Thermodynamique 1 : Statique des fluides

Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme. relation $dP/dz = -\rho g$.	Établir la relation entre la dérivée de la pression par rapport à une coordonnée verticale, la masse volumique et le champ de pesanteur. Établir l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait.
Résultante de forces de pression. Équivalent volumique des forces de pression	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées. Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Évaluer une résultante de forces de pression.. Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient.
Équation locale de la statique des fluides.	Établir l'équation locale de la statique des fluides.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dP/dz = -\rho g$.	Citer des ordres de grandeur des champs de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère. Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et homogène et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède. Exploiter la loi d'Archimède.
Facteur de Boltzmann.	S'appuyer sur la loi d'évolution de la densité moléculaire de l'air dans le cas de l'atmosphère isotherme pour illustrer la signification du facteur de Boltzmann. Utiliser kT comme référence des énergies mises en jeu à l'échelle microscopique.

Rapport de Jury :
Centrale 2019 : L'expression de la poussée d'Archimède n'est pas toujours connue et, souvent, les candidats n'ont pas conscience qu'elle constitue la résultante des forces de pression.
CCPINP 2021 : En statique des fluides, un axe vertical orienté est nécessaire si on veut utiliser correctement les relations.

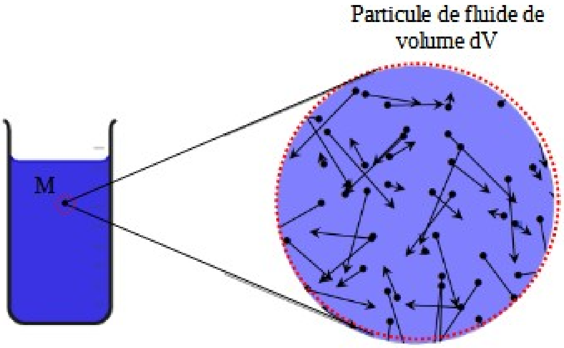
I. Description d'un fluide

1. Définition

Un fluide est un milieu matériel qui a la propriété de pouvoir s'écouler. Cela correspond aux liquides et aux gaz.

2. Particule de fluide mésoscopique

On appelle particule fluide (abrégée en PF dans ce cours) une portion de fluide mésoscopique de masse constante mais de volume variable dV.



Def : un volume dV est mésoscopique si il est compris entre

(pour un objet macroscopique de taille caractéristique 1 m)

Remarques :

1) En statique des fluides **il n'y a pas d'écoulement, donc les particules de fluides sont immobiles. Ce n'est pas le cas pour un fluide en mouvement.**

2) Une particule de fluide contient un grand nombre de particules. On peut donc définir sa pression $P(M)$ et sa température $T(M)$. Pour le fluide macroscopique ce sont les valeurs locales (en M) des champs de P et T

3. Masse volumique

Soit une particule de fluide de masse dm et de volume dV, de centre M.

La masse volumique de cette particule de fluide s'écrit :

Ordres de grandeur de ρ_{eau} et ρ_{air} (à connaître) :

au niveau du sol (donc à P_{atm} = 1,013 bar) et à T ambiante !

Fluide compressible :

Exemple du gaz parfait

Attention ! :

Fluide incompressible : Un fluide est dit incompressible si sa masse volumique est constante. C'est à dire qu'elle ne varie ni au cours du temps ni selon le point M (ou volume mésoscopique) du fluide qu'on considère

Exemple : les liquides, qui sont peu compressibles, seront considérés comme incompressibles.

II Actions mécaniques dans un fluide

1. Classification des forces modélisant des actions mécaniques

Les forces subies par un solide peuvent être classées en deux grandes catégories :

▷ **les forces à distance,** exercées par l'intermédiaire d'un champ :

▷ **les forces de contact,** qui nécessitent que l'opérateur touche le système :

En mécanique des fluides, cette classification prend une forme un peu différente, et on distingue plutôt :

▷ **les forces volumiques,** qui sont la résultante des forces à distance subies par chacune des molécules de la particule fluide ;

▷ **les forces surfaciques,** qui sont l'équivalent des forces de contact avec les particules fluides voisines ou avec les parois du récipient contenant le fluide.

