

Lycée Jean Perrin

Filière PCSI

Samedi 21 mars 2026

# DEVOIR SURVEILLÉ DE PHYSIQUE N°6

**mouvement de particules chargées. Mécanique du solide, mouvement à force centrale**

Durée de l'épreuve : 2 heures.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

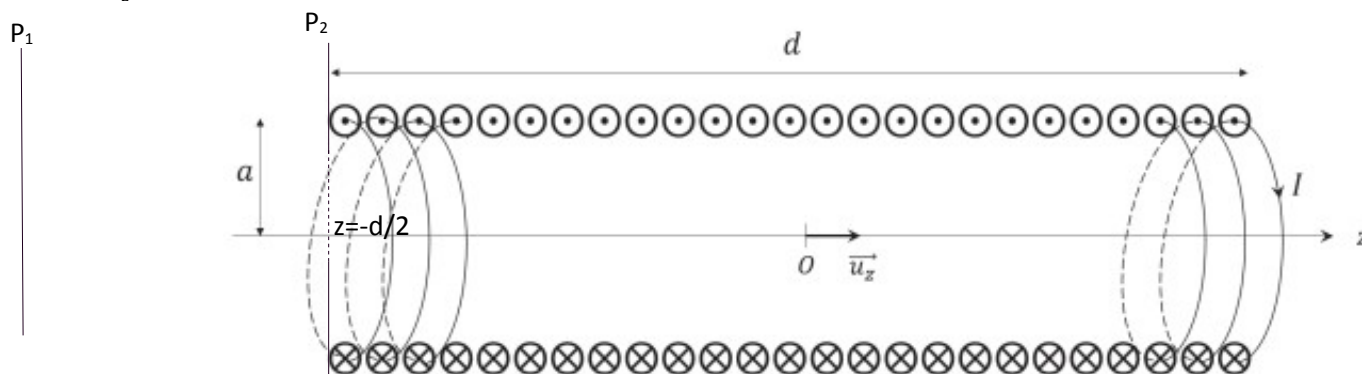
Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous semblent pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

---

## PROBLÈME I - Confinement magnétique d'un plasma

Les plasmas créés pour réaliser la fusion thermonucléaire ayant des températures extrêmement élevées, ceux-ci ne peuvent être au contact direct de la paroi du réacteur qui fondrait ou serait fortement endommagée. Pour contenir ces plasmas, on doit donc réaliser un confinement immatériel : la méthode la plus étudiée à ce jour est le confinement magnétique. On se propose dans cette partie d'en comprendre le principe par l'étude du mouvement d'une unique particule chargée au sein du plasma : un cation de masse  $m$  et de charge électrique  $e$  (le cas d'un électron se traitant de manière similaire). On supposera que seule la force magnétique agit sur le cation et qu'aucune collision n'a lieu avec les autres espèces présentes dans le plasma.

Le champ magnétique nécessaire au confinement du plasma est créé par un solénoïde ( $Oz$ ); orienté par le vecteur unitaire  $\vec{u}_z$



Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est de la forme  $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$

**Q1.** Montrer que la puissance de la force magnétique est nulle. En déduire que l'énergie cinétique du cation se conserve. Par la suite, on notera  $v_0$ , la norme constante de la vitesse du cation au cours de son mouvement.

On suppose d'abord que le cation a un mouvement circulaire de rayon  $R$  dans un plan perpendiculaire au champ magnétique

**Q2.** Représenter sur un schéma le vecteur vitesse  $\vec{v} = v_0 \vec{e}_x$  du cation, le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan de la feuille et la force magnétique initiale  $F_{mag0}$ . Esquisser la courbure de la trajectoire puis représenter les vecteurs unitaires du repère des coordonnées polaires. (on introduira aussi le centre  $C$  de la trajectoire qui n'est pas le point de départ du cation)

**Q3.** Donner l'expression de l'accélération du cation dans le système de coordonnées polaires en fonction de sa vitesse  $v$ , et du rayon de courbure  $R$  de la trajectoire.

**Q4** Montrer que le rayon de la trajectoire, appelé rayon de Larmor, a pour expression  $R = \frac{v_0}{\omega_c}$  avec  $\omega_c$  la pulsation cyclotron à exprimer en fonction des paramètres. On remarquera que  $\vec{v} = -v_0 \vec{e}_\theta$  à cause du sens de rotation.

On suppose maintenant que le cation arrive à l'entrée du solénoïde (en  $z = -d/2$ ) avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  parallèle au champ magnétique

**Q5.** Cette vitesse initiale est causée par une différence de potentiel  $U = V(P_2) - V(P_1)$  entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$  à l'extérieur du solénoïde.  $V(P_1)$  et  $V(P_2)$  étant les potentiels respectifs des plaques 1 et 2.

