

TD16 – MOUVEMENTS DE PARTICULES CHARGÉES

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

- 1 Donner l'expression de la force de Lorentz, s'appliquant en présence d'un champ \vec{E} et d'un champ \vec{B} sur toute charge q de masse m ayant une vitesse \vec{v} dans un référentiel galiléen \mathcal{R}_g .
- 2 Donner quelques ordres de grandeur de champs magnétiques (champ magnétique terrestre, aimant usuel).
- 3 Donner quelques ordres de grandeur de champs électriques.
- 4 Montrer qu'un champ magnétique seul ne peut pas modifier la vitesse d'une particule chargée.
- 5 On considère une particule de charge q et de masse m dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x$. On donne une vitesse initiale \vec{v}_0 à la particule, telle que \vec{v}_0 soit inclinée d'un angle α par rapport à \vec{E} .
 - a Montrer que le mouvement est à vecteur accélération constant.
 - b Etablir les trois équations du mouvement.
 - c Etudier la nature de la trajectoire dans le cas où $\vec{v}_0 = \vec{0}$ ou \vec{v}_0 colinéaire à \vec{E} , puis dans le cas général. On dessinera l'allure de la trajectoire dans les cas où $q > 0$ ou $q < 0$.
 - d Etablir la relation $\Delta E_c = -q \Delta V$. Commenter. Que représente V dans cette relation ?
- 6 On considère une particule de charge q et de masse m dans un champ magnétostatique uniforme $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$. On donne une vitesse initiale \vec{v}_0 à la particule, telle que $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_y$.
 - a Montrer que le mouvement est uniforme.
 - b Montrer que le mouvement est plan. Expliciter ce plan.
 - c **En admettant** que le mouvement est circulaire, établir l'expression du rayon de la trajectoire, d'abord en fonction de m , B_0 , q et v_0 , puis en fonction uniquement de v_0 et de la pulsation cyclotron.
- 7 On applique une différence de potentiel entre deux plaques métalliques A et B parallèles entre elles et séparées d'une distance D .
 - a Etablir l'expression du champ \vec{E} entre les plaques, en admettant que celui-ci est uniforme et perpendiculaire au plan des plaques.
 - b On injecte un électron au niveau de la plaque A, sans lui donner de vitesse initiale. Quel doit être le signe de $U_{AB} = V_A - V_B$ pour que l'électron soit accéléré jusqu'à B ? Etablir alors l'expression de la vitesse de l'électron lorsqu'il arrive en B, en fonction de e , m et U_{AB} .
- 8 Dans cette question on s'intéresse au cyclotron.
 - a Décrire le principe du cyclotron à l'aide d'un schéma.
 - b Etablir l'expression de la fréquence de variation du champ électrique entre les Dees.
 - c Etablir l'expression de la vitesse maximale atteinte par une particule de charge q et de masse m dans un cyclotron dont les Dees ont un rayon R_{dee} et dans lesquels règne un champ de norme B_0 .

Exercice 2 : Extrait Concours CCP (temps à y consacrer au concours : 1h20 – un tiers du sujet)

On suppose dans ce problème que la vitesse des particules chargées est très inférieure à la vitesse de la lumière dans le vide, ce qui revient à négliger toute correction relativiste. Les effets de la gravitation seront également négligés devant les autres effets mis en jeu.

Données : La charge électrique vaut $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C, la masse de l'électron vaut $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, celle du proton vaut $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg. La vitesse de la lumière dans le vide vaut : $c = 3,00 \cdot 10^8$ m.s⁻¹. La perméabilité et la permittivité du vide valent : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H.m⁻¹ et $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}$ F.m⁻¹. Les masses de l'uranium 235 et de l'uranium 238 : $m_{U235} = 235$ u.m.a. et $m_{U238} = 238$ u.m.a., où 1 u.m.a. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

Partie A – Mouvement d'une particule chargée dans un champ \vec{E} uniforme

On considère un référentiel \mathcal{R} galiléen muni d'un repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Une particule chargée de charge q positive et de masse m pénètre avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ au point O de coordonnées $(0, 0, 0)$ dans une zone où règne un champ électrique uniforme $\vec{E} = E \vec{e}_x$. Ce champ électrique est créé par deux électrodes planes, parallèles à (yOz) et séparées de la distance L , soumises à une différence de potentiel U .

