

**Devoir surveillé n°6**

Durée : 2 h

La calculatrice **est autorisée**.

Le sujet comporte 4 pages et 2 problèmes indépendants.

Le poids de chaque problème dans le barème total est indiqué en % dans son titre.

**Problème 1 : Le moteur de Stirling (40%)**

Le moteur Stirling a été développé au XIX<sup>e</sup> siècle et a rapidement été délaissé au profit des moteurs à combustion interne (à essence et diesel) ; il pourrait cependant connaître un essor significatif dans le futur compte-tenu, entre autres, des avantages qu'il présente en matière de protection de l'environnement. Par exemple, le sous-marin civil SAGA développé dans les années 80 et destiné à l'industrie pétrolière offshore est équipé d'un moteur Stirling.

La structure du moteur est représentée sur la figure 7.

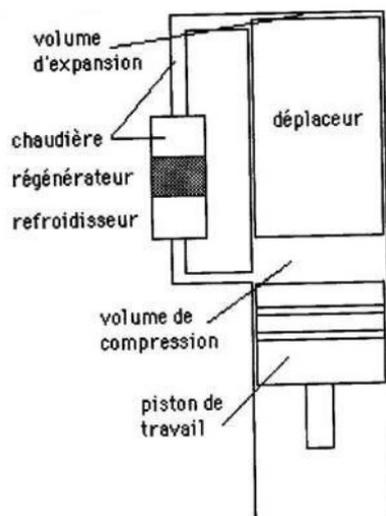


Figure 7 : schéma d'un moteur Stirling

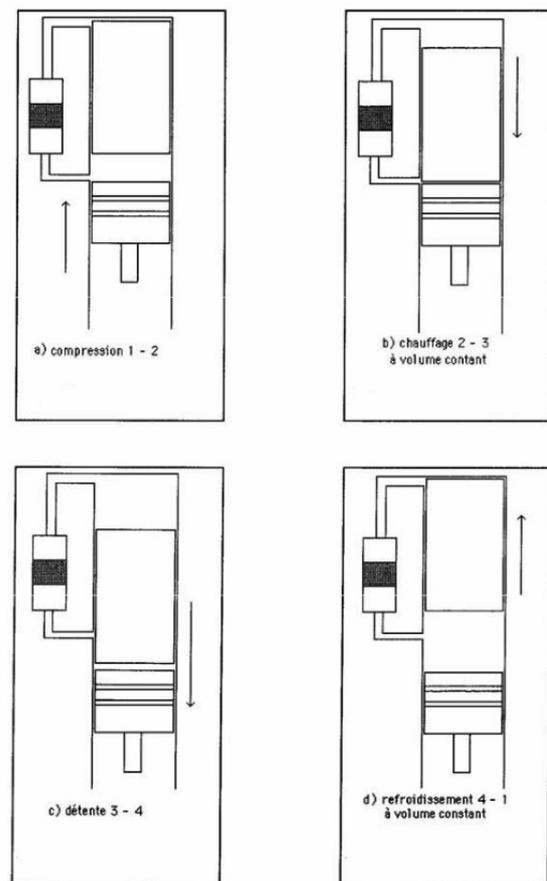


Figure 8 : cycle du moteur Stirling

Dans une enceinte principale, peuvent se mouvoir d'une part un piston de travail et d'autre part un déplaceur, dont le rôle est de transvaser le fluide de travail depuis le volume de compression (zone froide) vers le volume d'expansion (zone chaude) et réciproquement ; lors du transvasement, le fluide parcourt dans un sens ou dans l'autre la chaudière à la température  $T_3$ , le régénérateur et le refroidisseur à la température  $T_1$ .

Le fluide de travail décrit le cycle constitué des 4 phases suivantes (figure 8) :

- pendant la phase de compression 1 - 2, le déplaceur se trouve en position haute et le fluide, entièrement situé dans la zone froide, est comprimé par le piston de travail dans sa course vers le haut.

- Au point 2, le piston est au point mort haut et le déplaceur est ramené en position basse, ce qui a pour effet de transvaser le fluide comprimé, qui passe pendant la phase 2 - 3 de la zone froide vers la zone chaude, commençant par se réchauffer dans le régénérateur puis recevant un transfert thermique de la chaudière.
  - Pendant la phase de détente 3 - 4, le fluide se détend dans le volume d'expansion où il continue d'être chauffé par les tubes de la chaudière. Cette détente a pour effet de repousser le déplaceur et le piston de travail vers le bas.
  - Pendant la phase 4 - 1, après que le piston ait atteint le point mort bas, le déplaceur est ramené en position haute, ce qui a pour effet de transvaser le fluide de la zone chaude (volume d'expansion) vers la zone froide (volume de compression). Au cours de ce transfert, le fluide commence par céder un transfert thermique au régénérateur, puis il est refroidi par le refroidisseur.
- En pratique, le régénérateur est un échangeur de chaleur : il reçoit un transfert thermique du gaz chaud dans un sens de circulation, qu'il restitue dans l'autre sens, lorsque le gaz est froid.