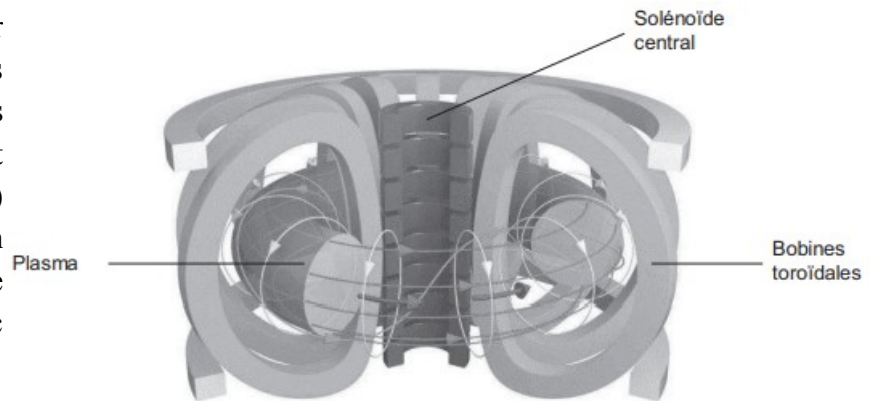
Sachant que la particule est un cation, quel doit être le signe de  $U$  ?

**Q6** On suppose qu'il ne règne qu'un champ électrique entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$ . À l'aide du théorème de l'énergie mécanique sur le trajet de la plaque  $P_1$  à  $P_2$ , donner l'expression de  $v_0$  en fonction de  $e$ ,  $m$  et  $U$

**Q7** On se place maintenant à l'intérieur du solénoïde ( $z > -d/2$ ). Il ne règne que le champ magnétique dans cette zone. En projetant le principe fondamental de la dynamique selon  $\vec{u}_z$ , montrer que la composante  $v_z$  de la vitesse du cation selon  $\vec{u}_z$  est constante. En déduire que le mouvement est rectiligne. Peut-on affirmer que le cation est confiné ?

Pour une vitesse initiale quelconque du cation, le mouvement est une combinaison du mouvement circulaire perpendiculaire au champ magnétique et du mouvement rectiligne parallèle au champ magnétique : la trajectoire est alors hélicoïdale.

Actuellement, la majorité des recherches sur le confinement magnétique portent sur les tokamaks, pour lesquels les bobines produisant le champ magnétique ne forment pas un cylindre (comme pour le solénoïde) mais un tore (figure ci-contre), qui est un cylindre refermé sur lui-même. Le confinement magnétique du plasma est donc assuré par les bobines toroïdales



**Q8** Calculer le rayon de Larmor d'un cation d'hélium (masse  $m=6,6 \cdot 10^{-27}$  kg et charge  $q=2e=3,2 \cdot 10^{-19}$  C) de vitesse  $v_0=3 \cdot 10^5$  m·s<sup>-1</sup> dans le tokamak d'ITER produisant un champ magnétique  $B_0=12$  T.

Commenter, sachant que les rayons internes des bobines toroïdales sont de 2 m à l'horizontale et de 3,4 m à la verticale.

## PROBLÈME II - Le pas pendulaire

Le pas pendulaire effectué à la période propre de la jambe est le plus économe en énergie. La gravité devient l'allié naturel de nos muscles pour permettre le déplacement.

On se propose ici de déterminer la période propre d'oscillations d'une jambe d'adulte en utilisant un modèle mécanique simple.

On assimile la jambe à un solide indéformable de masse  $m_0$  et de longueur  $L$  en rotation autour d'un axe horizontale  $(O, \vec{e}_x)$  fixe dans le référentiel d'étude.

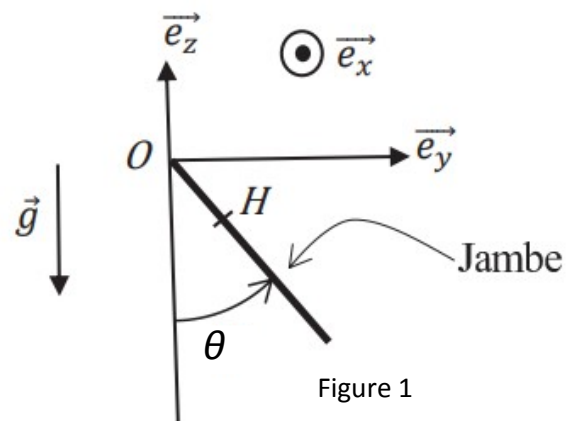
$(O, \vec{e}_x)$  passe par la hanche du randonneur (il est sortant sur la figure 1. La liaison pivot en O est supposée parfaite. Le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe  $(O, \vec{e}_x)$  est noté J. On néglige tout frottement

On note H le centre d'inertie de la jambe situé à une distance  $d$  de O.

