Lycée Jean Perrin

Filière PCSI

Jeudi 5 février 2026

# DEVOIR SURVEILLÉ DE PHYSIQUE N°5

## superposition d'ondes , approche énergétique du mouvement

Durée de l'épreuve : 2 heures.

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est autorisé.

L'énoncé de cette épreuve comporte 5 pages de texte.

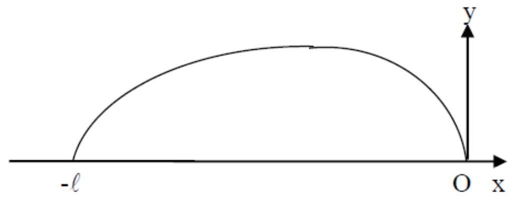
Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous semblent pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

# PROBLÈME I – Ondes sur une corde de guitare

## Partie A – Propagation d'une onde dans une corde de guitare

On assimile la corde de guitare à une corde de masse linéique constante $\mu$, tendue par une tension de module $T_0$. Au repos, elle se confond avec l'axe (Ox). On note $\ell$ la longueur de la corde au repos (**$\ell$ =50 cm)** placée entre les abscisses x = - $\ell$ et x = 0 où la corde est fixée. On étudie les vibrations de la corde dans le plan (Oxy), c'est-à-dire les petits mouvements transversaux selon (Oy), de part et d'autre de cette position de repos. On note y(x,t) l'élongation transverse de la corde au point d'abscisse x.

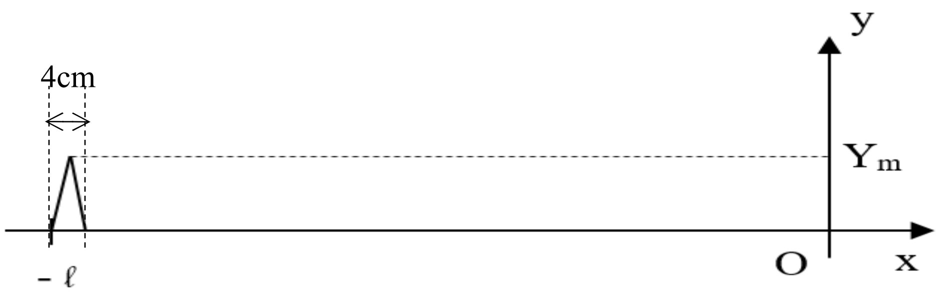



**A1.** Quelles sont les valeurs de y(x,t) aux extrémités de la corde (conditions aux limites)?

**A2.** *Montrer à l'aide d'une analyse dimensionnelle que la célérité c d'une onde sur la corde* en fonction de sa tension $T_0$ et sa masse linéique $\mu$ ( en kg/m) a pour expression $c=k\sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ avec k un coefficient sans dimension qu'on prendra égale à 1 pour la suite

**A.3** Calculer c pour $T_0$ = 118 N et $\mu$ = 6,00 g.m$^{-1}$.

*A t=0, on pince la corde en son extrémité gauche (*x = - $\ell$*).* On admet que la corde a l'allure suivante (on prendra la largeur de l'impulsion égale à 4cm) :




***A.4.*** Représenter sur votre copie l'une au-dessus de l'autre, en supposant que l'onde ne s'atténue pas ni ne se déforme au cours de sa propagation, et en respectant une échelle de 1 cm pour 10 cm de corde, l'allure de la corde aux temps $t_0$=0 s et $t_1$=1 ms, Justifier le tracé

**A.5.** Vérifier que y(x,t) peut se mettre sous la forme y(x,t) = y(x-ct+β, $t_1$), où β est une constante que l'on déterminera. Comment qualifie-t-on une telle onde ?

## Partie B – Ondes stationnaires

On suppose que la corde précédente **est fixée à ses deux extrémités**. On laisse l'onde se réfléchir en x=0. On admet que cette réflexion ne s'accompagne d'aucun amortissement. On peut montrer que le signal incident peut se mettre sous la forme :

$$y(x, t)= Y_m\cos(\omega t-kx+\varphi_i)$$

**B.1.** Donner la forme générale du signal réfléchi que l'on appellera $y_r(x, t)$. On introduira une phase $\varphi_r$. On supposera que l'amplitude de l'onde réfléchi est identique à celle de l'onde incidente.

