

Premier Principe : Transformation du GP

Exercice 1 : Influence du chemin de transformation

Une mole de dioxygène, assimilé à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$, passe d'un volume $V_1 = 10L$ à la température $t_1 = 25^\circ C$ à un volume $V_2 = 20L$ à la température $t_2 = 100^\circ C$.

- Calculer la capacité thermique à volume constant c_{vmol} du dioxygène. On donne $R = 8,314 J.K^{-1}.mol^{-1}$.
- La détente s'effectue par un chauffage isochore suivi d'une détente isotherme.
 - Représenter ce chemin dans le diagramme de Clapeyron.
 - Calculer le transfert thermique Q et le travail W échangés par le gaz avec l'extérieur.
- La détente s'effectue maintenant par une détente isotherme suivie d'un chauffage isochore.
 - Représenter ce chemin dans le diagramme de Clapeyron.
 - Calculer le transfert thermique Q' et le travail W' échangés par le gaz avec l'extérieur.
- Que remarque-t-on concernant les sommes $W+Q$ et $W'+Q'$? Interpréter.

Exercice 2 : Transformation cyclique d'un GP

Une mole de gaz parfait diatomique ($\gamma = 7/5$) subit la transformation cyclique constituée des étapes suivantes :

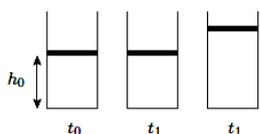
- A partir des conditions normales $P_0 = 1 \text{ bar}$, et $t_0 = 0^\circ C$, un échauffement isobare fait tripler son volume, sa température atteint alors t_1 ;
- Une compression isotherme lui fait retrouver son volume initial, sa pression est alors P_1 ;
- Un refroidissement isochore le ramène à l'état initial.

- Représenter le cycle suivi dans le diagramme de Clapeyron.
- Calculer pour chaque étape, avec trois chiffres significatifs, le transfert thermique Q et le travail W échangé ainsi que les variations ΔU d'énergie interne et ΔH d'enthalpie.
- Calculer W_{total} et Q_{total} sur le cycle complet, ainsi que ΔU_{total} et ΔH_{total} sur ce cycle.

Exercice 3 : Chauffage d'un GP

On enferme $n = 0,1 \text{ mol}$ d'azote, de coefficient $\gamma = 1,4$ dans un cylindre thermostaté à $t_0 = 27^\circ C$, fermé par un piston mobile sans frottement de section $S = 100 \text{ cm}^2$.

La pression atmosphérique est $P_0 = 1 \text{ bar}$. On néglige la force pressante due au poids du piston devant la force pressante atmosphérique.



- Calculer la hauteur h_0 occupé par le gaz dans le cylindre.
- Le piston étant bloqué, on élève la température du thermostat à $t_1 = 50^\circ C$. Calculer le travail W et le transfert thermique Q échangés par le gaz.
- En repartant de l'état initial, on élève à nouveau la température jusqu'à t_1 , mais en laissant libre le piston. Calculer les nouveaux W' et Q' échangés par le gaz.

Exercice 4 : Compressions isotherme et monotherme

Un GP est contenu dans un cylindre clos par un piston. La température initiale du gaz est égale à la température extérieure $T_1 = 293K$, sa pression est $P_1 = 1 \text{ atm}$ et son volume est $V_1 = 5L$. On néglige le poids du cylindre devant la force pressante due à l'atmosphère. Les parois du cylindre et le piston sont de « bons » conducteurs de la chaleur.

- On appuie lentement sur le piston, de manière à assurer à chaque instant l'équilibre thermique entre le gaz et l'extérieur, jusqu'à ce que le gaz atteigne la pression $P_2 = 10 \text{ atm}$. Calculer le volume final V_2 occupé par le gaz, sa variation d'énergie interne ΔU_2 ainsi que le travail W_2 et le transfert thermique Q échangés.
- On applique d'un seul coup une surpression extérieure, par exemple en posant une masse sur le piston, de telle sorte que la pression extérieure passe brusquement de la valeur P_1 à la valeur P_2 . On attend qu'un état d'équilibre thermique se réinstalle avec l'extérieur. Calculer le volume final V'_2 occupé par le gaz, sa variation d'énergie interne $\Delta'U_2$ ainsi que le travail W'_2 et le transfert thermique Q' échangés.

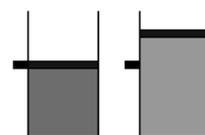
Exercice 5 : Compression suivie d'une détente

Une mole de GP diatomique est initialement dans les conditions $P_0 = 1,00 \text{ bar}$ et $t_0 = 20^\circ C$. On réalise une compression adiabatique réversible de ce gaz, qui diminue son volume de moitié. On note (P_1, t_1) la pression et la température dans cet état. Puis on détend de manière quasi-statique et isotherme le gaz, de manière à lui faire retrouver son volume initial.

- Représenter les chemins suivis lors des transformations dans le diagramme de Clapeyron.
- Calculer P_1 et t_1 .
- Calculer la pression finale P_2 à la fin de la détente.
- Exprimer puis calculer les travaux et les transferts thermiques échangés par le gaz lors des 2 transformations.

Exercice 6 : Détente brutale d'un GP

Un gaz parfait, de coefficient γ , est contenu dans un cylindre muni d'un piston, l'ensemble étant calorifugé. La pression extérieure est P_0 . Dans l'état initial, le piston est bloqué et le gaz est comprimé sous la pression $P_1 > P_0$, occupant le volume V_1 à la température T_1 . On libère le piston et on laisse le système atteindre un nouvel état d'équilibre. On pose $x = P_0/P_1$.



