Exercice n° 1 : satellite en orbite circulaire

Dans le référentiel géocentrique (supposé galiléen), un satellite artificiel de masse m se déplace suivant une orbite circulaire de rayon $r = R + h$ autour du centre de la Terre (h étant son altitude par rapport à la surface terrestre). Ce mouvement peut s'étudier simplement à l'aide du PFD.

1. Montrer que la vitesse v est constante, et donner sa valeur en fonction de G, M, R et h.

2. En déduire la période T du mouvement, et montrer que la constante $\frac{T^2}{r^3}$ a la même valeur pour tous les satellites. Quelle est la loi équivalente pour le système solaire ?

3. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergie mécanique du satellite ; quelle est la relation simple entre les deux ? Commenter le signe de l'énergie mécanique.

4. Un satellite est dit géostationnaire s'il est immobile par rapport au référentiel terrestre. Quelle est alors sa période ? En déduire son altitude h et commenter.

5. Pour que le satellite puisse tourner, il faut d'abord le lancer ! Le satellite étant initialement immobile par rapport à la Terre, sur une base de lancement située à la latitude λ, une fusée lui fournit un travail W pour l'amener sur son orbite avec la vitesse initiale calculée précédemment.

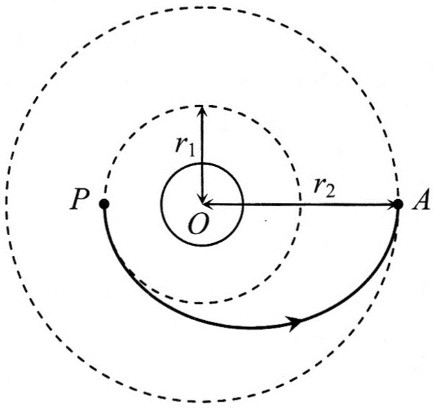
a) Quelle est l'énergie mécanique du satellite avant son lancement ? (On n'oubliera pas de tenir compte de la rotation de la Terre.)

b) Calculer le travail W que la fusée doit fournir au satellite. Où doit-on placer de préférence la base de lancement ?

c) Calculer, en pourcentage, l'économie réalisée entre un lancement depuis l'équateur ($\lambda_1 = 0$) et un lancement depuis le Nord de l'Europe ($\lambda_2 = 55°$), pour $h << R$. Commenter.

Exercice n°2 : Changement d'orbite

Un satellite artificiel, assimilé à un point matériel M de masse $m = 900$ kg, se trouve sur une orbite circulaire provisoire de rayon $r_1 = 7500$ km autour de la Terre. On souhaite le faire passer sur son orbite définitive de rayon $r_2 = 42200$ km (orbite géostationnaire).



Pour cela, on le fait d'abord passer sur une orbite de transfert elliptique dont le périgée P est à la distance r_1 et l'apogée A à la distance r_2 du centre de la Terre ; lorsque le satellite arrive à cet apogée, on le fait alors passer sur l'orbite circulaire de rayon r_2.

Ces deux changements d'orbite sont obtenus par allumage d'un moteur placé sur le satellite : ce processus est très bref (par rapport à la période orbitale), donc on considérera que la vitesse passe instantanément de v_1 à v_{e1} en P, puis de v_{e2} à v_2 en A (sans changer de direction dans chaque cas).

1. Calculer la vitesse v_1.

2. Démontrer que sur la trajectoire elliptique, le produit $C = r^2\dot{\theta}$ est une constante (en notant r et θ les coordonnées polaires du satellite).

3. Démontrer que pour une trajectoire elliptique de demi-grand axe a, l'énergie mécanique du satellite s'écrit : $E_m = -\frac{GMm}{2a}$.