**B.2.** On note $y_{tot}$ l'élongation totale $y_{tot}(x,t) = y(x,t) + y_r(x,t)$. Mettre l'élongation totale $y_{tot}(x,t)$ sous la forme d'un produit de deux fonctions sinusoïdales $y_{tot}(x,t)=A\cos(\omega t+\psi)\cos(kx+\theta)$ avec A,ψ et θ à exprimer en fonction de $Y_m$ , $\varphi_r$ et $\varphi_i$ . Comment s'appelle une telle onde ? Justifier.

**B.3.**En utilisant une condition aux limites, **M**ontrer que le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_r - \varphi_i$ entre les phases à l'origine des deux signaux incident et réfléchi est alors égal à $\pi + 2p\pi$ avec $p \in Z$.

**B.4.** En utilisant l'autre condition aux limites, Montrer que la grandeur k ne peut prendre qu'un nombre discret de valeurs à préciser.

**B.5.** En déduire les expressions de la fréquence (notée $f_n$), la pulsation (notée $\omega_n$) et la longueur d'onde (notée $\lambda_n$) associées à $k_n$ en fonction de n, $\ell$ et éventuellement c.

**B.6.**Calculer la fréquence fondamentale pour c= 140 m s$^{-1}$ et $\ell = 50$ cm . Comment est modifié cette fréquence si on diviser par deux la longueur de la corde ?

**B.7** Montrer que l'onde harmonique de pulsation $\omega_n$ a une expression de la forme : $y_n(x,t) = Y_0 \cos(n\omega_1 t + \psi_n) \sin\left(\frac{n\pi}{\ell} x\right)$.

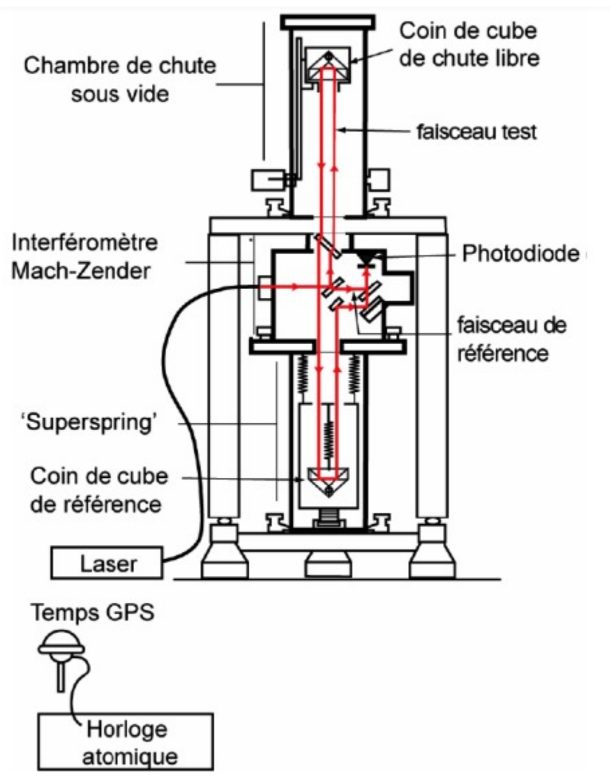
**B.8.** Pour cette question, on prendra $\psi_n$=0 pour simplifier et $Y_0$>0.

Dessiner l'allure de la corde à $t = \frac{2\pi}{\omega_n}$ et $t' = \frac{3\pi}{\omega_n}$ pour n=3.On représentera sur le même graphe, pour un n fixé, la corde aux deux temps demandés.