La jambe ne touche pas le sol dans cette étude.

$\theta$  est l'angle entre la verticale passant par O et la droite (OH)

L'accélération de la pesanteur est notée  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$



**Q1** Donner sans démonstration l'expression du moment cinétique scalaire  $L_{Ox}$  de la jambe par rapport à l'axe  $(O, \vec{e}_x)$  en fonction notamment de  $\dot{\theta}$

**Q2** Que vaut le moment par rapport à  $(O, \vec{e}_x)$  de l'action mécanique de la liaison en O ? Justifier.

**Q3** Déterminer l'expression du moment  $\Gamma_{Ox}$  du poids de la Jambe par rapport à  $(O, \vec{e}_x)$

**Q4** Établir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta$

**Q5** Donner sans démonstration l'expression de l'énergie cinétique de la jambe

L'énergie potentielle de la jambe s'écrit  $E_p = -m_0 g d' \cos(\theta) + \text{constante}$

**Q6** Montrer que l'énergie mécanique est une intégrale première du mouvement en utilisant la réponse à la Q4

**Q7** En se plaçant dans l'approximation des petits angles, montrer que la période propre  $T$  d'oscillation de la jambe est

$$T = \frac{2\pi \sqrt{J}}{\sqrt{m_0 g d'}}$$

Le moment d'inertie est de la forme  $J = k m_0 L^2$ . Le centre d'inertie  $H$  de la jambe est situé à mi-hauteur de la jambe.

**Q8** En déduire que la période propre  $T$  de la jambe est indépendante de la masse et qu'elle est proportionnelle à la racine carrée de la longueur  $L$  de la jambe

**Q9** Un randonneur adulte a une jambe d'environ 90 cm. La période propre d'oscillation de sa jambe est de 1,6 s. Quelle est la période propre d'oscillations de la jambe d'un randonneur enfant dont la jambe mesure 40 cm ?

**Q10** À l'aide d'une description simple du pas effectué, montrer que la vitesse linéaire du randonneur, lorsqu'il respecte sa période d'oscillation naturelle, est proportionnelle à la racine carrée de la longueur de sa jambe. Montrer alors que la vitesse « naturelle » de l'enfant est environ 1,5 fois moins grande que celle de l'adulte.

## PROBLÈME III - Étude de la planète Mars

Données utiles

Caractéristiques de la planète Mars :

Rayon moyen de l'orbite martienne autour du Soleil	$r_m$	$2,28 \times 10^8 \text{ km}$
Rayon moyen de la planète Mars	$R_m$	$3,39 \times 10^3 \text{ km}$
Masse de la planète Mars	$m_m$	$6,42 \times 10^{23} \text{ kg}$
Température à la surface de Mars	$T_0$	210 K
Pression à la surface de Mars	$P_0$	600 Pa
Altitude moyenne de l'exobase (hors tempêtes de poussière)	$e$	$2,20 \times 10^2 \text{ km}$

Caractéristiques du Soleil :

Rayon moyen du Soleil	$R_s$	$6,96 \times 10^5 \text{ km}$
Masse du Soleil	$m_s$	$1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Température de surface du Soleil	$T_s$	5778 K

Ceinture d'astéroïdes :

Rayon moyen de la ceinture d'astéroïdes	$r_{\text{ast}}$	$4,6 \times 10^8 \text{ km}$
---	------------------	------------------------------

Autres données utiles :

Constante de gravitation universelle	$G$	$6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
--------------------------------------	-----	---

*à propos de Mars*

**Q1** En supposant la trajectoire de Mars autour du soleil circulaire, calculer la période de révolution  $T_{\text{mars}}$  autour du soleil. Exprimer le résultat en années (terrestres)

**Q2** Exprimer la force d'interaction gravitationnelle  $F_{g,\text{mars}}^{\rightarrow}$  qu'exerce Mars sur un objet de masse  $m$  placé à sa surface

**Q3** Sachant que dans cette situation  $F_{g,\text{mars}}^{\rightarrow} = m g_{\text{mars}}^{\rightarrow}$  ou  $g_{\text{mars}}^{\rightarrow}$  est le champ de pesanteur martien, exprimer la norme de  $g_{\text{mars}}^{\rightarrow}$  (notée  $g_{\text{mars}}$  aussi appelée intensité de la pesanteur martienne)

