TD18 – STATIQUE DES FLUIDES

Données pour tout le TD : $g=9.81 m.s^{-2}$; $R=8.31 J.K^{-1}.mol^{-1}$; $M(O_2) = 32 g.mol^{-1}$; $M(N_2) = 28 g.mol^{-1}$

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

1 On considère une portion de fluide Σ de masse M_{TOT}, de volume V et de surface S.
Déterminer la résultante des forces de pression $\overrightarrow{F_p}$ s'appliquant sur Σ sous forme d'une intégrale double.

2 Etablir la loi fondamentale de l'hydrostatique. (équation locale de la statique des fluides)

3 Ordres de grandeur : de combien varie la pression lorsqu'on « descend » de 10m dans l'eau ? Dans l'air ? Commenter.

4 On cherche à déterminer l'évolution de la pression avec l'altitude dans l'atmosphère. Pour cela, on choisit le modèle de l'atmosphère isotherme, c'est-à-dire qu'on modélise l'air par un gaz parfait et on considère que, quelle que soit l'altitude, T=cste.
 a Etablir l'équation différentielle vérifiée par P(z).
 b La résoudre en prenant $P(z=0)=P_0$. Tracer l'allure de P en fonction de z.
 c Définir une hauteur caractéristique et en donner une signification physique.
 d Définir le facteur de Boltzmann. Donner sa signification physique.

5 On cherche à déterminer l'évolution de la pression avec l'altitude pour un fluide incompressible et homogène.
 a Etablir l'expression de P(z), en choisissant $P(z=0)=P_0$.
 b Equation barométrique : quelle est l'expression de la pression à une profondeur h de liquide, sachant qu'à la surface du liquide, $P=P_0$? Justifier.

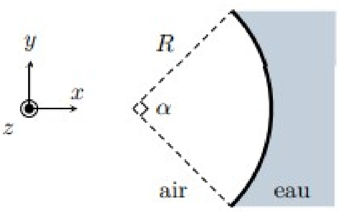
6 Définir la poussée d'Archimède. Quelle en est l'origine ?

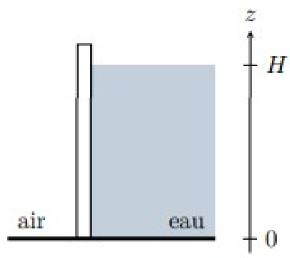
7 Donner, en justifiant, l'expression de l'équivalent volumique des forces de pression.

Exercice 2 : barrage droit et barrage voûte

Q1 Établir l'expression de la résultante des forces de pression sur un barrage rectangulaire, de hauteur h, de largeur l et d'épaisseur e<<h et l.

Q2 Établir la résultante des forces de pression sur un barrage cylindrique, de hauteur h, situé entre les angles $-\alpha$ et $+\alpha$. On pourra s'aider des symétries.





Comparer les deux situations

Exercice 3 : Densité particulaire locale de l'atmosphère

Dans le modèle de l'atmosphère isotherme, montrer que la densité particulaire locale n*(z) d'une particule de fluide à l'altitude z s'exprime :

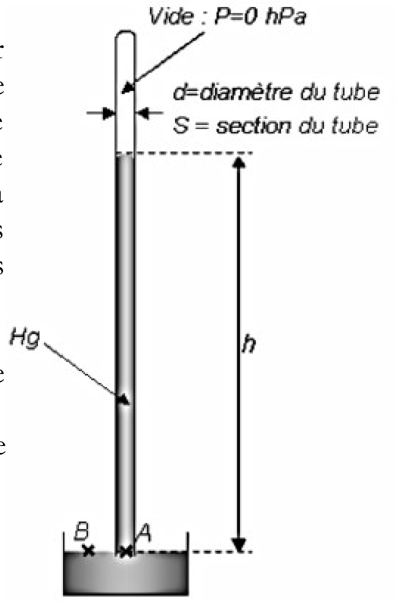
$$n^*(z)=n_0^*\exp\left(\frac{-z}{H}\right)$$ On donnera les expressions et les dimensions de n_0^* et H.

Exercice 4 : Validité du modèle de l'atmosphère isotherme

La température de l'air, considéré comme un gaz parfait de masse molaire $M=29 g.mol^{-1}$, décroit lorsque l'altitude augmente selon une loi pratiquement linéaire : $T(z)=-az+b$. La température au niveau de la mer est $T_0=20°C$, et au sommet de l'Everest d'altitude h=8848m, elle est de -40°C.

1 Donner les dimensions et les valeurs numériques de a et b.
2 Etablir la loi de variation de la pression avec l'altitude.
3 En déduire la pression moyenne au sommet de l'Everest.
4 Comparer cette valeur à celle que l'on obtiendrait en considérant l'atmosphère comme isotherme.

