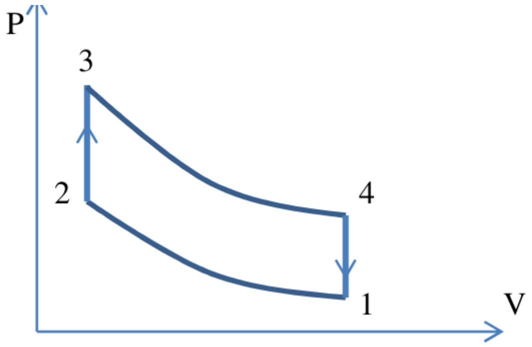
Problème : Le moteur de Stirling

4.1



Le cycle est moteur :
L'aire A est positive car le cycle est décrit dans le sens horaire

Or $W_{cycle} = \oint_{cycle} -PdV = -A$

Donc W < 0 (moteur)

4.2 La transformation est isotherme et réversible :
$W_{12} = \int_1^2 -PdV = -nRT_1 \ln(V_2/V_1)$ donc $\mathbf{W_{12} = nRT_1 \ln \rho}$ **(>0 ,** cohérent avec compression)
Pour un gaz parfait , lors d'une telle transformation, $\Delta U = C_v \Delta T = 0 = W_{12} + Q_{12}$ d'après le premier principe. D'où $\mathbf{Q_{12} = -nRT_1 \ln \rho}$ **(<0)**

4.3 La transformation est isochore réversible donc $W_{23} = 0$ et $T_2 = T_1$
D'après le premier principe $Q_{23} = \Delta U = C_v (T_3 - T_1)$ ou $\mathbf{Q_{23} = nR/(\gamma-1)(T_3 - T_1)}$ **(>0,** cohérent avec réchauffement par régénérateur et chaudière)

4.4 La détente est isotherme et réversible et $V_4/V_3 = V_1/V_2 = \rho$ donc :
$\mathbf{W_{34} = -nRT_3 \ln \rho}$ **(<0 ,** cohérent avec détente**)**
Comme en 4.2, $\mathbf{Q_{34} = -W_{34} = nRT_3 \ln \rho}$ **(>0)**

4.5 La transformation est isochore et réversible et $T_4 = T_3$ donc comme en 4.3 :
$\mathbf{Q_{41} = nR/(\gamma-1)(T_1 - T_3)}$ **(<0,** refroidissement)

4.6 La grandeur coûteuse devient Q_{34} car elle est positive.
D'après le premier principe $W + Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 0$ soit $W = -(Q_{12} + Q_{34})$ ou $W = W_{12} + W_{34}$
Le rendement est $\eta' = -W / Q_{34} = 1 + Q_{12}/Q_{34}$ donc $\boldsymbol{\eta' = 1 - T_1/T_3}$
On retrouve le rendement maximal du cycle moteur réversible de Carnot.
A.N $\boldsymbol{\eta' = 0{,}50}$

Réfrigération d'une patinoire

1. La courbe en pointillés est la courbe de saturation.

2. AB et CD sont des transformations adiabatiques → $Q_{AB} = Q_{CD} = 0$

3. Laplace sur l'adiabatique AB : $P_A^{1-\gamma} T_A^{\gamma} = P_B^{1-\gamma} T_B^{\gamma} \Rightarrow \boxed{T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$

AN avec $T_A = 263$ K : $\underline{T_B = 368 \text{ K}}$ soit $\underline{T_B = 95 °C}$

4. BB' : refroidissement isobare de l'ammoniac gazeux

$Q_{BB'} = \Delta H_{BB'} = m c_p \Delta T \Rightarrow \boxed{Q_{BB'} = m c_p (T_{B'} - T_B)}$

avec $T_{B'} = T_C = 303$ K (palier de condensation iso P et iso T).

AN : $\underline{Q_{BB'} = -1{,}4 \cdot 10^5 \text{ J}}$

5. B'C : liquéfaction de la totalité de l'ammoniac

$Q_{B'C} = m \Delta_{liq} h(303 \text{ K}) = \boxed{-m \Delta_{vap} h(303 \text{ K})}$

AN : $\underline{Q_{B'C} = -1{,}2 \cdot 10^6 \text{ J}}$

6. CD est une isenthalpique d'après l'énoncé donc $\Delta H_{CD} = 0$.

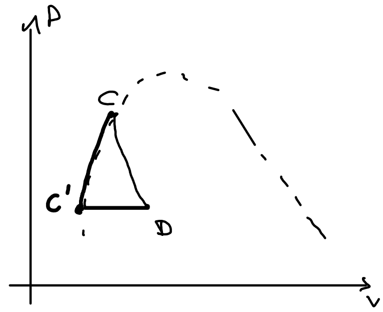
7. H est une fonction d'état donc sa variation ne dépend pas du chemin suivi.

On peut donc raisonner sur la transformation fictive C → C' → D. Ainsi :

$\Delta H_{CD} = 0 \Rightarrow \Delta H_{CC'} + \Delta H_{C'D} = 0$

$\Rightarrow m c_\ell (T_{C'} - T_C) + x m \Delta_{vap} h(263 \text{ K}) = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{c_\ell (T_C - T_D)}{\Delta_{vap} h(263 \text{ K})}}$ avec $T_{C'} = T_D = T_A$



AN : $\underline{x = 0{,}14}$

8. DA : vaporisation à P constante d'une masse $(1-x)m$ de liquide :

$\boxed{Q_{DA} = (1-x) m \Delta_{vap} h(263 \text{ K})}$ AN : $\underline{Q_{DA} = 1{,}1 \cdot 10^5 \text{ J}}$

9. Sur un cycle : $\Delta U = 0 = W + Q = W + \underbrace{\cancel{Q_{AB}}}_{=0} + Q_{BB'} + Q_{B'C} + \underbrace{\cancel{Q_{CD}}}_{=0} + Q_{DA}$

donc $\boxed{W = -Q_{BB'} - Q_{B'C} - Q_{DA}}$ AN : $\underline{W = 2{,}4 \cdot 10^5 \text{ J}}$