2. Forces volumiques

Si une particule de fluide de volume dV subit une force $d\vec{F}$

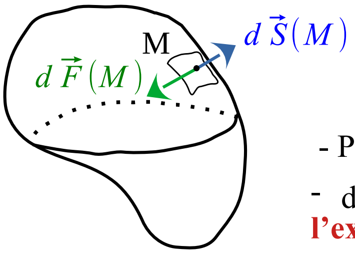
❤

Rmq : de pas confondre une force élémentaire (en N) notée $d\vec{F}$ qui s'exerce sur un volume élémentaire (c-a-d infiniment petit) et une force volumique **(en N.m^{-3})** notée $\vec{f}$ dans ce chapitre

<u>Exemple</u> : force volumique de pesanteur (notée $\vec{f}_g$) s'exerçant sur un objet de volume dV :

3. Exemple de force surfacique : la force de pression

Soit S une surface fermée orientée délimitant une fluide intérieur et un fluide extérieur.



La force de pression élémentaire $d\vec{F}(M)$ qu'exerce le fluide extérieur sur un élément de surface $d\vec{S}$ de centre M s'écrit :

❤

- P(M) est la pression au point M, en Pa
- $d\vec{S}(M)$ est un vecteur surface élémentaire, orienté de l'intérieur **vers l'extérieur** par convention **et normal à la surface en M par définition**

La résultante des forces pressantes sur une surface Σ a pour expression :

Si la pression est <u>uniforme</u> sur Σ surface <u>plane</u> d'aire S et dirigée par le vecteur unitaire $\vec{u}$:

Exemple barrage

Calculer la résultante des forces de pression exercée par l'eau sur un barrage de H= 50 m de haut et L=100 m de long sachant que la pression dans l'eau est de la force P(z) = P_0 + ρ g z avec un axe z descendant

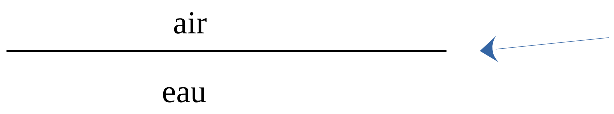
-Remarque 1 :

Comme P(M)>0 le vecteur force de pression est toujours dirigé vers l'intérieur du volume délimitée par S

- Remarque 2 : On constate que la force pressante est proportionnelle à la surface dS de l'interface considérée. Par analogie avec la définition d'une force volumique, on constate ainsi que :

Attention ! :

-Remarque 3 :



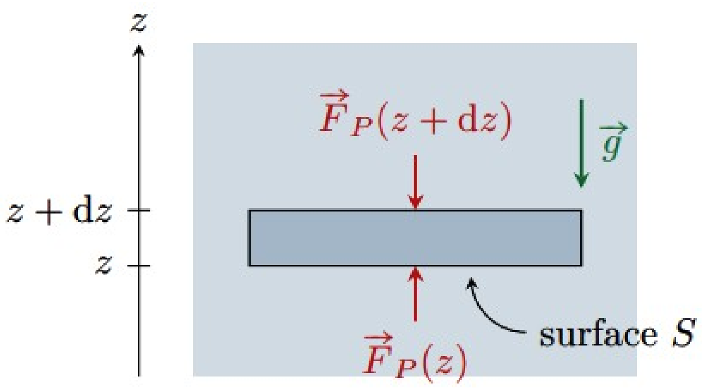
À la surface de l'eau :
$P=P_{atm} \sim 1$ bar $= 10^5$ Pa

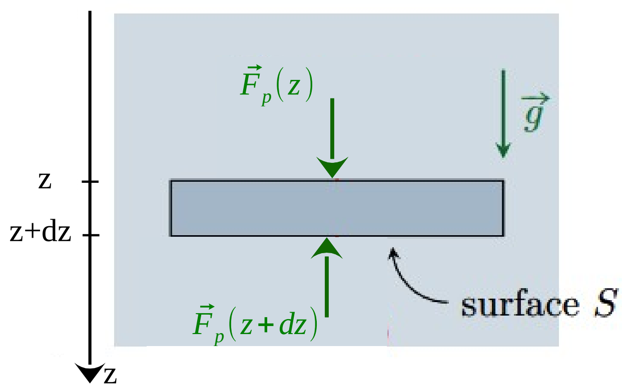
5. Relation fondamentale de la statique des fluides

Objectif : On cherche le champ de pression P(M) la donnée de la pression en fonction du point M .