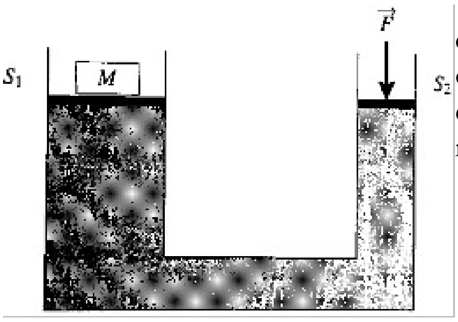
Exercice 5 : Baromètre à mercure



Le premier baromètre a été inventé par Torricelli en 1644. Voulant mesurer les « variations du poids de l'air », Torricelli remplit de mercure un tube de verre d'un mètre de long, fermé à une extrémité. Il le retourne et le plonge dans une cuvette remplie de mercure. Il constate alors que le niveau de mercure dans le tube s'abaisse, laissant un espace de vide au-dessus de lui. Il vient de découvrir la pression atmosphérique, comme il l'écrit dans une lettre : « Nous vivons submergés au fond d'un océan d'air élémentaire, dont on sait par des expériences incontestables qu'il a un poids. ».

1 Déterminer la valeur de la pression atmosphérique sachant que $\varrho_{Hg}=13,6.10^3 kg.m^{-3}$ et que Torricelli a mesuré h=76cm.
2 Convertir l'unité de pression 1torr=1mmHg (1 « millimètre de mercure ») en Pascal.
3 Pourquoi peut-on très difficilement réaliser cette expérience avec de l'eau ?

Exercice 6 : Vérin hydraulique

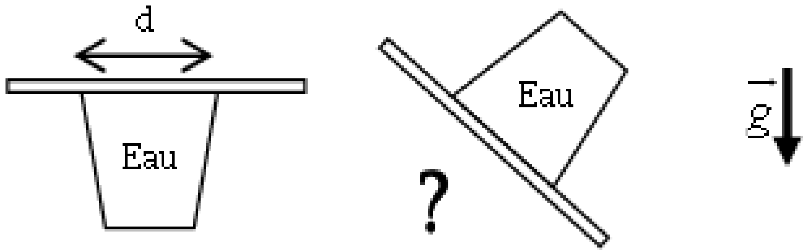


Pour lever des objets lourds, on utilise un vérin hydraulique. Le schéma de principe est représenté sur la figure ci-contre. Il s'agit d'un tube dont les colonnes de gauche et de droite ont des surfaces différentes, respectivement S_1 et S_2. ($S_1 > S_2$). A l'équilibre, on pose une masse M à gauche. On néglige les masses des pistons devant M.

Quelle force supplémentaire F, à exprimer en fonction de M, g, S_1 et S_2, doit-on exercer pour maintenir les surfaces toujours au même niveau ? En déduire l'intérêt du vérin hydraulique.

Exercice 7 : Expérience à tester (au-dessus d'un évier …)

Un verre de diamètre supérieur d=10cm et de volume V=0,25L est rempli d'eau à ras bord. Une feuille de papier débordant largement est posée sur le verre. Vous appliquez votre main sur l'ensemble et retournez le tout. Lorsque vous enlevez votre main, que se passe-t-il ? Justifier par des arguments physiques et des applications numériques.



.

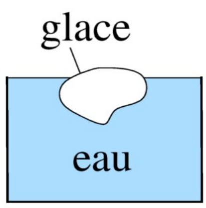
Exercice 8 : Poussée d'Archimède : pourquoi un poisson mort remonte-t-il à la surface ?

Les poissons sont composés de plusieurs tissus corporels qui sont naturellement plus denses que l'eau. Afin d'éviter de couler, ils doivent compenser les effets de la gravité. C'est grâce à un organe interne particulier appelé « vessie natatoire » que cela est rendu possible. La vessie natatoire est une poche située dans l'abdomen des poissons, au-dessus de l'intestin, soit sous son centre de gravité qui est situé près de la tête. Elle contient de l'azote, de l'oxygène et du gaz carbonique. La vessie natatoire a pour fonction d'ajuster la flottabilité des poissons. En réduisant ou en augmentant le volume de gaz qu'elle contient, elle permet au poisson d'ajuster sa flottabilité à la manière d'un « ballast » de bateau.