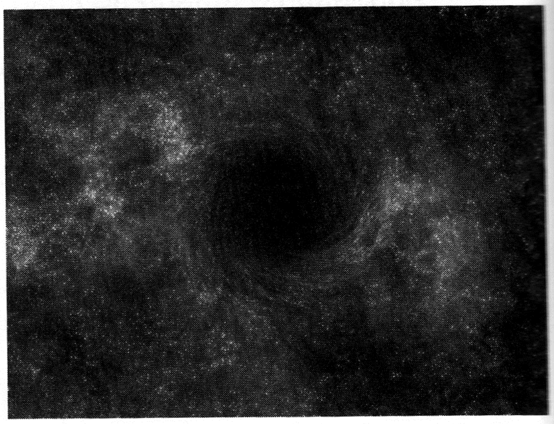
En déduire l'expression de l'énergie mécanique du satellite sur chacune des trois orbites.

4. Calculer la vitesse v_{e1} après le premier transfert, et la variation $\Delta v_P = v_{e1} - v_1$. Calculer également le travail W_P fourni par le moteur au satellite en ce point.

5. Déterminer une relation entre v_{e1}, v_{e2}, r_1 et r_2. Calculer v_{e2}.

6. Calculer la variation de vitesse $\Delta v_A = v_2 - v_{e2}$ lors du second transfert, et le second travail W_A fourni par le moteur au satellite.

Exercice n°3 : trou noir



En 1783, le physicien britannique John Michell eut l'idée pour la première fois de l'existence d'astres dont la gravitation serait si forte que même la lumière ne pourrait s'en échapper. L'idée fut reprise par Laplace en 1796, puis oubliée car elle semblait trop abstraite. Elle ressurgit en 1916 dans le cadre de la relativité générale, lorsque le jeune Karl Schwarzschild vit apparaître un tel objet dans les solutions des équations d'Einstein. Ce concept fut développé par la suite, et la dénomination de *trou noir* s'est imposée dans les années 1960. On pense aujourd'hui en avoir détecté un grand nombre.

On se propose de calculer l'ordre de grandeur de la taille d'un trou noir dans le cadre de la physique newtonienne. Considérons pour cela un point matériel P de masse m à proximité d'un astre sphérique de centre O, de masse M et de rayon R. Ce point matériel est soumis uniquement à la force gravitationnelle due à l'astre. On se place dans un référentiel $\mathfrak{R}$ astrocentrique (dans lequel le point O est fixe), qui est supposé galiléen.

1. Exprimer cette force, ainsi que l'énergie potentielle dont elle dérive (supposée nulle à l'infini) et l'énergie mécanique du point matériel P. Cette dernière se conserve-t-elle ?
2. Montrer que le mouvement de P est nécessairement plan. P étant alors repéré par ses coordonnées polaires, démontrer que le produit $r^2\dot{\theta}$ est une constante du mouvement.
3. Montrer que l'énergie mécanique peut se mettre sous la forme : $E_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{\mathrm{p\,eff}}(r)$ en introduisant une fonction $E_{\mathrm{p\,eff}}(r)$ dont on précisera l'expression.
4. Tracer la courbe représentative de $E_{\mathrm{p\,eff}}(r)$. À l'aide d'un raisonnement graphique, déterminer pour quelles valeurs de E_{m} le point P peut « échapper » à l'attraction de l'astre, c'est-à-dire se trouver en état de diffusion.
5. En déduire la vitesse de libération v_{lib} à la surface de cet astre.
6. Un trou noir est un astre pour lequel la vitesse de libération est supérieure à $c = 3\cdot10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Calculer le rayon maximal R_{S} que doit avoir l'astre de masse M pour être un trou noir (ce rayon est appelé rayon de Schwarzschild). Faire l'application numérique avec la masse du Soleil ($M = 2{,}0\cdot10^{30}$ kg) puis celle de la Terre, et commenter.

Exercice n° 1 : satellite en orbite circulaire

Dans le référentiel géocentrique (supposé galiléen), un satellite artificiel de masse m se déplace suivant une orbite circulaire de rayon $r = R + h$ autour du centre de la Terre (h étant son altitude par rapport à la surface terrestre). Ce mouvement peut s'étudier simplement à l'aide du PFD.

1. Montrer que la vitesse v est constante, et donner sa valeur en fonction de G, M, R et h.

2. En déduire la période T du mouvement, et montrer que la constante $\dfrac{T^2}{r^3}$ a la même valeur pour tous les satellites. Quelle est la loi équivalente pour le système solaire ?

3. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergie mécanique du satellite ; quelle est la relation simple entre les deux ? Commenter le signe de l'énergie mécanique.

4. Un satellite est dit géostationnaire s'il est immobile par rapport au référentiel terrestre. Quelle est alors sa période ? En déduire son altitude h et commenter.

5. Pour que le satellite puisse tourner, il faut d'abord le lancer ! Le satellite étant initialement immobile par rapport à la Terre, sur une base de lancement située à la latitude λ, une fusée lui fournit un travail W pour l'amener sur son orbite avec la vitesse initiale calculée précédemment.

a) Quelle est l'énergie mécanique du satellite avant son lancement ? (On n'oubliera pas de tenir compte de la rotation de la Terre.)

b) Calculer le travail W que la fusée doit fournir au satellite. Où doit-on placer de préférence la base de lancement ?

c) Calculer, en pourcentage, l'économie réalisée entre un lancement depuis l'équateur ($\lambda_1 = 0$) et un lancement depuis le Nord de l'Europe ($\lambda_2 = 55°$), pour $h \ll R$. Commenter.

Exercice n° 1 (correction)

1. PFD pour le satellite, soumis uniquement à la force de gravitation de la Terre, dans le référentiel géocentrique : $m\vec{a} = -G\dfrac{Mm}{r^2}\vec{e_r}$. Projection sur $\vec{e_r}$: $-mr\dot{\theta}^2 = -G\dfrac{Mm}{r^2}$ d'où $\dot{\theta}^2 = G\dfrac{M}{r^3}$. Or $\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{e_\theta}$ donc $\boxed{v = \sqrt{G\dfrac{M}{r}} = \sqrt{G\dfrac{M}{R+h}}}$.

➪ *Méthode 15.4*

2. $T = \dfrac{2\pi}{|\dot{\theta}|} = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM}}$ donc $\boxed{\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM}}$. Ce rapport est <u>indépendant des caractéristiques du satellite</u>, il est donc <u>le même pour tous les satellites de la Terre</u>.

Cette loi est l'équivalent de la <u>troisième loi de Kepler</u> dans le système solaire : le rapport $\dfrac{T^2}{a^3}$ a la même valeur pour toutes les planètes.

3. $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{GMm}{2r}$ et $E_p = -\dfrac{GMm}{r}$ donc $\boxed{E_m = -\dfrac{GMm}{2r} = -E_c}$. L'énergie mécanique est négative, ce qui correspond à un <u>état lié</u> si on fait l'étude avec l'énergie potentielle effective.

4. $\boxed{T = T_T}$ (il fait un tour sur son orbite en même temps que la Terre sur elle-même) d'où $\boxed{h = \left(\dfrac{GMT_T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R}$. AN $\boxed{h = 35800 \text{ km}}$. On trouve $h \approx 6R$: les satellites géostationnaires sont très éloignés, par rapport à d'autres satellites (observation, communication…).

5. a) Le satellite est à la distance R du centre de la Terre, et tourne avec elle à la vitesse angulaire ω_T et selon un cercle de rayon $R\cos\lambda$. Alors $\boxed{E_{m0} = -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mR^2\cos^2\lambda\,\omega_T^2}$.

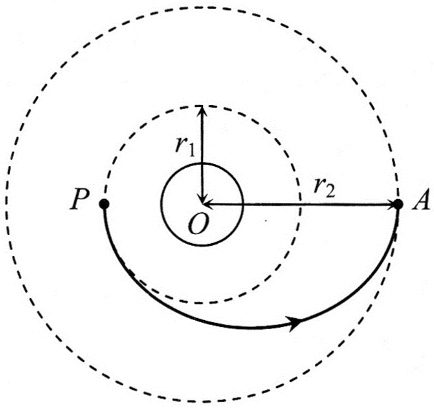
b) TÉM entre le point de départ sur la Terre et un point de l'orbite circulaire : $\Delta E_m = W$ soit
$W = -\frac{GMm}{2(R+h)} - \left(-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mR^2\cos^2\lambda\,\omega_T^2\right) \Leftrightarrow \boxed{W = \frac{GMm(R+2h)}{2R(R+h)} - \frac{1}{2}mR^2\cos^2\lambda\,\omega_T^2}$.
Pour minimiser W on doit donc maximiser $\cos^2\lambda$, donc se rapprocher de l'équateur ($\lambda = 0$).