**B.9.** Quel est le nombre de ventres et de nœuds pour un mode de vibration n quelconque ?

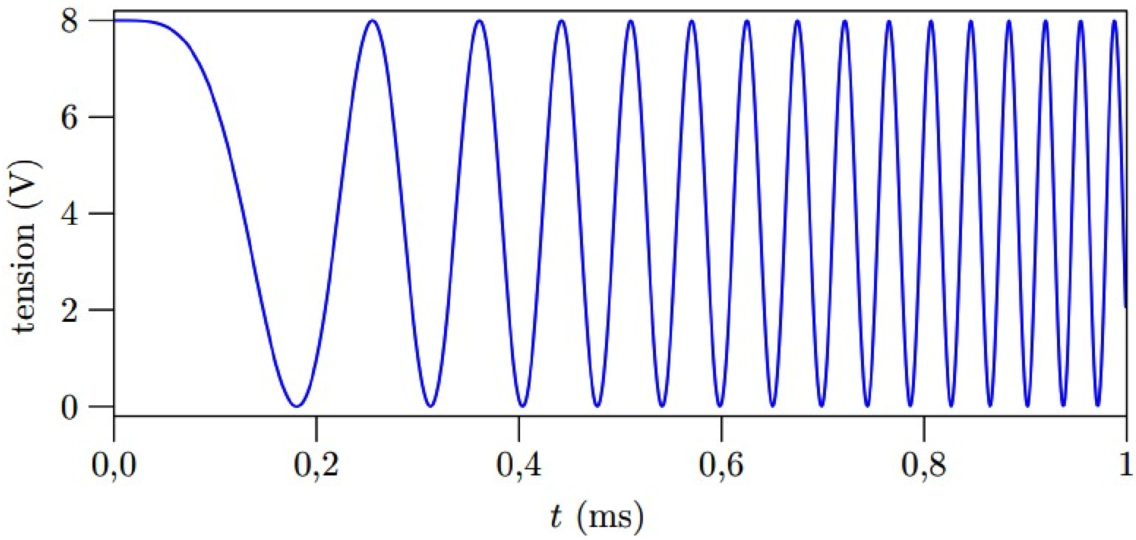
## Problème II : Mesure interférométrique de l'accélération de la pesanteur

Aujourd'hui, les gravimètres procèdent généralement par mesure du temps de chute d'un objet dans le vide : le temps de parcours d'une distance donnée permet d'accéder directement à la valeur de l'accélération de la pesanteur g. L'objet utilisé est généralement un catadioptre, les mesures de distance étant réalisées à l'aide d'un laser dans un interféromètre. Dans le gravimètre à chute de coin de cube représenté figure ci-dessous, la photodiode reçoit deux faisceaux lumineux : l'un est issu directement du laser, l'autre a été réfléchi successivement par le coin de cube en chute libre et par le coin de cube de référence. Ces deux faisceaux interfèrent.




**Q1** Pour que les ondes lumineuses puissent interférer, elle doivent être synchrones. Préciser ce que signifie ce terme.

L'intensité lumineuse reçue par la photodiode est convertie en un signal électrique. Une simulation informatique de la tension détectée est représentée ci-dessous.




On rappel la formule de Fresnel donnant l'intensité lumineuse $I$ en fonction des intensités $I_1$ et $I_2$ des deux ondes qui interfèrent et du déphasage $\Delta\phi$ entre ces deux ondes

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi)$$

**Q2** Les deux faisceaux lumineux reçus par la photodiode sont supposés avoir la même intensité $I_0$ . Comment est modifiée la formule de Fresnel précédente?

On admet qu'à une constante près le déphasage a pour expression : $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2z(t)$

où $\lambda_0$ est la longueur d'onde du laser utilisé et z(t) le déplacement selon la verticale descendante du coin de cube en chute libre.

**Q3** À quelle condition sur $\Delta\phi$ l'intensité lumineuse I est-elle maximale ? Comment qualifie-t-on les interférences dans ce cas ?

**Q4** En déduire les altitudes $z_p$ pour lesquelles l'intensité est maximale en fonction d'un entier p que l'on appellera dans la suite l'ordre d'interférence.

On fixe z(0) = 0 et $\dot{z}(0) = 0 \ m/s$

**Q5** Exprimer la position z(t) du coin de cube **en chute libre** à une date t quelconque en fonction de g.
En déduire l'expression des instants $t_p$ où l'intensité est maximale en fonction de $\lambda_0$ , g et p
On remarquera que $z_p = z(t_p)$

**Q6** Expliquer qualitativement l'allure de la courbe expérimentale donnant l'intensité au cours du temps.

**Q7** À l'aide de la courbe déterminer $t_{10}(t)$ correspondant à l'ordre p=10. En déduire la valeur de g à partir de la courbe. Donnée : $\lambda_0$= 638 nm

# PROBLÈME III – Approche énergétique du mouvement d'un satellite

Les parties A et B sont totalement indépendantes.