Comme la pression est une force, on utilise une approche mécanique pour trouver ce champ

<u>**Système étudié :**</u> On considère une particule de fluide de volume dV **immobile**, **car le fluide est au repos**.





La particule de fluide est méso dans le direction z mais macro dans les directions x et y. On raisonne donc sur une tranche mésoscopique de fluide à l'équilibre, de surface S et hauteur infinitésimale dz

En toute rigueur les forces sont mal représentées (le point d'application n'est pas au bon endroit)

Volume de la PF : **dV =**

Bilan des forces :

Expressions si l'axe vertical est dirigé vers le haut :

Force pressante exercée par la tranche en dessous :

Force pressante exercée par la tranche au dessus :

- Résultante des forces de pression

Expressions si l'axe vertical est dirigé vers le bas

Force pressante exercée par la tranche en dessous :

Force pressante exercée par la tranche au dessus

→ Résultante des forces de pression

On a alors d'après **le principe fondamentale de la statique (car immobile)** appliqué à la particule de fluide dans le réf terrestre supposé galiléen :

projection sur (Oz) :

projection sur (Oz) :

Extension à plusieurs dimensions :

III. Pression dans un fluide incompressible et homogène

1. Loi de l'hydrostatique

Soit un liquide au repos, de masse volumique $\rho = Cst$. On cherche l'expression de la pression $P(M)$ dans ce liquide.

La relation fondamentale de la statique des fluides donne :

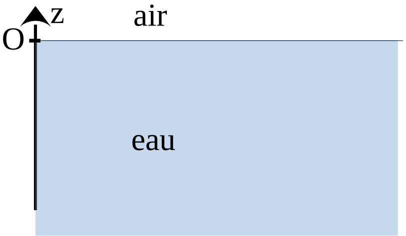
$$\frac{\partial P}{\partial z} = \pm \rho g \quad \text{(selon l'orientation de l'axe vertical)}$$

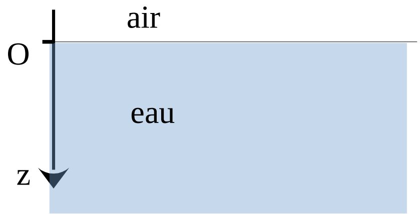
Si l'axe vertical est dirigé **vers le haut**	Si l'axe vertical est dirigé **vers le bas**
Par primitivation $P(z) =$	Par primitivation $P(z) =$

la constante est déterminée en utilisant les conditions aux limites

On utilise souvent la pression à l'interface entre deux fluides (par exemple à l'interface entre le liquide et l'atmosphère)

en général cette interface est plane et on la place souvent dans le plan perpendiculaire à l'axe (Oz)en z=0



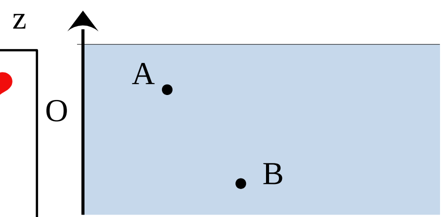


On note P_0 la pression en z=0 (donc $P(z=0) = P_0$)

finalement

à savoir retrouver

Soit deux points au sein d'un fluide situé en A et en B



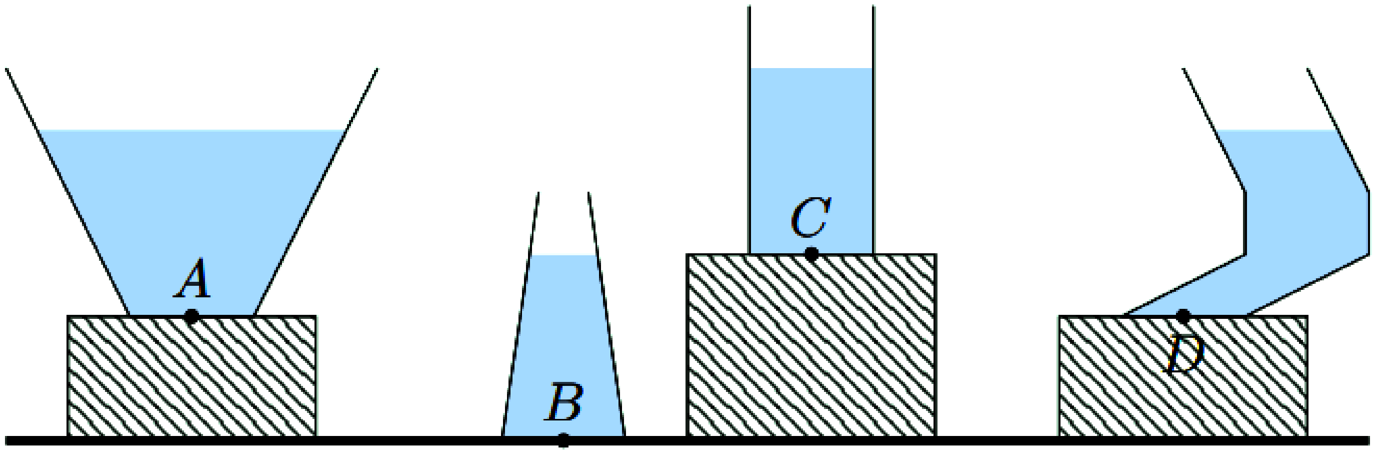
Ordre de grandeur :