c) Pour $h \ll R$: $W \approx \frac{GMm}{2R} - \frac{1}{2}mR^2\cos^2\lambda\,\omega_T^2$. On calcule $\frac{W_1}{W_2}$ avec $\omega_T = \frac{2\pi}{T_T}$ (où $T_T = 1$ jour ≈ 86400 s) ; la donnée de m n'est pas nécessaire. AN $\frac{W_1}{W_2} = 0{,}9977$ soit une économie de $\boxed{0{,}23\%}$ seulement en lançant depuis l'équateur : ce n'est pas la raison pour laquelle les bases spatiales sont situées près de l'équateur (Kourou, Cap Canaveral…).
L'intérêt réel est une plus grande facilité pour placer des satellites en orbite équatoriale.

Exercice n°2 : Changement d'orbite

Un satellite artificiel, assimilé à un point matériel M de masse m = 900 kg, se trouve sur une orbite circulaire provisoire de rayon $r_1 = 7500$ km autour de la Terre. On souhaite le faire passer sur son orbite définitive de rayon $r_2 = 42200$ km (orbite géostationnaire).

Pour cela, on le fait d'abord passer sur une orbite de transfert elliptique dont le périgée P est à la distance r_1 et l'apogée A à la distance r_2 du centre de la Terre ; lorsque le satellite arrive à cet apogée, on le fait alors passer sur l'orbite circulaire de rayon r_2.



Ces deux changements d'orbite sont obtenus par allumage d'un moteur placé sur le satellite : ce processus est très bref (par rapport à la période orbitale), donc on considérera que la vitesse passe instantanément de v_1 à v_{e1} en P, puis de v_{e2} à v_2 en A (sans changer de direction dans chaque cas).

1. Calculer la vitesse v_1.

2. Démontrer que sur la trajectoire elliptique, le produit $C = r^2\dot\theta$ est une constante (en notant r et θ les coordonnées polaires du satellite).

3. Démontrer que pour une trajectoire elliptique de demi-grand axe a, l'énergie mécanique du satellite s'écrit : $E_m = -\frac{GMm}{2a}$.
En déduire l'expression de l'énergie mécanique du satellite sur chacune des trois orbites.

4. Calculer la vitesse v_{e1} après le premier transfert, et la variation $\Delta v_P = v_{e1} - v_1$. Calculer également le travail W_P fourni par le moteur au satellite en ce point.

5. Déterminer une relation entre v_{e1}, v_{e2}, r_1 et r_2. Calculer v_{e2}.

6. Calculer la variation de vitesse $\Delta v_A = v_2 - v_{e2}$ lors du second transfert, et le second travail W_A fourni par le moteur au satellite.

Exercice n°2 (correction)

1. On obtient avec le PFD : $\boxed{v_1=\sqrt{\dfrac{GM}{r_1}}}$. AN $\boxed{v_1 = 7300\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$.

2. TMC par rapport au point O fixe dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}$ supposé galiléen : $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_O}(M)_{\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t}=\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\vec{F})=\overrightarrow{OM}\wedge\vec{F}=\vec{0}$ car $\vec{F}$ (force gravitationnelle) est colinéaire à $\overrightarrow{OM}$, donc $\overrightarrow{L_O}(M)_{\mathcal{R}}=\overrightarrow{\text{cte}}$: le moment cinétique de M en O se conserve. Or sur cette trajectoire plane : $\overrightarrow{L_O}(M)_{\mathcal{R}}=mr\vec{e_r}\wedge\left(\dot{r}\vec{e_r}+r\dot{\theta}\vec{e_\theta}\right)=mr^2\dot{\theta}\vec{e_z}=\overrightarrow{\text{cte}}$ donc $\boxed{r^2\dot{\theta}=C=\text{cte}}$.