- Exprimer la température T_2 du gaz à l'équilibre, en fonction de γ , x et T_1 .
- Comparer T_2 à T_1 .
- Exprimer le volume V_2 du gaz à l'équilibre, en fonction de γ , x et V_1 .

Exercice 7 : Travail fourni par un opérateur

On considère un cylindre horizontal muni d'un piston et contenant un gaz, supposé parfait, de volume $V_1 = 5\text{L}$ et de pression $P_1 = 1\text{ bar}$. Un opérateur, en agissant sur le piston, réalise une détente quasi-statique isotherme du gaz, et double ainsi son volume.

1. Exprimer le travail W_{atm} de la force pressante due à l'atmosphère.
2. En déduire l'expression puis la valeur du travail W_{op} fourni par l'opérateur.

Exercice 8 : Divers modes de compression

On souhaite comprimer une mole d'un GP diatomique initialement dans les conditions $P_0 = 1\text{ bar}$ et $t_0 = 20^\circ\text{C}$, de manière à réduire son volume d'un facteur 2. On envisage pour cela différentes méthodes : (qui donnent toutes le même point d'arrivée)

Méthode 1 : Une compression isotherme quasi-statique

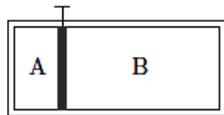
Méthode 2 : Un chauffage isochore suivi d'un refroidissement isobare quasi-statique

Méthode 3 : Un mode de transformation représenté dans le diagramme de Clapeyron par un segment de droite.

1. Représenter chacune de ces transformations dans le diagramme de Clapeyron.
2. Pour chacune des méthodes, exprimer puis calculer W et le transfert thermique Q échangés par le gaz.

Exercice 9 : Cylindre à deux compartiments

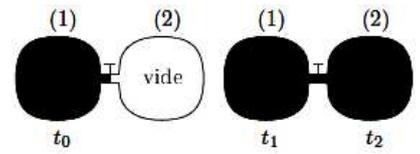
Un piston sépare le volume d'un cylindre en deux compartiments A et B. Les parois du cylindre et le piston sont parfaitement calorifugés. Les deux compartiments contiennent la même quantité de n moles d'un gaz parfait monoatomique ($\gamma = 5/3$). Le volume total du cylindre est $V = 5,0\text{ L}$. Dans l'état initial, le piston est bloqué de telle sorte que le compartiment B a un volume quatre fois plus grand que le compartiment A. La température est initialement la même dans tout le cylindre et égale à $T_0 = 288\text{K}$. La pression initiale dans le compartiment A est $P_A = 24,0\text{ bar}$. On débloque le piston, qui coulisse sans frottement jusqu'à ce que les deux compartiments soient à la même pression P_f . On mesure alors une différence de température $\Delta T = T_B - T_A = 130\text{K}$ entre les deux compartiments.



1. Calculer la pression initiale P_B dans le compartiment B.
2. Justifier la relation $\Delta U_A + \Delta U_B = 0$, où ΔU_A et ΔU_B sont les variations d'énergie interne dans chacun des compartiments.
3. En déduire les températures finales T_A et T_B dans les deux compartiments.
4. Calculer les volumes finaux V_A et V_B ainsi que la pression finale P_f dans les compartiments.

Exercice 10 : Détente dans le vide d'un GP

Deux récipients de même volume V sont reliés par un mince tube sur lequel est monté un robinet.



L'ensemble est calorifugé. Le robinet étant fermé, le récipient (1) contient 1 mol d'un GP de coefficient $\gamma = 1,4$, à la température $t_0 = 0^\circ\text{C}$, sous la pression $P_0 = 1\text{ bar}$, et le récipient (2) est vide. Le robinet est alors très largement ouvert, ce qui permet un écoulement gazeux « lent » du récipient (1) vers le récipient (2). Le robinet est fermé dès que les pressions dans les deux récipients deviennent identiques. On note P cette pression commune, t_1 la température du gaz restant dans le récipient (1) et t_2 la température du gaz transvasé dans le récipient (2). On note x la quantité de matière restant dans le récipient (1).

1. Déterminer une relation entre les températures t_0 , t_1 , t_2 et la valeur x .
2. Calculer la pression P .
3. Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz restant dans le récipient (1) ? En déduire la valeur de x .
4. Calculer les températures t_1 et t_2 .

Exercice 11 : Remplissage d'une bouteille vide

Une bouteille préalablement vide et de volume V_0 est fermée. Elle baigne dans l'atmosphère terrestre à la température $T_0 = 300\text{K}$ et sous la pression atmosphérique $P_0 = 1\text{ bar}$. L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique de coefficient caractéristique $\gamma = 1,4$.

La bouteille est ouverte pendant un bref instant afin que l'air ambiant qui l'entoure y pénètre. L'air dans le récipient est à la température T_1 au moment où sa pression est égale à la pression extérieure P_0 .



1. Quel est le système fermé et déformable à adopter pour traiter le problème ?
2. Comparer les temps de relaxation de l'équilibre mécanique et de l'équilibre thermique. Dire pourquoi la transformation que le gaz subit peut être considérée comme adiabatique.
3. La loi de Laplace est-elle applicable pour ce gaz parfait ?
4. Exprimer le travail reçu par le système pour que l'air entre dans la bouteille.
- 5.. Déterminer puis calculer la température T_1 de l'air.
6. Quel est l'état d'équilibre final du système ?