A-1 Préciser la direction et le sens que doit avoir le champ électrique \vec{E} pour que les particules soient accélérées.

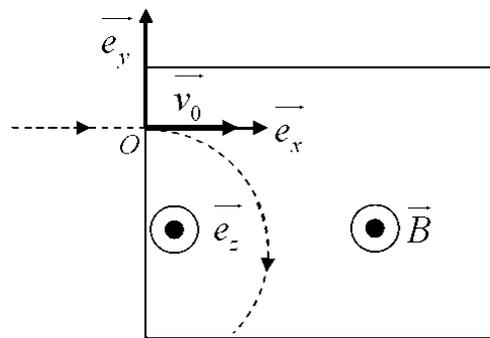
A-2 Quel doit être le signe de la tension U (définie comme la différence de potentiel entre la plaque P_2 en $x=L$ et la plaque P_1 en $x=0$: $U=V_2-V_1$) ?

A-3 Déterminer la vitesse v de la particule en $x=L$ en fonction de v_0 , q , m et U .

A-4 Que vaut cette vitesse dans le cas d'ions uranium U_{235}^+ soumis à une différence de potentiel $|U|=1$ kV ? On supposera que $v_0=0$.

Partie B – Mouvement d'une particule chargée dans un champ \vec{B} uniforme

On considère, toujours dans le référentiel R galiléen muni du repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, une particule chargée de charge q positive et de masse m . Cette particule pénètre avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ au point O de coordonnées $(0,0,0)$ dans une zone où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$.



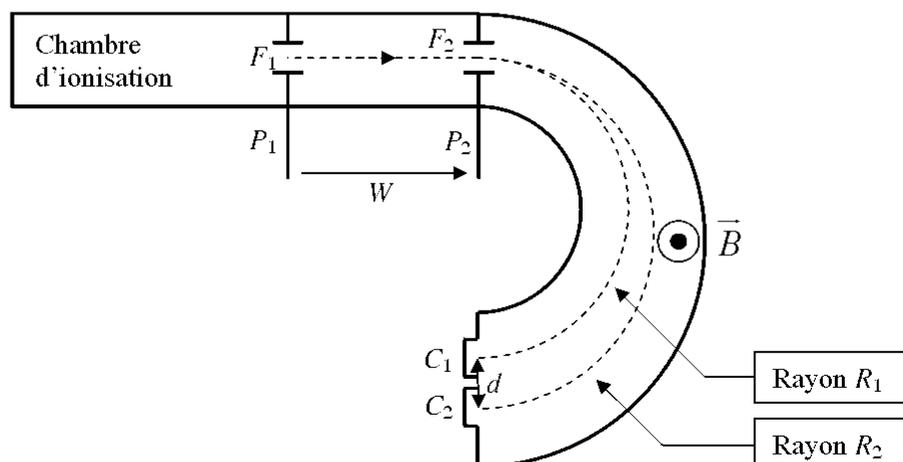
B-1 Montrer que la trajectoire de la particule est plane. Préciser le plan du mouvement.

B-2 Montrer que la vitesse de la particule est constante.

B-3 En admettant que la trajectoire est circulaire, déterminer le rayon de courbure de la trajectoire.

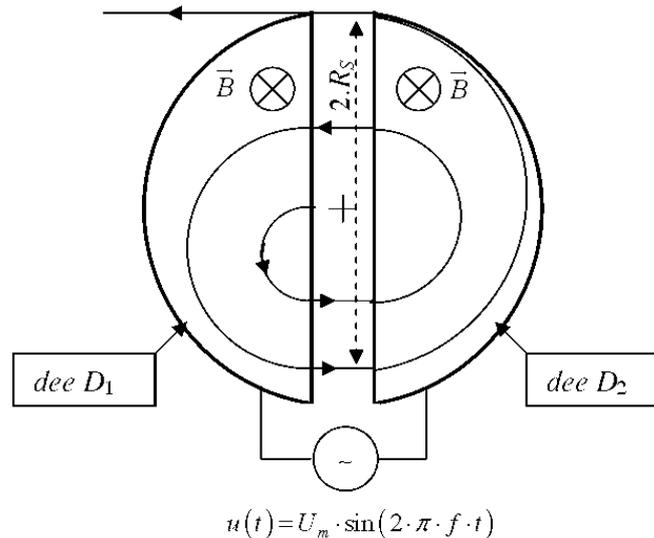
B-4 Pour séparer les deux isotopes naturels de l'uranium, l'uranium 238 et l'uranium 235, il avait été envisagé d'utiliser un spectrographe de masse. Cet appareil comporte trois parties, représentées ci-dessous, où règne un vide poussé. Les atomes d'uranium sont ionisés dans une chambre d'ionisation en ions U^+ (de charge électrique $q=e$) d'où ils sortent par la fente F_1 avec une vitesse nulle. Ces ions sont accélérés par un champ électrostatique uniforme imposé par une tension $W = V_2 - V_1$ entre deux plaques P_1 et P_2 . Enfin, les ions pénètrent dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} ($B = 0,1$ T) perpendiculaire au plan de la figure. Ils décrivent alors deux trajectoires circulaires de rayons R_1 et R_2 et parviennent dans deux collecteurs C_1 et C_2 .

