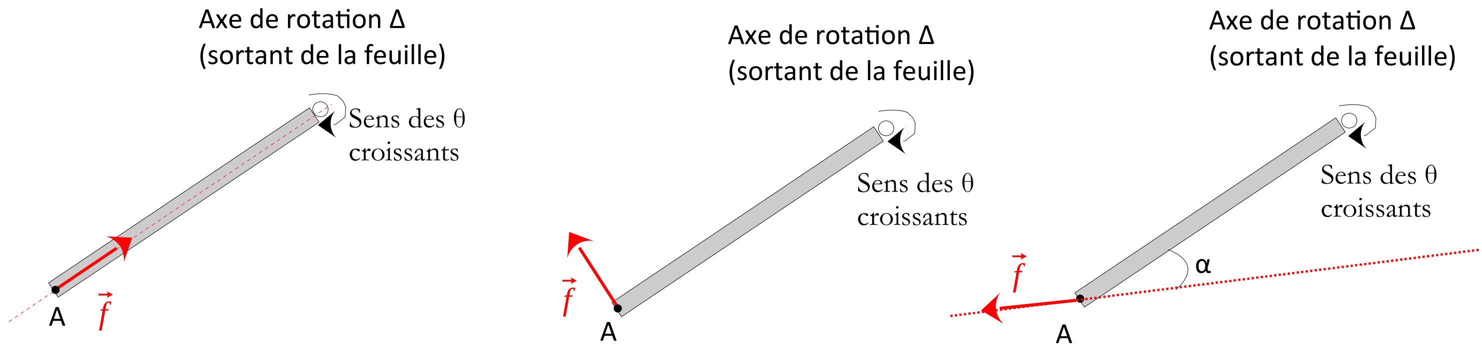
Exemple : Les mesures astronomiques du moment d'inertie de la Terre par rapport à son axe NordSud montrent qu'il vaut $0{,}33M_TR_T^2$ où M_T et R_T sont la masse et le rayon de la Terre. Il est inférieur à celui d'une boule homogène de même masse et même rayon qui vaut $0{,}4M_TR_T^2$. On en déduit que la répartition des masses à l'intérieur de la Terre n'est pas homogène et que la couche profonde située près de son axe de rotation est plus dense que les couches superficielles. Cette couche profonde est le noyau. Connaissant sa taille, on peut estimer sa densité. Elle correspond à celle du fer à haute pression. C'est un des principaux arguments prouvant que le noyau est essentiellement composé de fer.

II Moment d'une force

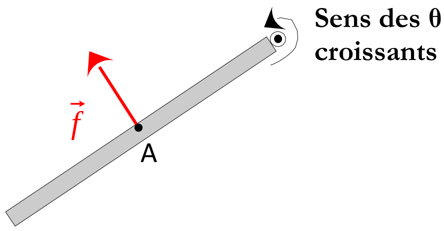
2.1 Définition

La capacité d'une force à produire une rotation autour d'un axe Δ est appelé moment

Rotation d'une porte de longueur R



Point d'application au milieu de la porte



a Bras de levier

On appelle **bras de levier** la distance d séparant l'axe Δ de la droite d'action (A , $\vec{f}$). A étant le point d'application de la force

La valeur absolue $\left| M_\Delta(\vec{f}) \right|$ du moment de $\vec{f}$ par rapport a Δ est égale au produit de la norme de la force par le bras de levier :

Rmq : cas où $\mathcal{M}_\Delta(\vec{f})$ est nul :

b Moment par rapport à un point

Rmq :

Le moment des forces par rapport a un point est une grandeur additive : si on considère deux forces $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_2$ qui s'appliquent sur M :

c Moment par rapport à un axe orienté

2.2 Conditions d'équilibre

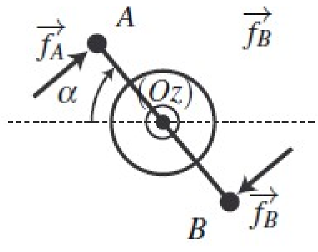
Un solide est à l'équilibre ssi

2.3 Notion de couple

a Définition

b Exemple du couple de deux forces

$\vec{f}_A$ et $\vec{f}_B$ opposées s'appliquant respectivement en *A* et *B* forment un couple de forces si leur résultante est nulle :



Rmq :
On peut généraliser la notion de couple a tous les cas ou la somme des forces est nulle et le moment des forces par rapport a un axe (*Oz*) n'est pas nul, sans se préoccuper de savoir s'il a fallu deux forces pour réaliser cette situation.
Exemple

c Effet d'un couple sur une liaison pivot