CHAP. 19 – MOUVEMENTS DANS UN CHAMP DE FORCE CENTRALE CONSERVATIF

Objectifs :

- Déduire de la loi du moment cinétique la conservation du moment cinétique.
- Connaître les conséquences de la conservation du moment cinétique : mouvement plan, loi des aires.
- Exprimer la conservation de l'énergie mécanique et construire une énergie potentielle effective.
- Décrire qualitativement le mouvement radial à l'aide de l'énergie potentielle effective. Relier le caractère borné à la valeur de l'énergie mécanique.
- Énoncer les lois de Kepler pour les planètes et les transposer au cas des satellites terrestres.
- Cas particulier du mouvement circulaire : montrer que le mouvement est uniforme et savoir calculer sa période.
- Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier de la trajectoire circulaire. Exploiter sans démonstration sa généralisation au cas d'une trajectoire elliptique.
- Satellite géostationnaire. Calculer l'altitude du satellite et justifier sa localisation dans le plan équatorial.
- Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement circulaire.
- Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement elliptique en fonction du demi-grand axe.
- Vitesses cosmiques (vitesse en orbite basse et vitesse de libération) : Exprimer ces vitesses et connaître leur ordre de grandeur en dynamique terrestre.

Rapport de Jury :

le Jury tient à rappeler l'intérêt de la sémantique en physique : si la constante des aires avait pris tout son sens, certains candidats ne l'appelleraient pas « constante de l'air » par exemple. Cela éviterait que le candidat erre, comme il le dit d'ailleurs parfois, sans le savoir.

Quelques données numériques :

Constante de gravitation : $G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}

La Terre

accélération de la pesanteur :	$g = 9{,}81$ m.s^{-2}
jour solaire moyen :	1 jour = 24 h = 86400 s
jour sidéral :	23 h 56 min 04 s = 86164 s
vitesse de rotation propre :	ω = 1 tour / jour sidéral = $7{,}3.10^{-5}$ rad.s^{-1}
rayon :	$R_T = 6{,}4.10^3$ km
périmètre :	40.10^3 km
masse :	$M_T = 6{,}0.10^{24}$ kg
altitude d'un satellite géostationnaire :	36.10^3 km
vitesse de libération à partir du sol :	$v_2 = 11{,}2$ km.s^{-1}
rayon de l'orbite (distance Terre-Soleil) :	1 u.a. (unité astronomique) = 150.10^6 km
période de révolution autour du Soleil :	1 année = 365,25 jours
vitesse moyenne sur son orbite :	30 km.s^{-1}

La Lune

lunaison (période entre deux pleines lunes) : 29,5 jours

distance Terre-Lune :	380.10^3 km
masse :	$M_L = M_T/81$

Le Soleil

masse :	$M_S = 2{,}0.10^{30}$ kg
rayon :	$R_S = 700.10^3$ km

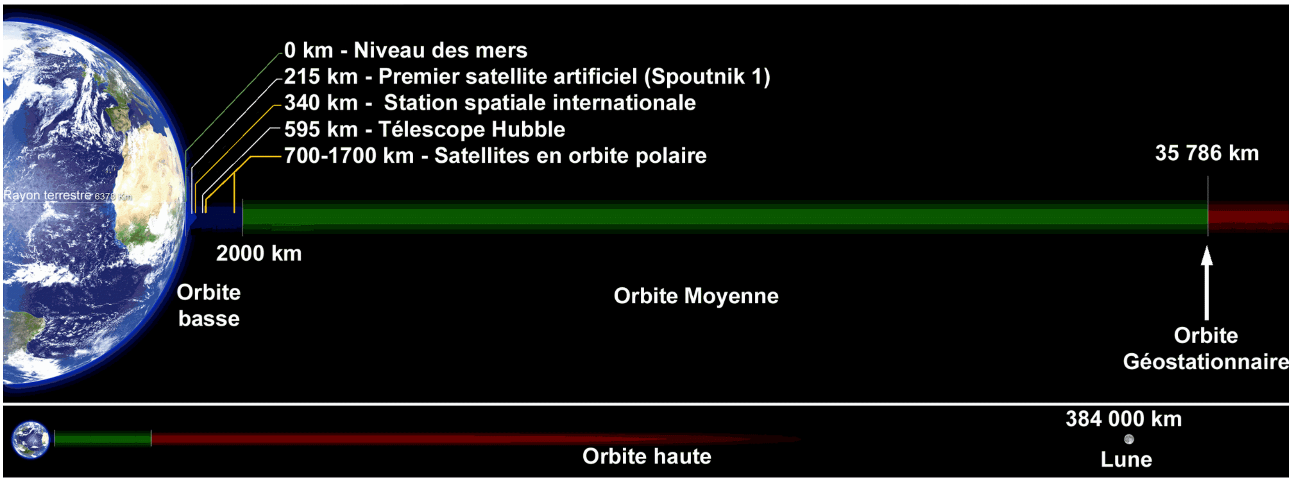
Les lois de Kepler :

<u>1ère loi (loi des orbites)</u> : les planètes du système solaire décrivent des trajectoires elliptiques dont le Soleil occupe l'un des foyers.