- Pression quand on plonge à 10 m de profondeur ?

-Pression au fond de la fosse des Mariannes (lieu le plus profond de l'océan, environ 10 km, au large des Philippines) :

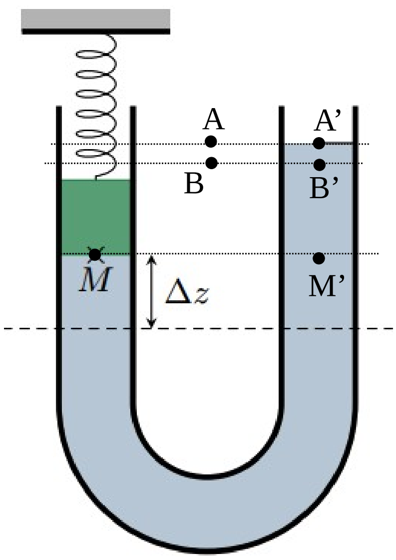
Exercice 1 : On suppose que le champ de pression est homogène dans l'air et que la pression y vaut P_{atm} =1,013 bar

Q1 Comparer les pressions aux points A,B,C et D. Les récipients sont posés sur des supports de différentes hauteurs.



Réponse :

Exercice 2 :



On dispose dans un tube en U un bouchon accrochée à un ressort qui exerce une force répulsive sur le bouchon , ce qui impose une pression P en M

Q1 a-t-on P(M) = P(M') ?

Q2 a-t-on P(A) = P(A') ?

Q3 a-t-on P (B') = P(B) ?

Principe de Pascal : une variation de pression en un point d'un liquide s'accompagne d'une égale variation de pression en tout point du liquide

IV. Pression dans un fluide compressible : modèle de l'atmosphère isotherme

1. Hypothèses du modèle

– On étudie l'atmosphère terrestre sur quelques kilomètres d'altitude, donc sur une hauteur très petite devant le rayon R_T de la Terre. Le champ de pesanteur peut alors être considéré comme constant : $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.

– On suppose qu'il n'y a pas de mouvements atmosphériques : l'atmosphère est au repos.On peut alors appliquer la relation fondamentale de la statique des fluides.

– On suppose que sur les kilomètres étudiés, la température T est constante : c'est le modèle de l'atmosphère isotherme. (En fait, jusqu'à 10 km d'altitude, T décroît avec l'altitude de 2% par kilomètre ; ce phénomène est négligé pour simplifier le modèle).

– On assimile l'air à un gaz parfait, de masse molaire $M = 29$ g.mol^{-1}. On a $PV = nRT$, d'où

2. Expression de la pression $P(z)$

- On oriente z vers le haut, on choisit une origine au niveau du sol.