Exprimer puis calculer la tension W pour que la distance d entre les collecteurs soit égale à $d = 2$ cm.



Partie C – Le cyclotron

Le cyclotron est formé de deux demi-cylindres conducteurs creux D_1 et D_2 dénommés *Dees* et séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétique uniforme \vec{B} ($B = 1,0 \text{ T}$) règne à l'intérieur des dees, sa direction est parallèle à l'axe de ces demi-cylindres. Un champ électrostatique variable \vec{E} peut être établi dans l'intervalle étroit qui sépare les Dees en appliquant entre les Dees une tension alternative sinusoïdale $u(t)$ qui atteint sa valeur maximale $U_m = 10^5 \text{ V}$ lorsque le proton traverse cet espace. Les protons, de masse $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et de charge $q_p = e$, sont injectés au centre du cyclotron avec une énergie cinétique nulle. Dans chaque Dee, ils décrivent des trajectoires demi-circulaires de rayon croissant. Le rayon de la trajectoire des protons à la sortie du cyclotron est $R_s = 50 \text{ cm}$.



C-1 Donner (en justifiant) l'expression littérale de la durée $T_{1/2}$ mise par un proton pour effectuer un demi-tour en fonction de m_p , e et B . Qu'en déduisez-vous ?

C-2 Justifier le choix d'une tension $u(t)$ alternative.

C-3 En déduire l'expression, puis la valeur de la fréquence f de la tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2\pi ft)$ pour que les protons subissent une accélération maximale à chaque traversée. On négligera le temps de parcours d'un Dee à l'autre devant $T_{1/2}$.

C-4 Déterminer l'expression puis la valeur de l'énergie cinétique E_{cs} des protons à la sortie du cyclotron.

C-5 Déterminer l'expression du nombre de tours N effectués par les protons dans le cyclotron jusqu'à leur sortie en fonction de e , R_s , B , m_p et U_m .

C-6 Pour une particule non relativiste, toute particule chargée de charge q et d'accélération a rayonne une puissance P_r donnée par la formule de Larmor : $P_r = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c} a^2$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

C-6-a. Montrer qu'une particule chargée de charge q , de vitesse v , qui décrit une trajectoire circulaire uniforme de rayon R , rayonne une puissance de la forme : $P_r = \alpha v^4$. Exprimer le coefficient α en fonction de q , c , μ_0 et R .

C-6-b. Calculer l'énergie rayonnée par le proton dans le cyclotron lors de sa dernière trajectoire demi-circulaire de rayon $R_s = 50 \text{ cm}$. Conclure.

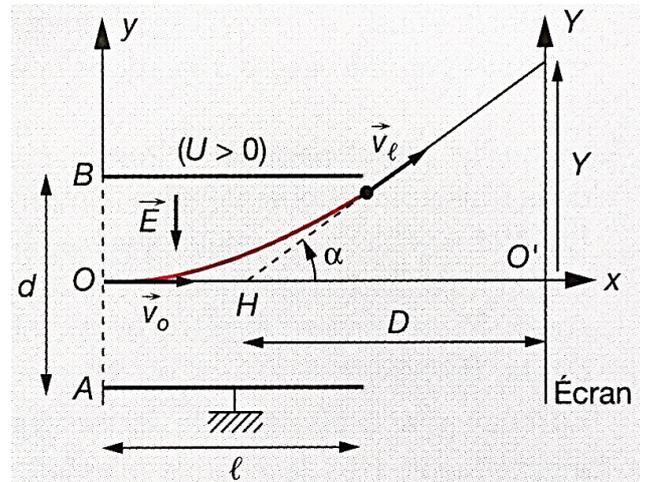
Exercice 3 : Déflexion électrique

Un condensateur plan a ses deux armatures séparées de la distance d et portées aux potentiels $V_A=0$ et $V_B=U>0$.