<u>2ème loi (loi des aires)</u> : les vecteur Soleil-planète balaie des aires égales pendant des intervalles de temps égaux.

<u>3ème loi (loi des périodes)</u> : la période de révolution T d'une planète et son demi-grand axe a vérifient $\frac{T^2}{a^3}=k$ où k est une constante ayant la même valeur pour toutes les planètes du système solaire.

Les satellites artificiels :



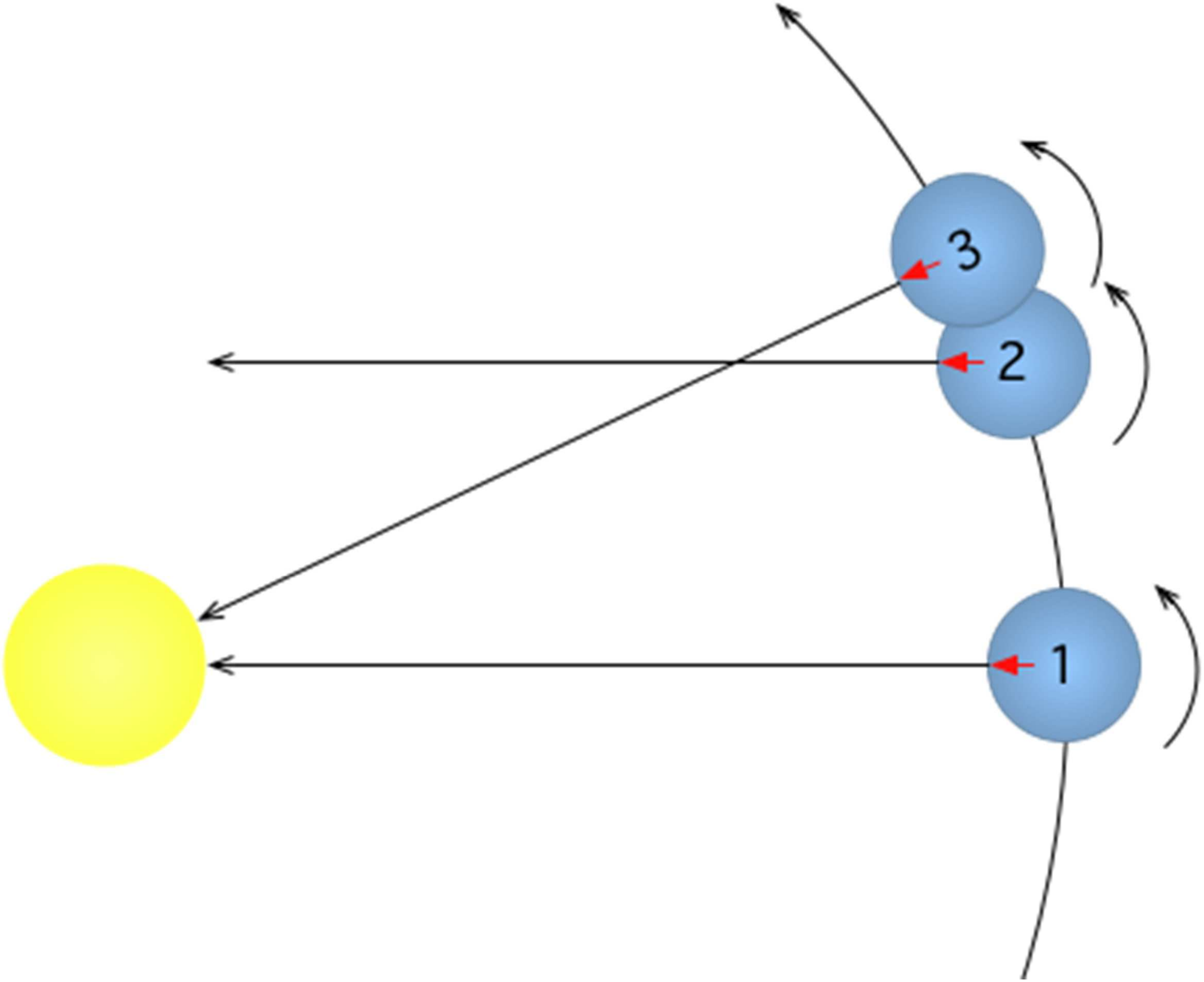
Orbite	Altitude	Exemples d'applications
Basse	Inférieure à 2 000 km	Satellites scientifiques (Hubble…), satellites de téléphonie mobile ou internet (constellation Starlink)
Moyenne	Entre 2 000 km et 20 000 km	Positionnement (constellation GPS)
Géostationnaire	35 786 km (et dans le plan de l'équateur)	Télécommunications, observations météo

I Point matériel soumis à un champ de force centrale

II Exemple du champ de force newtonien

III Applications

La Terre positionnée en 1 met un jour sidéral pour arriver en 2 et un jour solaire pour arriver en 3



A.M. n°3

Les coniques

Toutes les coniques peuvent être engendrées par l'intersection d'un cône de révolution et d'un plan, d'où leur nom.