Calorimétrie

Exercice 12 : Calorimétrie

Un calorimètre et ses accessoires (agitateur, thermomètre,...) possède une capacité calorifique C. Donnée : $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. Le calorimètre contenant une masse d'eau $M = 95\text{g}$ d'eau à la température $t_1 = 20^\circ\text{C}$, on lui ajoute une masse $m = 71\text{g}$ d'eau à la température $t_2 = 50,0^\circ\text{C}$. Après quelques instants, la température d'équilibre observée est $t_f = 31,3^\circ\text{C}$. En déduire la valeur de la capacité thermique C du calorimètre. Calculer la masse en eau μ équivalente au calorimètre.
2. Le même calorimètre contient maintenant $M' = 100\text{g}$ d'eau à $t_1' = 15^\circ\text{C}$. On y plonge un échantillon métallique de masse $m' = 25\text{g}$ qui sort d'une étuve à $t_2' = 95^\circ\text{C}$. La température d'équilibre est $t_f' = 16,7^\circ\text{C}$. Calculer la capacité calorifique massique moyenne c du métal dans ce domaine de température.

Exercice 13 : Méthode électrique

On désire mesurer la capacité thermique totale C d'un calorimètre et de son contenu (eau et accessoires). On plonge pour cela une résistance chauffante $R = 250\Omega$ dans l'eau du calorimètre (valeur supposée indépendante de la température). On fait circuler un courant électrique d'intensité $I = 0,5\text{A}$ pendant $\Delta t = 13 \text{ min}$, tout en homogénéisant. On constate que la température de l'ensemble passe de $t_0 = 14^\circ\text{C}$ à $t_1 = 16^\circ\text{C}$.

En déduire l'expression puis la valeur de C.

Exo 14 : Ventilation et climatisation d'un local

On souhaite maintenir une température $t_1 = 20^\circ\text{C}$ en pleine canicule dans un local, de volume $V_0 = 300\text{m}^3$, l'air extérieur étant à $t_2 = 40^\circ\text{C}$. En même temps, il faut renouveler l'air de la pièce pour maintenir l'air respirable. On utilise un système de ventilation dont on fixe le taux de renouvellement à 1, c'est-à-dire que la totalité de l'air de la pièce est renouvelé en 1 heure. La pression de l'air est la même à l'intérieur et à l'extérieur du local.

1. Calculer la masse d'air renouvelée en 1h. On supposera que l'air est un GP de masse molaire $M_{\text{air}} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, et on rappelle que $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.
2. Calculer le transfert thermique Q reçu par cette masse d'air pour passer de t_2 à t_1 . On donne la capacité thermique massique de l'air à pression constante $c_P = 1000 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.
3. En l'absence de ventilation et de climatisation, la température du local passe à $t_3 = 21^\circ\text{C}$ en 10min. Par un calcul simple, donner un ordre de grandeur de la puissance thermique correspondant aux fuites thermiques, puis de la puissance thermique nécessaire du système de climatisation.

Systèmes quelconques

Exercice 15 : Elévation de T de freins à disque

Une automobile de masse $M = 836 \text{ kg}$ roulant à la vitesse $v = 72 \text{ km.h}^{-1}$ s'arrête brusquement à l'aide de ses quatre freins à disques. En assimilant ces derniers à des cylindres de rayon $r = 10 \text{ cm}$ et d'épaisseur $h = 1 \text{ cm}$, de masse volumique $\mu = 8 \text{ g.cm}^{-3}$ et de capacité thermique massique $c = 0,42 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$, calculer leur élévation de température $\Delta\theta$, en supposant que toute la chaleur est absorbée par les disques.

Exo 16 : Compression isotherme d'un gaz de VDW

On considère une mole d'azote, obéissant à l'équation d'état,

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT \text{ avec } a = 0,13 \text{ SI et } b = 3,8.10^{-5} \text{ SI.}$$

Son énergie interne a pour expression $U = C_V T - a/V_m$. Le gaz occupe initialement le volume $V_1 = 25\text{L}$ à la température $T_1 = 300\text{K}$ et on le comprime de manière isotherme quasi-statique jusqu'au volume $V_2 = 12,5\text{L}$.

1. Calculer les pressions initiale P_1 et finale P_f du gaz.
2. Calculer le travail W et la quantité de chaleur Q échangés par le gaz avec l'extérieur au cours de la compression.

Exercice 17 : Température d'un conducteur ohmique

Une résistance électrique R, de capacité thermique C, est placée dans l'air de température T_0 . Lorsque la température de la résistance est $T > T_0$, on admet que la quantité de chaleur δQ perdue pendant une durée dt est donnée par la loi de Newton : $\delta Q = aC(T - T_0)dt$, où a est une constante positive. A la date $t = 0$, la résistance étant à la température T_0 , on fait passer dans la résistance électrique un courant d'intensité I constante.

1. Quelle est la dimension de la constante a ?
2. En faisant un bilan énergétique sur une durée dt, établir l'équation différentielle vérifiée par T(t).
3. Identifier la constante de temps τ du phénomène ainsi que la température T_∞ atteinte au bout d'une durée $t \gg \tau$.