3. Conservation de l'énergie mécanique : $E_\text{m}=\dfrac{1}{2}m(\dot{r}^2+r^2\dot{\theta}^2)-\dfrac{GMm}{r}=\text{cte}$ soit en utilisant la constante des aires C :

$$E_\text{m}=\frac{1}{2}m\dot{r}^2+\frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2}-\frac{GMm}{r}=\text{cte}.$$

Lorsque la distance r est extrémale (r_min ou r_max), sa dérivée $\dot{r}$ est nulle, donc r_min et r_max sont les solutions de l'équation : $\dfrac{1}{2}m\dfrac{C^2}{r^2}-\dfrac{GMm}{r}=E_\text{m}\Leftrightarrow 2E_\text{m}r^2+2GMmr-mC^2=0$. La somme des deux racines est $r_\text{min}+r_\text{max}=-\dfrac{GMm}{E_\text{m}}$. Cela équivaut à $2a=-\dfrac{GMm}{E_\text{m}}$, soit $\boxed{E_\text{m}=-\dfrac{GMm}{2a}}$.

⇨ *Méthode 15.6*

Pour un cercle, a est égal au rayon, donc $\boxed{E_\text{m1}=-\dfrac{GMm}{2r_1}}$ sur le premier cercle et $\boxed{E_\text{m2}=-\dfrac{GMm}{2r_2}}$ sur le second. Sur l'ellipse de transfert : $r_1+r_2=r_\text{min}+r_\text{max}=2a$ donc $\boxed{E_\text{me}=-\dfrac{GMm}{r_1+r_2}}$.

4. Le changement d'orbite a lieu en un point donné, donc à énergie potentielle constante. Alors la variation d'énergie mécanique est une variation d'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2}m(v_\text{e1}^2-v_1^2)=E_\text{me}-E_\text{m1}=-\frac{GMm}{r_1+r_2}+\frac{GMm}{2r_1}=\frac{GMm(r_2-r_1)}{2r_1(r_1+r_2)}\quad\text{donc}\quad v_\text{e1}=\sqrt{\frac{GM(r_2-r_1)}{r_1(r_1+r_2)}+v_1^2}$$

soit $\boxed{v_\text{e1}=\sqrt{\dfrac{2GMr_2}{r_1(r_1+r_2)}}}$. AN $\boxed{v_\text{e1}=9520\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$ donc $\boxed{\Delta v_P=2220\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$.

Travail fourni par le moteur : $\boxed{W_P=E_\text{me}-E_\text{m1}=\dfrac{GMm(r_2-r_1)}{2r_1(r_1+r_2)}}$. AN $\boxed{W_P=1{,}7\cdot 10^{10}\ \text{J}=17\ \text{GJ}}$.

> *On peut aussi calculer la valeur numérique de W_P avec la formule $\frac{1}{2}m(v_\text{e1}^2-v_1^2)$, mais ce n'est pas égal à $\frac{1}{2}m(\Delta v_P)^2$!*

5. En P et en A, les vecteurs vitesse et position sont orthogonaux : la conservation du moment cinétique donne $mr_1v_\text{e1}\vec{e_z}=mr_2v_\text{e2}\vec{e_z}$ d'où $\boxed{v_\text{e2}=v_\text{e1}\dfrac{r_1}{r_2}=\sqrt{\dfrac{2GMr_1}{r_2(r_1+r_2)}}}$. AN $\boxed{v_\text{e2}=1690\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$.

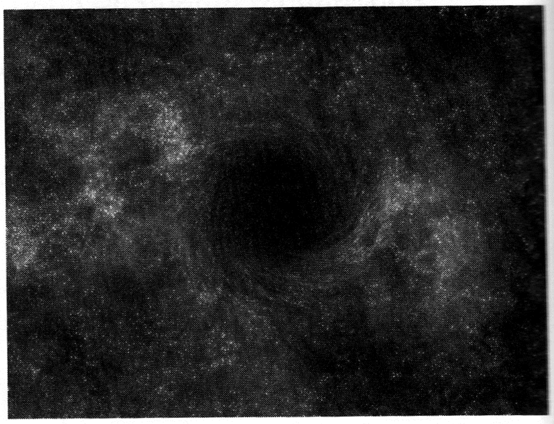
6. $v_2=\sqrt{\dfrac{GM}{r_2}}$ donc $\Delta v_A=\sqrt{\dfrac{GM}{r_2}}-\sqrt{\dfrac{2GMr_1}{r_2(r_1+r_2)}}$. AN $\boxed{\Delta v_A=1390\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$ (donc la vitesse sur l'orbite géostationnaire sera $v_2=3080\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).