Définition générale :

Soit (D), une droite appelée **directrice**, et F un point appelé **foyer**. On appelle **conique** de directrice (D), de foyer F, d'**excentricité** e (réel positif) l'ensemble des points M du plan $\{F,(D)\}$ tels que $\boxed{\dfrac{MF}{d(M,(\Delta))}=e}$. Le *genre* de la conique est déterminé par la valeur de e :

$e=0$	$0<e<1$	$e=1$	$e>1$
cercle	ellipse	parabole	hyperbole

I L'ellipse : cas $\boxed{0<e<1}$

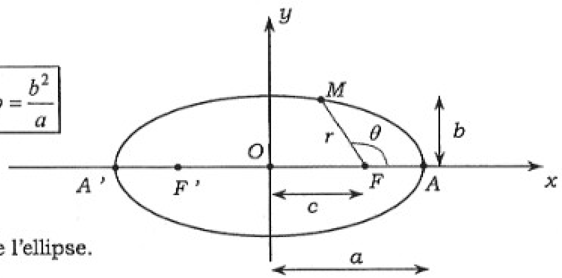
L'**ellipse** est le lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes F et F' (foyers) est constante : $MF+MF'=2a$. Cette propriété permet de construire une ellipse «à la main», avec une simple corde.. On pose $\boxed{FF'=2c}$ avec $a>c$.

En choisissant de manière simple l'axe polaire (défini par $\theta=0$) l'équation polaire d'une ellipse est :

$\boxed{r=\dfrac{p}{1+e\cos\theta}}$ où p est le **paramètre** de l'ellipse.

On a :

$\boxed{e=\dfrac{c}{a}}$ $\boxed{a^2=b^2+c^2}$ $\boxed{p=\dfrac{b^2}{a}}$



O, milieu de $[FF']$, est le *centre* de l'ellipse.
$c=OF$ est la *distance focale.*

a est appelé **demi-grand axe**, et b est le **demi-petit axe**.

Ici, l'axe *focal* (FF') est confondu avec l'axe *polaire.*

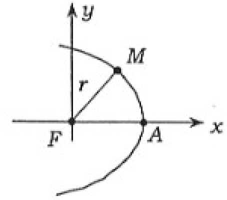
A est le **péricentre**, A' est l'**apocentre**. Ces deux points correspondent à $\theta=0$ et $\theta=\pi$: $\boxed{r_A=r_{\min}=\dfrac{p}{1+e}}$ et $\boxed{r_{A'}=r_{\max}=\dfrac{p}{1-e}}$.

On a $r_{\min}+r_{\max}=2a$ d'où $\boxed{p=a(1-e^2)}$.

L'aire délimitée par l'ellipse vaut $\boxed{S=\pi ab}$.

Enfin, $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1}$ est l'équation cartésienne de cette ellipse.

Rq : on notera que $e=0$ correspond au **cercle**.



II La parabole : cas $\boxed{e=1}$

L'équation polaire est $\boxed{r=\dfrac{p}{1+\cos\theta}}$.

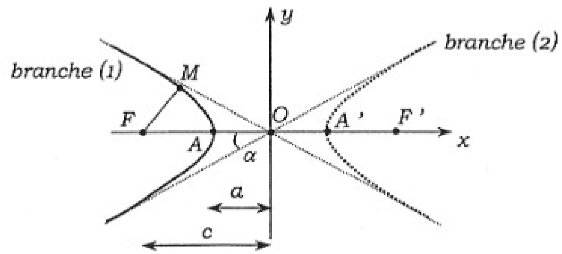
La parabole n'a qu'un sommet A : c'est le péricentre du foyer F ; $\boxed{r_A=r_{\min}=\dfrac{p}{2}}$

Elle ne possède pas de centre de symétrie.

III L' hyperbole : cas $\boxed{e>1}$

L'hyperbole est le lieu des points dont la différence des distances à deux points fixes F et F' (foyers) est constante : $|MF-MF'|=2a$. On pose $\boxed{FF'=2c}$ avec $c>a$.

Une hyperbole possède deux foyers, deux sommets et comporte **deux branches** non sécantes. L'équation polaire de la branche *(1)* est $\boxed{r=\dfrac{p}{1+e\cos\theta}}$ alors que celle de la branche *(2)* est $\boxed{r=\dfrac{p}{e\cos\theta-1}}$.



On a : $\boxed{e=\dfrac{c}{a}}$ $\boxed{c^2=a^2+b^2}$ $\boxed{p=\dfrac{b^2}{a}}$ et aussi $\boxed{p=a(e^2-1)}$.

Les asymptotes sont telles que $\boxed{\cos\alpha=\dfrac{1}{e}}$. L'équation cartésienne de l'hyperbole est $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1}$.