Exercice 18 : Chauffage d'un bâtiment

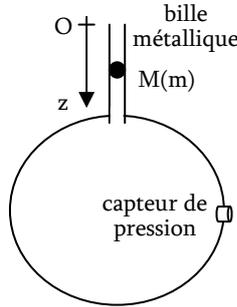
Un bâtiment, de capacité thermique $C = 7,6.10^7 \text{ J.K}^{-1}$, est chauffé à la température uniforme $T_1 = 293\text{K}$ par un chauffage central de puissance $P = 210 \text{ kW}$ constante, la température extérieure étant égale à $T_0 = 263\text{K}$. On suppose que la quantité de chaleur δQ perdue par le bâtiment de température T pendant la durée dt s'écrit : $\delta Q = aC(T - T_0)dt$, où $a = 7,9.10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

1. A la date $t = 0$, le chauffage est arrêté. En raisonnant sur un intervalle de temps dt, établir l'équation différentielle vérifiée par T(t).
2. En déduire la température T_2 du bâtiment après $\Delta t = 3\text{h}$.
3. La température du bâtiment étant T_2 , on remet le chauffage en marche. Exprimer puis calculer la température T_∞ théoriquement atteinte au bout d'une durée « très grande ».
4. Calculer la durée $\Delta t'$ au bout de laquelle le bâtiment aura retrouvé sa température initiale T_1 .

Méthodes de mesure de gamma γ

Exercice 19 : Mesure de γ – Méthode de Rückhard

Le champ de la pesanteur est uniforme et d'intensité g . Un gaz parfait diatomique occupe le volume V_0 d'un récipient surmonté d'un tube de verre vertical de faible section S . A l'instant $t = 0$, une bille d'acier de masse m est lâchée sans vitesse initiale dans le tube et effectue des oscillations de grande amplitude autour d'une position d'équilibre. La bille métallique de diamètre très voisin de celui du tube se comporte comme un piston étanche. Les frottements fluides et solides sont négligeables.



Au cours des oscillations, les valeurs à l'instant t de la température T et de la pression P du gaz sont réparties uniformément. La position de la bille est repérée par sa cote z sur l'axe vertical descendant d'origine O à la partie supérieure du tube. A l'instant $t = 0$, le gaz parfait occupe le volume initial V_0 de l'ensemble constitué par le récipient et le tube dans sa totalité ($z = 0$), sa pression initiale est la pression atmosphérique P_0 et sa température initiale T_0 .

L'intensité de la force de pression exercée sur une demi-sphère de rayon r par un milieu de pression uniforme P_0 est :

$$F_p = P_0 \cdot \pi r^2 = P_0 \cdot S$$

La transformation subie par le gaz enfermé dans l'enceinte adiabatique (le volume du récipient est grand pour rendre négligeables les échanges de chaleur avec l'extérieur) et quasi-statique. Le rapport des capacités thermiques est supposé constant $\gamma = C_p / C_v$. Les écarts suivants sont infiniment faibles : $|P - P_0| \ll P_0$ et $|V - V_0| \ll V_0$

1. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, établir l'équation du mouvement de la bille supposée ponctuelle en fonction de P , P_0 , m , g , S et de dérivées successives de z par rapport au temps. En déduire la pression à l'équilibre P_{eq} dans le récipient en fonction de P_0 , m , g et S .
2. Enoncer la loi de Laplace relative au couple (P, V) et rappeler les conditions de validité de cette loi. Ecrire la relation traduisant la loi de Laplace sous sa forme différentielle.
3. En déduire l'expression du différentiel de pression $P - P_0$ en fonction de P_0 , V_0 , S , γ et z .
4. Montrer que l'équation différentielle du mouvement vertical de la bille est :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_0^2 z = g$$

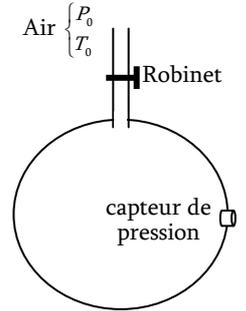
Exprimer ω_0 en fonction de γ , P_0 , m , S et V_0 .

En déduire la position d'équilibre z_{eq} de la bille et la période propre θ_0 de ses oscillations par rapport à cette position d'équilibre. Exprimer littéralement le coefficient γ en fonction de θ_0 , m , V_0 , P_0 , et S puis calculer sa valeur.

Données : $T_0 = 293K$, $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 Pa$, $V_0 = 10L$, $\theta_0 = 1,10s$, $S = 2,0 \cdot 10^{-4} m^2$, $m = 1,6 \cdot 10^{-2} kg$, $g = 9,80 m \cdot s^{-2}$.

Exercice 20 : Méthode de Clément et Désormes

Un ballon de volume V_0 communique par l'intermédiaire d'un robinet avec l'atmosphère extérieure où la température est T_0 et la pression P_0 . Un capteur de pression différentiel permet de suivre la pression à l'intérieur de l'enceinte : la tension lue est proportionnelle à la différence de pression entre le gaz et le milieu extérieur.



A l'instant initial $t = 0$, le ballon contient n moles d'un gaz diatomique supposé parfait de coefficient γ constant. Ce gaz à la température $T_1 = T_0$ est à une pression initiale P_1 légèrement supérieure à la pression atmosphérique :

$$P_1 = P_0 + \Delta P_1 \quad \text{avec} \quad \Delta P_1 \ll P_0$$

Dans l'état initial (1), le capteur indique 3,50V.

On ouvre le robinet pendant une durée très courte : Δn moles de gaz s'échappent du ballon, la pression dans le ballon passe rapidement à la valeur $P_2 = P_0$ imposée par l'atmosphère extérieure et sa température prend la valeur :

$$T_2 = T_1 + \Delta T_2 \quad \text{avec} \quad |\Delta T_2| \ll T_1$$

Au cours de ce bref processus (1) \rightarrow (2), le transfert thermique avec l'extérieur est quasi-nul et l'évolution est mécaniquement réversible car la surpression est faible à l'intérieur du ballon.