Travail fourni par le moteur : $W_A=E_\text{m2}-E_\text{me}=-\dfrac{GMm}{2r_2}+\dfrac{GMm}{r_1+r_2}$ soit $\boxed{W_A=\dfrac{GMm(r_2-r_1)}{2r_2(r_1+r_2)}}$.

AN $\boxed{W_A=3{,}0\cdot 10^9\ \text{J}=3{,}0\ \text{GJ}}$.

> *Les vitesses étant plus faibles quand la distance à la Terre est plus grande, la dépense énergétique du moteur est nettement moins grande à l'apogée qu'au périgée.*

Exercice n°3 : trou noir



En 1783, le physicien britannique John Michell eut l'idée pour la première fois de l'existence d'astres dont la gravitation serait si forte que même la lumière ne pourrait s'en échapper. L'idée fut reprise par Laplace en 1796, puis oubliée car elle semblait trop abstraite. Elle ressurgit en 1916 dans le cadre de la relativité générale, lorsque le jeune Karl Schwarzschild vit apparaître un tel objet dans les solutions des équations d'Einstein. Ce concept fut développé par la suite, et la dénomination de *trou noir* s'est imposée dans les années 1960. On pense aujourd'hui en avoir détecté un grand nombre.

On se propose de calculer l'ordre de grandeur de la taille d'un trou noir dans le cadre de la physique newtonienne. Considérons pour cela un point matériel P de masse m à proximité d'un astre sphérique de centre O, de masse M et de rayon R. Ce point matériel est soumis uniquement à la force gravitationnelle due à l'astre. On se place dans un référentiel $\mathcal{R}$ astrocentrique (dans lequel le point O est fixe), qui est supposé galiléen.

1. Exprimer cette force, ainsi que l'énergie potentielle dont elle dérive (supposée nulle à l'infini) et l'énergie mécanique du point matériel P. Cette dernière se conserve-t-elle ?

2. Montrer que le mouvement de P est nécessairement plan. P étant alors repéré par ses coordonnées polaires, démontrer que le produit $r^2\dot{\theta}$ est une constante du mouvement.

3. Montrer que l'énergie mécanique peut se mettre sous la forme : $E_\mathrm{m} = \dfrac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{\mathrm{p\,eff}}(r)$ en introduisant une fonction $E_{\mathrm{p\,eff}}(r)$ dont on précisera l'expression.

4. Tracer la courbe représentative de $E_{\mathrm{p\,eff}}(r)$. À l'aide d'un raisonnement graphique, déterminer pour quelles valeurs de E_m le point P peut « échapper » à l'attraction de l'astre, c'est-à-dire se trouver en état de diffusion.

5. En déduire la vitesse de libération v_lib à la surface de cet astre.

6. Un trou noir est un astre pour lequel la vitesse de libération est supérieure à $c = 3\cdot 10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Calculer le rayon maximal R_S que doit avoir l'astre de masse M pour être un trou noir (ce rayon est appelé rayon de Schwarzschild). Faire l'application numérique avec la masse du Soleil ($M = 2{,}0\cdot 10^{30}$ kg) puis celle de la Terre, et commenter.

Exercice n°3 (correction)

1. Force de gravitation : $\boxed{\overrightarrow{F_\mathrm{g}} = -\dfrac{GMm}{r^2}\overrightarrow{e_r}}$ en posant $\overrightarrow{OP} = r\overrightarrow{e_r}$. Elle dérive de l'énergie potentielle $\boxed{E_\mathrm{p} = -\dfrac{GMm}{r}}$ en prenant l'origine à l'infini. L'énergie mécanique de P est donc $\boxed{E_\mathrm{m} = \dfrac{1}{2}mv^2 - \dfrac{GMm}{r}}$; <u>elle se conserve</u> puisque la seule force appliquée à P est conservative.