- Condition au limites :

Rmq : par abus de langage on appelle cette pression « pression atmosphérique » mais il faudrait préciser « pression atmosphérique **au niveau du sol** »

La loi de l'hydrostatique pour l'atmosphère :

comme l'axe (Oz) est vertical dirigé vers le haut : $\frac{dP}{dz} =$

Conséquence : On ne peut pas primitiver -ρg en - ρgz + cste (comme pour un fluide incompressible)

a) Équation différentielle issue de la loi de l'hydrostatique (À savoir retrouver)

On sait d'après la loi des gaz parfaits que

On a donc

b) Expression du champ de pression

Les solutions de l'équation sont de la forme :

on détermine A à l'aide de la pression au niveau du sol :

finalement :

c) hauteur caractéristique de variation

On pose souvent

on a alors

Odg : Pour T = 293 K (20°C) on trouve

Remarque importante :

3. Ordre de grandeur

V Facteur de Boltzmann

V.I Théorème d'Archimède

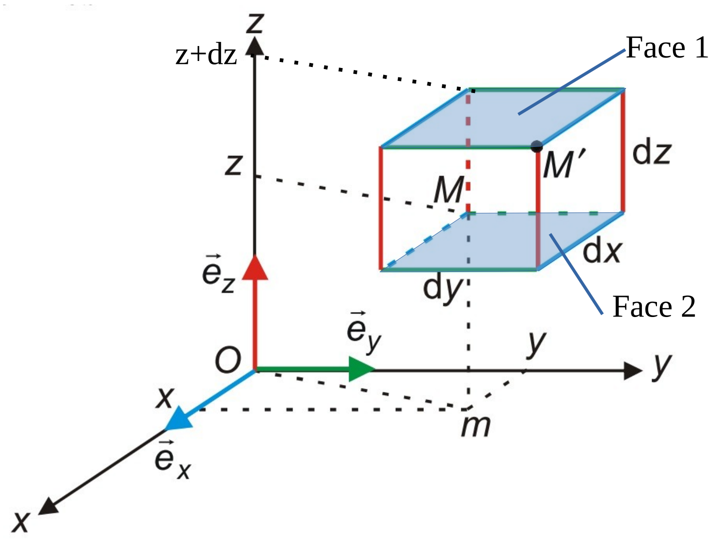
1. Énoncé

Tout corps immergé dans un fluide au repos subit une force, appelée poussée d'Archimède, qui est opposée au poids du fluide déplacé. Cette force est appliquée au centre de masse du fluide déplacé.

Lien avec les forces pressantes :

Conséquence importante : quand on fait un bilan des forces s'exerçant sur un système, on considère <u>soit</u> la poussée d'Archimède <u>soit</u> la résultante des forces de pression mais pas les deux !

<u>Exemple</u> : calcul de la résultante des forces de pression sur un solide parallélépipédique dans fluide incompressible



ici axe vertical ascendant donc **P(z)=**

Les forces pressants se compensent deux à deux sur les faces perpendiculaires au plan (OXY)

Par contre les forces ne se compensent pas entre la face 1 et la face 2 car la pression est différente sur ces faces

$$\vec{F}_{p1} = P(z+dz)\,dy\,dx(-\vec{e}_z) = (-\rho_f g(z+dz)+P_0)\,dy\,dx(-\vec{e}_z)$$

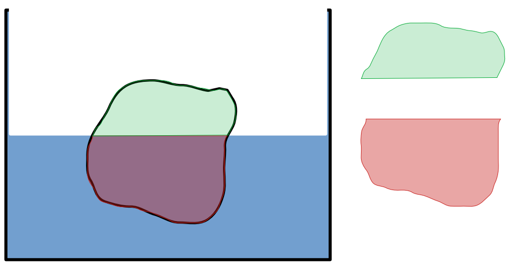
$$\vec{F}_{p1} = (\rho_f g(z+dz)+P_0)\,dy\,dx\,\vec{e}_z$$

La résultante totale des forces est donc

Comme dV = dz dy dx et comme $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ on bien $\vec{F} = \vec{\Pi} = -\rho_f dV \vec{g}$

2. Remarques

1) Si le solide de masse volumique ρ est partiellement immergé dans un fluide de masse volumique ρ_f :



Volume émergé V_e

Volume immergé V_i

Poussée d'Archimède :

Poids :

2) Si le solide de volume V et de masse volumique ρ est totalement immergé dans un fluide de masse volumique ρ_f on peut définir un poids apparent $\vec{P}_{app}$:

- Si le solide est « plus lourd que le fluide », c'est-à-dire si ρ ρ_f, alors $\vec{P}_{app}$ est dans le sens de $\vec{g}$, donc vers le bas. Alors,

- Si le solide est « plus léger que le fluide », c'est-à-dire si ρ ρ_f, alors $\vec{P}_{app}$ est dans le sens opposé à $\vec{g}$, donc vers le haut. Alors, l'objet remonte. Exemple :