A l'issue de la phase (2) \rightarrow (3) qui dure quelques minutes après la fermeture du robinet, le gaz contenu dans le ballon est revenu à l'équilibre thermique avec l'atmosphère extérieure $T_3 = T_0$ et la pression P_3 du gaz vaut :

$$P_3 = P_0 + \Delta P_3 \quad \text{avec} \quad |\Delta P_3| \ll P_0$$

Dans l'état final (3), le capteur indique 0,90V. Les variations de pression et de température sont faibles devant P_0 et T_0 .

1. En choisissant pour système le gaz qui reste dans le ballon, représenter en exagérant les variations de volume et de pression des états (1), (2) et (3) dans le diagramme de Clapeyron.
2. Enoncer la loi de Laplace relative au couple (T, P) et rappeler les conditions de validité de cette loi. Ecrire la relation traduisant la loi de Laplace sous sa forme différentielle. En déduire la relation $\frac{\Delta T_2}{T_0} = -\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \frac{\Delta P_1}{P_0}$
3. Par exploitation de l'équation d'état au cours du processus (2) \rightarrow (3), établir une relation entre ΔP_3 , P_0 , T_0 et ΔT_2 . En déduire l'expression de γ en fonction des différences de pression ΔP_1 et ΔP_3 . Calculer γ .
4. Montrer que l'exploitation de la formule de Reech :

$$\gamma = \frac{\chi_T}{\chi_Q} \quad (\text{avec} \quad \chi_T = \frac{-1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \quad \text{et} \quad \chi_Q = \frac{-1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{Q=0})$$

les coefficients de compressibilité) permet d'exprimer directement par lecture du diagramme de Clapeyron l'expression de γ en fonction de ΔP_1 et ΔP_3 .

Second principe

Exercice 21 : Contact thermique de deux solides

Deux solides S_1 et S_2 , de capacités thermiques respectives C_1 et C_2 , sont initialement aux températures uniformes respectives T_1 et T_2 . Ils sont mis en contact dans un calorimètre de capacité thermique négligeable par rapport à celles des solides.

- Déterminer la température d'équilibre T_{eq} du système constitué par le calorimètre et les deux solides.
- Exprimer la variation d'entropie ΔS de ce même système.
- Déterminer le signe de ΔS dans le cas particulier où $C_1 = C_2 = C$. Commenter.

Exercice 22 : Contact d'un gaz avec un thermostat

Une mole d'hélium, assimilé à un gaz parfait, est contenue dans un récipient indilatable aux parois diathermanes (laissent passer la chaleur), à la température initiale $T_0 = 300K$. Le récipient est alors plongé dans un thermostat de température $T_1 = 273K$.

→ Déterminer puis calculer la variation d'entropie ΔS du gaz entre l'état initial et l'état d'équilibre thermodynamique final, ainsi que l'entropie échangée S_e et l'entropie créée S_c .

Exercice 23 : Calorimétrie solide + eau

Des petites billes de verre de masse totale $m_1 = 50g$ sont placées dans un four maintenu à une température $t_1 = 80^\circ C$. Elles sont ensuite plongées dans un calorimètre contenant une masse $m_2 = 100g$ d'eau à la température $t_2 = 20^\circ C$. Les transferts thermiques s'effectuent à l'intérieur de l'enceinte adiabatique constituant le calorimètre sous la pression atmosphérique.

- Calculer la température d'équilibre finale T_f .
- Déterminer la variation d'entropie du verre et l'entropie créée dans le calorimètre.

Données : On donne les capacités thermiques concernées

Eau (massique) : $c_{eau} = 4,18 J.K^{-1}.g^{-1}$

Verre (massique) : $c_{verre} = 8,7.10^2 J.K^{-1}.kg^{-1}$

Calorimètre : $C = 150 J.K^{-1}$

Exercice 24 : Effet Joule et création d'entropie

Un conducteur ohmique de résistance électrique R indépendante de la température est placé dans l'air ambiant à la température T_0 supposée constante, et est traversé par un courant électrique d'intensité I . En régime permanent, les fonctions d'état relatives au conducteur ohmique sont indépendantes du temps.

- Appliquer le 1^{er} Principe de la thermodynamique au conducteur ohmique. En déduire la chaleur reçue par le conducteur avec le milieu extérieur en fonction de la durée dt de l'échange, de R et de I .
- Appliquer le second principe. En déduire l'expression de la production d'entropie par unit de temps dans le conducteur ohmique.

Exercice 25 : Transformation isotherme d'un GP

Une mole de gaz parfait est placée dans un cylindre vertical de section S et de grande hauteur, fermé par un piston mobile sans frottement. Le cylindre aux parois diathermes (qui laisse passer la chaleur) est plongé dans un thermostat de température uniforme et constante T_0 . A l'instant initial, le gaz est en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur, sa pression est notée P_0 . On ajoute très progressivement des masselottes sur le piston, jusqu'à ce que la masse finale déposée soit égale à M . On fait alors l'hypothèse que la transformation subie par le gaz est isotherme.