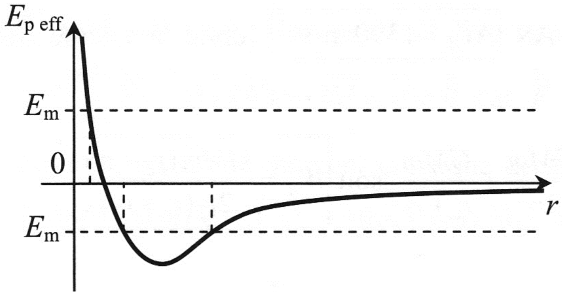
2. Théorème du moment cinétique pour P par rapport à O (centre de force) dans $\mathcal{R}$: $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_O}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\vec{F}) = \overrightarrow{OP}\wedge\vec{F} = \vec{0}$ (vecteurs colinéaires) donc $\overrightarrow{L_O}$ est constant au cours du mouvement. Or $\overrightarrow{L_O} = m\overrightarrow{OP}\wedge\vec{v}(P) \perp \overrightarrow{OP}$ donc $\overrightarrow{OP}$ est toujours orthogonal à un vecteur constant : le mouvement de P a lieu <u>dans le plan contenant O et orthogonal au vecteur $\overrightarrow{L_O}$</u>.

Or $\overrightarrow{L_O} = m r \overrightarrow{e_r} \wedge \left(\dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}\right) = m r^2 \dot{\theta}\overrightarrow{e_z} = \overrightarrow{\text{cte}}$ donc $\boxed{r^2\dot{\theta} = \text{cte}}$ (notée C).

3. $E_\text{m} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - \frac{GMm}{r}$ et on utilise la formule précédente pour éliminer la variable $\dot{\theta}$: $E_\text{m} = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - \frac{GMm}{r}$, ce qui a bien la forme demandée en posant $\boxed{E_\text{p eff}(r) = \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - \frac{GMm}{r}}$.

4. L'allure de la courbe est donnée ci-dessous.

$E_\text{m} = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_\text{p eff}(r)$ avec $\frac{1}{2}m\dot{r}^2 > 0$ donc $E_\text{p eff}(r) \le E_\text{m}$: les seules valeurs accessibles de r sont celles qui vérifient cette inégalité. On ajoute donc sur le graphe une droite horizontale représentant la valeur de E_m : seule la partie de la courbe située sous cette droite correspond à des positions accessibles.



– Si $E_\text{m} < 0$, alors $r \in [r_\text{min} ; r_\text{max}]$, P est dans un état lié.

– Si $\boxed{E_\text{m} \ge 0}$, alors $r \in [r_\text{min} ; +\infty[$, <u>$P$ est dans un état de diffusion</u>, il peut « échapper » à l'attraction gravitationnelle de l'astre et s'éloigner à l'infini.

5. La vitesse de libération est la vitesse minimale permettant d'obtenir un état de diffusion :

$E_\text{m} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} \ge 0$ d'où $\boxed{v \ge \sqrt{\frac{2GM}{R}} = v_\text{lib}}$.

⇨ *Méthode 15.5*

6. $v_\text{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \ge c \Leftrightarrow \boxed{R \le \frac{2GM}{c^2} = R_\text{S}}$.

AN pour la masse du Soleil ; $\boxed{R_\text{S} = 3\text{ km}}$; pour la masse de la Terre : $\boxed{R_\text{S} = 9\text{ mm}}$.

Il faudrait que toute la masse de la Terre soit concentrée dans une sphère de rayon 9 mm pour qu'elle constitue un trou noir !

Les trous noirs (du moins ceux qui ne sont pas trop massifs) sont donc des astres où <u>la matière est extrêmement concentrée, autant voire plus que la matière nucléaire</u> ($10^{18}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$).

✐ *On pense aujourd'hui que les trous noirs dont la présence a été détectée proviennent de l'effondrement de certaines étoiles sur elles-mêmes, lorsque l'attraction gravitationnelle n'est plus compensée par l'énergie provenant de la fusion nucléaire.*