- 1 En supposant que le champ électrique \vec{E} entre les plaques ($0 \leq x \leq l$) est uniforme et perpendiculaire au plan des plaques, donner son sens et exprimer sa norme en fonction de U et d .
- 2 Des électrons (masse m et charge $-e$), pénètrent en O dans le condensateur à la vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$.

a Ecrire les trois équations du mouvement de l'électron entre les plaques et en déduire l'équation de la trajectoire sous la forme $y=f(x)$. Quelle est sa nature géométrique ?

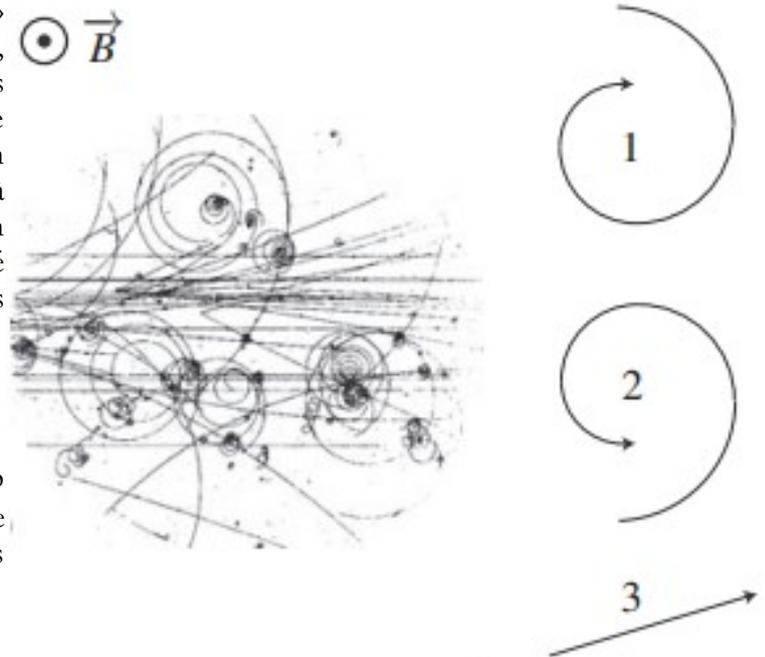
b En dehors des plaques ($x \geq l$), le champ électrique est nul et on suppose que l'influence de la gravité reste très faible. Montrer que le mouvement de l'électron est alors rectiligne uniforme. Donner une équation cartésienne de la trajectoire. Montrer que la trajectoire coupe l'axe (Ox) en un point H d'abscisse $x = \frac{l}{2}$.



c Un écran est placé à la distance D après le point H . Quelle est l'ordonnée Y , appelée déflexion, du point où l'électron atteint l'écran ? Commenter le résultat obtenu.

Exercice 4 : Détection de particules dans une chambre à bulles

Pour visualiser les trajectoires des particules chargées, les premiers détecteurs étaient des « chambre à bulles » dans lesquelles les particules (électrons, protons, neutrons, etc...) déclenchaient la formation de bulles dans un liquide et marquaient ainsi leur passage par une traînée de bulles. La figure ci-contre représente un cliché typique des traces observées lors d'une collision à haute énergie de particules au CERN (organisation européenne pour la recherche nucléaire). Sur le côté droit, on a schématisé les trois types de trajectoires observées avec leur sens de parcours.



Dans ces chambres à bulles, il règne un champ magnétique uniforme \vec{B} . Par ailleurs, le passage dans le liquide conduit à une lente décélération des particules.

1. Déterminer le signe de la charge pour les trois types de trajectoires observées.
2. Expliquer qualitativement pourquoi les trajectoires observées ne sont pas circulaires mais s'enroulent en spirales dont le rayon diminue