Nous étudierons le cycle de Stirling idéal ; au cours de celui-ci,  $n$  mol de gaz parfait de rapport

$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$  subissent les évolutions suivantes :

- compression 1 - 2 isotherme réversible à la température  $T_1 = 300$  K,
- échauffement 2 - 3 isochore jusqu'à l'état 3 de température  $T_3 = 600$  K,
- détente 3 - 4 isotherme réversible à la température  $T_3$ ,
- refroidissement 4 - 1 isochore jusqu'à l'état 1.

Il n'y a pas de travail autre que celui des forces de pression. On rappelle que  $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$ .

**4.1/** Représenter l'allure du cycle dans le diagramme  $(P, V)$ . Comment peut-on savoir, sans calcul, si le cycle proposé est celui d'un moteur ou d'un récepteur ?

**4.2/** Exprimer le travail reçu par le fluide au cours de la compression  $W_{12}$  en fonction de  $n, R, T_1$  et du rapport de compression  $\rho = \frac{V_1}{V_2}$ . En déduire le transfert thermique  $Q_{12}$  reçu par le fluide au cours de cette compression en fonction de  $n, R, T_1$  et  $\rho$ . Préciser les signes de  $W_{12}$  et  $Q_{12}$ .

**4.3/** Exprimer le transfert thermique  $Q_{23}$  reçu par le fluide au cours de l'échauffement en fonction de  $n, R, T_1, T_3$  et  $\gamma$ . Préciser son signe.

**4.4/** Exprimer le travail reçu par le fluide au cours de la détente  $W_{34}$  en fonction de  $n, R, T_3$  et  $\rho$ . En déduire le transfert thermique  $Q_{34}$  reçu par le fluide au cours de cette détente en fonction de  $n, R, T_3$  et  $\rho$ . Préciser les signes de  $W_{34}$  et  $Q_{34}$ .

**4.5/** Exprimer le transfert thermique  $Q_{41}$  reçu par le fluide au cours du refroidissement en fonction de  $n, R, T_1, T_3$  et  $\gamma$ . Préciser son signe.

**4.6/** Le régénérateur étant idéal, on a  $Q_{23} + Q_{41} = 0$ . Quelle est alors, sur le plan énergétique, la grandeur coûteuse (pour l'utilisateur) de ce système sur un cycle ?

La grandeur énergétique utile est le travail fourni par le fluide sur le cycle. En déduire l'expression du rendement  $\eta'$  en fonction de  $T_1$  et  $T_3$ . Commenter puis faire l'application numérique.

## Problème 2 : Réfrigération d'une patinoire (60 %)

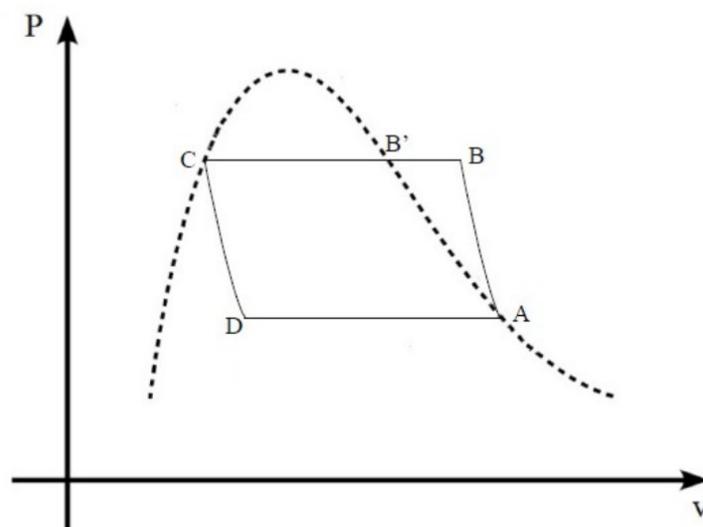
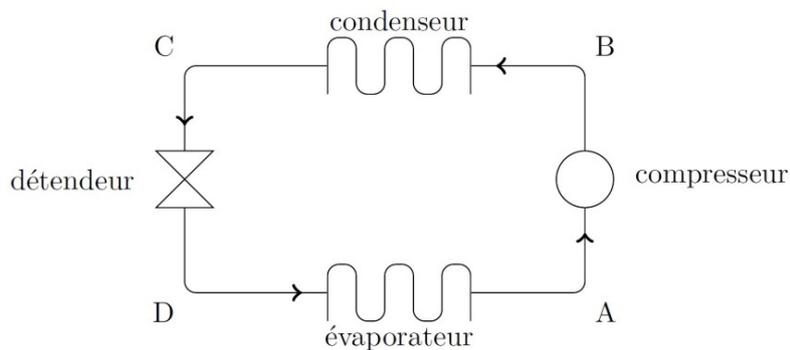
L'ammoniac, nommé aussi R717, est un fluide réfrigérant qui trouve principalement une application dans le froid industriel, grâce notamment à sa grande efficacité énergétique.