- Déterminer la pression P_1 du gaz dans son état d'équilibre final.
- Exprimer la variation d'énergie interne, le travail W et le flux thermique Q lors de cette transformation, en fonction de T_0 , P_0 et P_1 .
- Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Commenter. Est-ce conforme à la réversibilité ?
- A partir du même état initial, l'intégralité de la masse M est ajoutée brutalement ; la pression extérieure exercée sur le piston est supposée suivre une fonction échelon (P_0 avant $t = 0$, et P_1 après), puis la température s'équilibre avec l'extérieur. Exprimer la variation d'énergie interne, le travail W et le flux thermique Q lors de cette transformation, en fonction de T_0 , P_0 et P_1 .
- Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Tracer la courbe de ces fonctions. Commenter.

Exercice 26 : Chauffage « plus ou moins réversible »

Une masse $m = 1kg$ d'eau, à la température initiale $\theta_0 = 20^\circ C$ est mise en contact avec un thermostat à la température $\theta_f = 80^\circ C$. Donnée : $c_0 = 4180 J.kg^{-1}.K^{-1}$ la capacité thermique de l'eau.

- Calculer l'entropie créée S_c pour l'eau lors de son réchauffage.
- On recommence l'expérience en utilisant un thermostat intermédiaire à la température $\theta_1 = 50^\circ C$. Calculer à nouveau l'entropie S_c pour l'eau.
- Est-il possible de réchauffer réversiblement de l'eau ? Si oui, comment faut-il s'y prendre ?

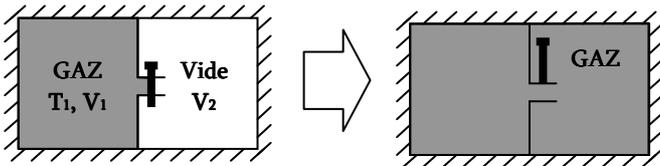
Exercice 27 : Bilan entropique

Un GP de coefficient $\gamma = 1,4$ est initialement dans les conditions $P_0 = 1bar$, $V_0 = 1L$, et $t_0 = 20^\circ C$. On réalise une transformation qui amène ce gaz à la température $t_1 = 50^\circ C$ et le laisse au volume $V_1 = V_0 = 1L$.

- Exprimer puis calculer la variation d'entropie ΔS de ce gaz au cours de la transformation.
- Sachant que la transformation est isochore et qu'elle a lieu par mise en contact avec un thermostat à la température $t_1 = 50^\circ C$, calculer l'entropie échangée S_e , et l'entropie créée S_c .

Exercice 28 : Détente de Joule – Gay Lussac

Un récipient de volume constant V , à parois adiabatiques et rigides, est divisé en deux compartiments de volumes respectifs V_1 et V_2 égaux (1L) séparés par une vanne. A l'état initial, le compartiment de gauche dont le volume est V_1 contient n moles d'un gaz en équilibre interne à la température T_1 et l'autre compartiment est vide. La vanne est actionnée à distance par l'intermédiaire d'un électroaimant de façon à faire communiquer les deux compartiments : le gaz atteint alors un nouvel état d'équilibre thermodynamique interne à la température T_f . Une telle détente peut servir à mettre en évidence le caractère parfait d'un gaz, ou de mesurer des coefficients caractéristiques.



- En considérant que l'énergie interne des parois ne varie pas au cours de cette détente, montrer que la transformation du gaz est isoénergétique : elle s'effectue à énergie interne constante quelle que soit la nature du gaz.
- Montrer que la variation d'entropie du gaz s'identifie à l'entropie créée $S^{crée}$ au cours de la transformation.
- Le gaz est supposé parfait et monoatomique.
 - Rappeler les propriétés d'un GP, l'expression de son énergie interne molaire U_m et de sa capacité thermique isochore molaire C_{V_m} .
 - Un gaz parfait obéit-il à la première loi de Joule ?
 - Quelle est la température finale T_f dans les deux compartiments ?
 - Montrer que le gaz occupe tout le volume qui lui est accessible. Quelle est la variation ΔS_{GP} du gaz parfait au cours de cette transformation ? Faire une AN pour une mole du gaz parfait. Ce résultat est-il conforme au second principe de la thermodynamique ?

- Le gaz subissant la détente est maintenant un gaz de Van Der Waals ayant pour équation d'état :

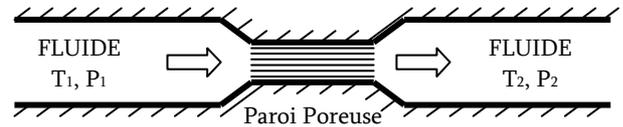
$$\left(P + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT$$

L'énergie interne d'un tel gaz s'écrit $U = nC_{V_m}T - \frac{n^2a}{V} + U_0$, avec U_0 et $C_{V_m} = 12,4 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$ des constantes.

- Ce gaz obéit-il à la première loi de Joule ? Que représentent chacun des termes de l'expression de U ?
- Calculer le coefficient de Joule – Gay Lussac $\mu_{GL} = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_U$ dans le cas d'un gaz de VDW, puis dans le cas d'un GP. Quel est son sens physique ? Que constate-t-on ?
- Montrer que la mesure de la variation de température permet d'accéder à la valeur du coefficient a de l'équation de Van Der Waals. Calculer a en considérant le refroidissement d'une mole de gaz $\Delta T = T_2 - T_1 = -5,4 K$
- Quelle est la variation d'entropie ΔS_{VDW} du gaz au cours de cette transfo ?

Exercice 29 : Détente de Joule-Thomson

Un fluide s'écoule dans une canalisation calorifugée en présence d'un étranglement (ou d'une paroi poreuse) qui a pour rôle de réduire la pression en aval (par frottements). On considère qu'un régime permanent est atteint. On note P_1 et T_1 les température et pression en amont, et $P_2 (< P_1)$ et T_2 en aval. L'écoulement est suffisamment lent pour que l'on puisse négliger la vitesse d'ensemble du fluide en tout point de l'écoulement.