Cette vessie doit toujours être en accord avec la pression exercée par l'eau. Par exemple, lorsqu'un poisson descend dans les profondeurs, la pression de l'eau réduit la taille de sa vessie, sa densité moyenne augmente et sa flottabilité diminue. Le poisson doit donc émettre une sécrétion de gaz dans sa vessie afin qu'elle augmente à nouveau de taille : le poisson retrouve alors son équilibre. Si le poisson remonte vers la surface, on observe le schéma inverse : la pression de l'eau diminue, le gaz se dilate et le volume de la vessie augmente ainsi que sa flottabilité. Quand un poisson meurt, sa vessie natatoire s'emplit de gaz provenant de la décomposition de ses organes.

Pourquoi un poisson mort remonte-t-il à la surface ? Pourquoi flotte-t-il alors le ventre à l'air ?

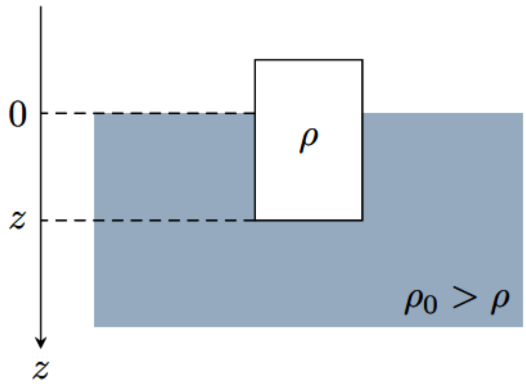
Exercice 9 : Glaçon



Un verre contenant un glaçon de volume V et de masse volumique $\varrho_g = 0{,}917$ kg/L st rempli à ras bord d'eau liquide de masse volumique ϱ_e

1. Exprimer en fonction des données le volume V_i du glaçon immergé dans l'eau ainsi que le volume V' de l'eau issue du glaçon lorsqu'il a fondu.
2. Faut-il prévoir une éponge pour essuyer la table ? Que se passe-t-il si le verre est rempli avec du whisky (de masse volumique $\varrho_w = 0{,}85.10^3$ kg.m^{-3}) ?

Exercice 10 : Flotteur cylindrique



On considère un cylindre de rayon R et de hauteur H, de masse volumique ϱ plongé dans un liquide au repos de masse volumique ϱ_0. L'axe (Oz) est vertical descendant, avec O au niveau de la surface du liquide.

1. À quelle condition sur ϱ le solide peut-il flotter ? Déterminer alors la hauteur h de la partie immergée du cylindre.
2. À partir de la position d'équilibre, on enfonce légèrement le cylindre. Montrer qu'il va effectuer des oscillations dont on déterminera la période.

Exercice 11 : Ballon sonde

Un ballon sonde est assimilé à une sphère indéformable de rayon $R_0 = 2$ m remplie d'hélium, ouverte par le bas, ce qui permet à l'hélium de s'échapper au fur et à mesure de l'ascension et au ballon de demeurer en équilibre thermique et mécanique avec l'atmosphère. Le ballon de masse à vide 1 kg est conçu pour emporter des équipements scientifiques.

La température de l'atmosphère suit la loi $\mathbf{T(z) = T_0(1 - \alpha z)}$ avec $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}$ m^{-1} .

Q1 Déterminer la constante β telle que le champ de pression atmosphérique s'écrive

$$P(z) = P_0(1 - \alpha z)^{\beta}$$

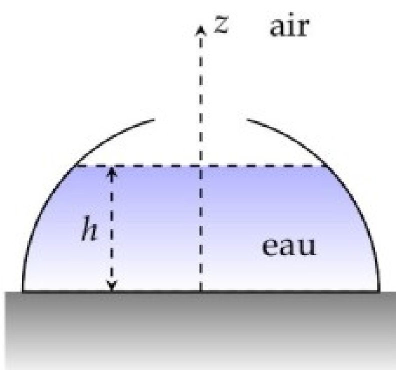
Q2 En déduire l'évolution de la masse volumique de l'air avec l'altitude
Q3 Déterminer la masse d'hélium restant dans le ballon en fonction de l'altitude.

Q4 En déduire la masse maximale que peut soulever le ballon à l'altitude z

Q5 Application numérique : calculer cette masse au niveau du sol et à 10 km d'altitude.

Données : ▷ masse molaire de l'air 29,0 g · mol^{-1} et de l'hélium 4,0 g · mol^{-1}
▷ constante des gaz parfaits R = 8,314 J · mol^{-1} · K^{-1}

Exercice 12: Soulèvement d'une cloche *(résolution de problème)*



Une cloche de verre de masse m, en forme de demi sphère de rayon R, est posée sur une table. On verse de l'eau à l'intérieur de cette cloche sur une hauteur h. On notera P_0 la pression de l'air et ϱ la masse volumique de l'eau.

Déterminer la hauteur h d'eau qui provoque le soulèvement de la cloche.