De nombreuses patinoires canadiennes utilisent l'ammoniac pour la fabrication de la glace.

Pour obtenir une qualité de glace optimale, la patinoire doit être réfrigérée. On fait ainsi circuler près de 50 tonnes d'ammoniac dans une centaine de kilomètres de canalisations pour assurer 10 cm de glace à  $-10^{\circ}\text{C}$  sur l'ensemble de la piste.

Pour la modélisation, on considère une masse  $m(\text{NH}_3) = 1,0 \text{ kg}$  d'ammoniac, dont la phase gazeuse est supposée parfaite, qui suit un cycle réversible composé de quatre phases :

- $A \rightarrow B$  est une compression adiabatique réversible : l'ammoniac, constitué uniquement de vapeur, est comprimé de la pression de vapeur saturante  $P_A = 2,8 \text{ bar}$  à la pression  $P_B = 12 \text{ bar}$ . Il passe de la température  $T_A = -10^{\circ}\text{C}$  à la température  $T_B$ .
- $B \rightarrow C$  est une condensation isobare : le gaz est refroidi de manière isobare jusqu'à l'état B' (vapeur saturante) puis se condense complètement, à la température  $T_C = 30^{\circ}\text{C}$ . La pression est maintenue constante :  $P_B = P_C$ .
- $C \rightarrow D$  est une détente adiabatique isenthalpique : l'ammoniac est détendu jusqu'à la pression  $P_D = P_A$ . On note  $x$  le titre massique en vapeur obtenu en D.
- $D \rightarrow A$  est une vaporisation isobare : sous la piste, l'ammoniac liquide se vaporise totalement sous la pression  $P_A$ .



Données :

Les pressions de vapeur saturantes de l'ammoniac à 30 °C et -10°C valent respectivement :

$$P_{\text{sat}}(303 \text{ K}) = P_{B'} = 12 \text{ bar} \quad \text{et} \quad P_{\text{sat}}(263 \text{ K}) = P_A = 2,8 \text{ bar}$$

Les enthalpies massiques de vaporisation de l'ammoniac à 30°C et à -10°C valent respectivement :

$$\Delta_{\text{vap}}h(303 \text{ K}) = 1,2 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad \Delta_{\text{vap}}h(263 \text{ K}) = 1,3 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

La capacité thermique massique à pression constante de l'ammoniac gazeux vaut :

$$c_p = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

La capacité thermique massique de l'ammoniac liquide vaut :

$$c_l = 4,7 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Le coefficient  $\gamma$  vaut :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,3$$

1. On donne dans le diagramme de Clapeyron où figurent le volume  $V$  en abscisse et la pression  $P$  en ordonnée, la position des points A, B, B', C et D. Nommer la courbe en pointillés.
2. Calculer les transferts thermiques  $Q_{AB}$  et  $Q_{CD}$ .
3. Montrer que la température  $T_B$  vaut 95°C.
4. Exprimer le transfert thermique  $Q_{BB'}$  entre les états B et B' en fonction des données.
5. Exprimer le transfert thermique  $Q_{B'C}$  entre les états B' et C en fonction des données. En déduire le transfert thermique  $Q_{BC}$  entre les états B et C. Faire l'application numérique.
6. Justifier sans calcul que  $\Delta H_{CD} = 0$ .
7. En déduire que le titre massique en vapeur au point D vaut :  $x = \frac{c_l(T_C - T_D)}{\Delta_{\text{vap}}h(263 \text{ K})}$ . Pour cela on justifiera que l'on peut raisonner sur une transformation fictive  $C \rightarrow C' \rightarrow D$  où  $C \rightarrow C'$  correspond au refroidissement du liquide saturant jusqu'à  $T_D$  et  $C' \rightarrow D$  correspond à la vaporisation d'une partie du liquide.  
Faire l'application numérique.
8. En déduire le transfert thermique  $Q_{DA}$  lors de l'évaporation sous la piste de la patinoire. Faire l'application numérique.
9. Par application du premier principe, calculer le travail total  $W$  fourni au fluide lors du cycle.