Questions 1 / 2 / 3 : Voir TD...

- La chaleur $\delta Q^{rév}$ échangée avec l'extérieur par une mole d'un fluide homogène quelconque au cours d'une transformation élémentaire réversible s'exprime, en fonction des variables indépendantes T et P , à l'aide des coefficients calorimétriques molaires C_{P_m} et k_m , tels que :

$$\delta Q^{rév} = C_{P_m} dT + k_m dP$$

En déduire le coefficient de Joule-Thomson $\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_H$

en fonction du volume molaire V_m et des coefficients calorimétriques molaires C_{P_m} et k_m . Quel est l'intérêt d'introduire un tel coefficient ?

- La détente est subie par une mole d'un gaz réel de VDW (même équation que dans l'exercice 28). Les constantes a et b sont des caractéristiques du fluide. Elles figurent sur le tableau suivant avec les températures de liquéfaction, de solidification, et d'inversion.

Gaz	Coefficients		T _{inversion}		T _{liquéfaction}		T _{solidification}	
	10 ³ a	10 ⁵ b	K	°C	K	°C	K	°C
N ₂	130	3,91	621	347,8	77,3	-195,8	63,3	-209,7
H ₂	24,8	2,66	195	-78,1	20,4	-252,7	14	-259
³ He	3,44	2,37	23,6	-249,5	4,2	-268,9	Superfluide à 2,6mK	

L'énergie interne molaire de ce gaz s'écrit $U_m = \frac{3}{2}RT - \frac{a}{V_m} + U_{m0}$

- Montrer que le produit PV_m peut se mettre sous la forme approchée : $PV_m = RT - a/V_m + bP$
- En déduire l'expression approchée de l'enthalpie molaire du gaz : $H_m = 5RT/2 + P(b - 2a/RT) + U_{m0}$
- Déterminer les grandeurs molaires C_{P_m} et $(k_m + V_m)$ en fonction de a , b , R , P et T .
- Exprimer le coefficient de Joule-Thomson μ_{JT} d'un gaz de VDW en fonction de R , a , b , C_{P_m} et T , puis déterminer la température d'inversion, T_i de l'effet Joule-Thomson pour laquelle $\mu_{JT} = 0$. Calculer sa valeur pour les 3 gaz cités plus haut et comparer les résultats aux données expérimentales (Données à la pression atmosphérique).
- Dans quelles conditions la détente de Joule-Thomson permet-elle de refroidir le fluide ? Quel est le gaz que l'on peut refroidir à des températures usuelles ? Proposer une méthode permettant d'obtenir successivement les liquides cryogéniques pour aboutir à l'hélium liquide ($T = 4K$). C'est grâce à une méthode de ce type que Kamerlingh et Onnes ont réussi pour la première fois en 1908 à atteindre la liquéfaction de l'hélium à 4,2K.

1^{er} Principe : Transfo du GP

Exercice 1 : Influence du chemin de transformation

- D'après Mayer $C_{Vm} = \frac{C_V}{n} = \frac{R}{\gamma-1} = 20,8 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
- Chauffage isochore + Détente isotherme.
 - Diag PV : isochore verticale / isotherme en $P = cstte/V$.
 - Transfo isochore AB : $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = nC_{Vm}\Delta T = 1559 J$
 Transfo isotherme BC : $\Delta U_{BC} = 0 \Rightarrow Q_{BC} = -W_{BC}$
 Ainsi : $Q_{BC} = \int P_{ext} dV = \int PdV = nRT_2 \ln(V_2/V_1) = 2150 J$
 (La transfo doit être supposé mécaniquement réversible)
- Détente isotherme + Chauffage isochore.
 - Diag PV : descend en $cstte/V$ puis remonte vertical.
 - On adapte les variables :
 $Q' = Q_{AD} + Q_{DB} = nRT_1 \ln(V_2/V_1) + nC_{Vm}\Delta T = 3276 J$
 Travail $W' = W_{AD} + W_{DB} = -nRT_1 \ln(V_2/V_1) = -1717 J$
- On remarque que $W+Q = W'+Q' = \Delta U$, ce qui est normal car U est une fonction d'état (décrit l'état d'un système), donc sa variation ne dépend donc pas du chemin suivi, mais seulement des points initiaux et finaux $\Delta U = U_{fin} - U_{ini}$.

Exercice 2 : Transformation cyclique d'un GP

- Diag PV : horizontal vers la droite \rightarrow $cstte/V$ vers le haut/gauche \rightarrow vertical descendant revenant en (P_0, V_0) .
- Isobare :
$$\begin{cases} Q_1 = \Delta H_1 = C_p \Delta T = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} (2T_0) = 15,9 kJ \\ W_1 = -P_0 \Delta V = -2P_0 V_0 = -2nRT_0 = -4,5 kJ \\ \Delta U_1 = C_V \Delta T = \frac{nR}{\gamma-1} (2T_0) = 11,3 kJ \end{cases}$$
- Isotherme :
$$\begin{cases} \Delta U_2 = \Delta H_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = -W_2 \\ W_2 = -\int P_{ext} dV = -nRT_1 \ln(V_1/V_2) = 7,5 kJ \end{cases}$$
- Isochore :
$$\begin{cases} \Delta U_3 = Q_{V2} = C_V \Delta T = \frac{nR}{\gamma-1} (-2T_0) = -11,3 kJ \\ W_3 = 0 \\ \Delta H_3 = C_p \Delta T = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} (-2T_0) = -15,9 kJ \end{cases}$$
- Cycle complet :
$$\begin{cases} W = W_1 + W_2 + W_3 = 3 kJ \\ Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = -3 kJ \\ \Delta U = \Delta H = 0 \quad (\text{cycle}) \end{cases}$$

Exercice 3 : Chauffage d'un GP

- On a $V = \frac{nRT_0}{P_0} = hS \Rightarrow h_0 = \frac{nRT_0}{SP_0} = 25 cm$.