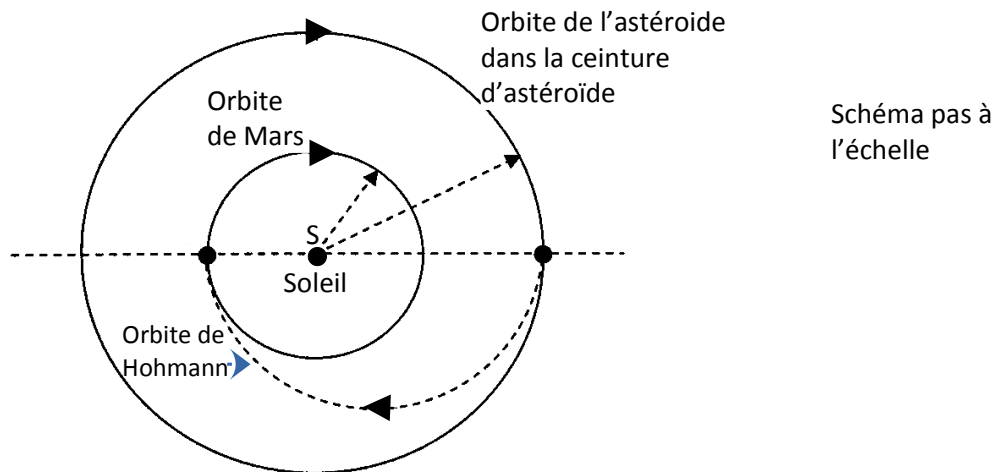
On donnera l'expression en fonction de  $m_m$ , d'un rayon ( $R_m$  ou  $r_m$ , choisir le bon) et de  $G$ .

**Q4** Faire l'application numérique et comparer à l'intensité du champ de pesanteur terrestre  $g$ .

**À propos du transfert d'un astéroïde vers Mars**

On envisage d'amener un astéroïde de la ceinture depuis son orbite circulaire de rayon  $r_{\text{ast}}$  jusqu'à l'orbite martienne, ces deux orbites étant coplanaires. On considère pour la suite l'astéroïde Patientia, de masse  $m_p = 1 \times 10^{19}$  kg, que l'on assimilera à un point matériel  $M$ .

On imagine le faire passer par une demi-ellipse de transfert, dite de Hohmann, dont le périhélie  $P$  (point au plus près du Soleil) se trouve sur l'orbite martienne et l'aphélie  $A$  (point le plus éloigné) sur la ceinture d'astéroïdes.



**Q 5.** Reproduire le schéma légendé en précisant les orbites et la demi-ellipse de transfert en jeu. Les points  $A$  et  $P$  seront indiqués, les rayons des orbites  $r_m$  et  $r_{\text{ast}}$  et le grand axe  $2a$ .

**Q6** Rappeler et justifier les deux lois de conservation usuelles dans le cadre de l'étude mécanique d'un point matériel en mouvement dans un champ de force centrale conservatif. (Quelles grandeurs sont conservées ?)

**Q 7** Déterminer une expression de l'énergie mécanique  $E_{m1}$  que possède l'astéroïde Patientia, relativement au référentiel héliocentrique d'étude galiléen, lorsqu'il est en orbite **circulaire** au niveau de la ceinture. On donnera l'expression en fonction de  $G$ ,  $m_p$  et  $m_s$  et  $r_{\text{ast}}$  seulement.

On s'intéresse à présent à la trajectoire de Hohmann. Il s'agit ici de trouver une expression de l'énergie mécanique  $E_m$  de l'astéroïde Patientia en mouvement sur la demi-ellipse correspondante.

Le point  $M$  sur cette trajectoire est repéré par ses coordonnées polaires d'origine au centre  $S$  du Soleil.

**Q8** Expliciter le vecteur vitesse  $\vec{v}$  du point  $M$  et son vecteur moment cinétique  $\vec{L}$  par rapport au centre  $S$  en coordonnées polaires.

**Q 9** Mettre  $E_m$  sous la forme  $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E_{\text{eff}}(r)$  et donner l'expression de  $E_{\text{eff}}(r)$  notamment en fonction de  $L = \|\vec{L}\|$

**Q 9** Rappeler l'expression de l'énergie mécanique  $E_m$  de l'astéroïde Patientia sur la trajectoire de Hohmann en fonction de son demi-grand axe  $a$ , ainsi que de  $G$ ,  $m_p$  et  $m_s$ . On pourra raisonner par analogie avec le réponse à la question Q7,  $a$  jouant le rôle de  $r_{\text{ast}}$

Le passage de l'astéroïde de l'orbite de la ceinture à la trajectoire de Hohmann s'effectue en lui appliquant une brusque variation  $\Delta v$  de la valeur de sa vitesse.

**Q 10** si ce passage correspond à une diminution ou à une augmentation de l'énergie mécanique de l'astéroïde.

**Q 11.** Exprimer  $\Delta v$  en fonction des différentes données de l'énoncé. En faire une application numérique.