## Partie A – vitesse de libération

Pour libérer un satellite M de masse $m$ de l'attraction gravitationnelle terrestre, on comprend qu'il est nécessaire de le "lancer" vers l'espace avec une vitesse suffisamment importante. La vitesse de libération de la Terre $v_\ell$ est précisément la vitesse minimale, évaluée dans le référentiel géo-centrique supposé galiléen, avec laquelle on doit lancer l'objet pour qu'il "s'échappe".

On rappelle l'expression de la norme de la force gravitationnelle d'interaction entre deux objets de masse $M_A$ et $M_B$ séparés d'une distance r : $\|\vec{F}_{grav}(r)\| = G\dfrac{M_A M_B}{r^2}$

**A-1 D**émontrer que l'énergie potentielle gravitationnelle d'interaction entre la Terre de masse $M_T$ et le satellite de masse m placé à une distance r du centre de la Terre a pour expression :

$E_{pgrav}(r) = -G\dfrac{M_T m}{r}$ si on suppose qu $E_p(r \to \infty) = 0$.

**A-2 On néglige l'influence de l'atmosphère et de toutes forces non conservative dans cette question**
En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au satellite M entre l'instant initial (M à la surface de la Terre et vitesse $v_\ell$ ) et l'instant final (M à l'infini à la vitesse nulle ), déterminer la vitesse de libération $v_\ell$ .
(Faire un schéma en supposant que la trajectoire est rectiligne )

**A-3.**Calculer numériquement $v_\ell$

Données : constante universelle de gravitation G = 6,67 $10^{-11}$ S.I

Masse de la Terre $M_T$ =5,972 × $10^{24}$ kg

Rayon de la Terre $R_T$ = 6370 km

## Partie B – Cas d'un mouvement elliptique

Dans le cas d'un mouvement elliptique le rayon r peut varier au cours de la trajectoire. On le note r(t) .

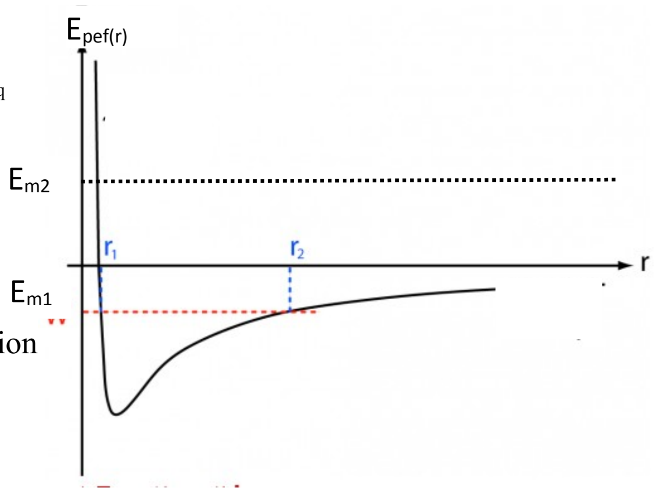
Dans ce cas tout se passe comme si le satellite possédait une énergie potentielle effective :

$$E_{pef}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{G M_T m}{r}$$

**B.1.** Indiquer si chacun des termes de l'énergie potentielle effective correspond à une force attractive ou répulsive.

**B.2** Détermine l'expression de la position d'équilibre $r_{eq}$ en fonction de L ,m, G ,$M_T$

$E_{pef}(r)$ à l'allure ci-contre




**B.3** Reproduire la courbe sur votre copie et indiquer $r_{eq}$

Expliquer la nature du mouvement dans le cas où l'énergie mécanique vaut $E_{m1}$ et si elle vaut $E_{m2}$

**B.4** Définir une position d'équilibre stable. La position d'équilibre $r=r_{eq}$ est-elle stable d'après la courbe ?