2. Piston bloqué \rightarrow Isochore :
$$\begin{cases} W=0 \\ Q = \Delta U = C_V \Delta T = \frac{nR}{\gamma-1} \Delta T = 47,8 J \end{cases}$$

3. Piston libre \rightarrow Isobare :
$$\begin{cases} Q = C_p \Delta T = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} \Delta T = 66,9 J \\ W' = \Delta U' - Q = \Delta U - Q = -19,1 J \end{cases}$$

(Car l'énergie U finale est la même dans les 2 cas, ne dépend que de la température pour un GP – loi de Joule)

Exercice 4 : Compressions isotherme et monotherme

- Evolution du GP isotherme : $V_2 = P_1 V_1 / P_2 = 0,5 L$, $\Delta U = 0$, $W = -\int P_{ext} dV = -\int PdV = -nRT_1 \ln(V_2/V_1) = 1166 J$
 (On rappelle que $1 atm = 1,013 bar = 1013 hPa$) et $Q = -W$.
- Evolution monobare et monotherme du GP, mais après équilibre, on a même n, même T, et même P, donc $V_2' = V_2 = 0,5 L$, $\Delta U = 0$ (ne dépend que de T) et $W' = -\int P_{ext} dV = -P_2 \Delta V = 4558 J$ et encore $Q' = -W'$

Exercice 5 : Compression suivie d'une détente

- Diag PV : adiabatique réversible en $cstte/V^\gamma$, puis isotherme en $cstte/V$ (moins pentu, $P_{final} > P_{initial}$).
- GP en adiab. rév : $PV^\gamma = cstte \Rightarrow P_1 = P_0 (V_0/V_1)^\gamma = 2^\gamma P_0$
 Ainsi $P_1 = 2,63 bar$ et $T_1 = \frac{PV_1}{nR} = T_0 \frac{PV_1}{P_0 V_0} = 2^{\gamma-1} T_0 = 385 K$
 (ou $t_1 = T_1 - 273 = 112^\circ C$)
- Après isotherme : $P_2 = \frac{nRT_1}{V_0} = P_0 \frac{T_1}{T_0} = 2^{\gamma-1} P_0 = 1,32 bar$
- Transfo adiab réversible : $Q_1 = 0$, et puisque la transfo est méca réversible $W_1 = -\int P_{ext} dV = -\int PdV = -\int \frac{P_0 V_0^\gamma}{V^\gamma} dV$.
 Et : $W_1 = \frac{P_0 V_0^\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_0^{\gamma-1}} \right) = \frac{2^{\gamma-1} - 1}{\gamma-1} \cdot nRT_0 = 1945 J$
 Transfo isotherme : $W = -\int P_{ext} dV = -\int PdV = -nRT_1 \ln(V_0/V_1)$
 Ce qui donne $W = -2^{\gamma-1} nRT_0 \ln(2) = -2227 J = -Q$

Exercice 6 : Détente brutale d'un GP

- Transfo monobare : $W = -P_0 \Delta V = -P_0 (V_2 - V_1)$, et 1^{er} principe : $\Delta U = W + Q = C_V \Delta T = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1)$
 Ainsi : $-P_0 (V_2 - V_1) = -nR (T_2 - T_1) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1)$
 Et : $T_2 = \frac{1+x(\gamma-1)}{\gamma} T_1$ $2. \Rightarrow T_2 > T_1$
- Volume $V_2 = \frac{nRT_2}{P_0} = \frac{1+x(\gamma-1)}{x\gamma} T_1$

Exercice 7 : Travail fourni par un opérateur

- Travail : $W_{atm} = -P_1(V_2 - V_1) = -P_1V_1 = 500J$
- Et on a $\Delta U = 0$ (isotherme / GP / loi de Joule...) et la transfo peut être supposé mécaniquement réversible (très lente), d'où $W_{total} = -\int P_{ext} dV = -\int PdV = -nRT_1 \ln(V_2/V_1) = -nRT_1 \ln(2)$
Et $W_{op} = W_{total} - W_{atm} = P_1V_1(1 - \ln(2)) = 153J$

Exercice 8 : Divers modes de compression

Méthode 1 : Compression isotherme, courbe en cstte/V, on a $W = -\int P_{ext} dV = -\int PdV = -nRT_0 \ln(V_f/V_i) = nRT_0 \ln(2)$
Et $Q = -W = -nRT_0 \ln(2) = -1688J$ car $\Delta U = 0$
Cela nous donne à l'EF une pression $P = 2P_0$.

Méthode 2 : Chauffage isochore (vertical) + Refroidissement isobare (horizontal) $W = W_{isoV} + W_{isoP} = -P_f(V_f - V_i)$
Et $W = P_0V_0 = nRT_0 = 2435J$
Sur l'ensemble, on a $\Delta U = 0$, donc $Q = -W = -2435J$

Méthode 3 : Segment de droite \rightarrow On prend l'aire sous la courbe : $W = +P_0|V_f - V_0| + \frac{1}{2}|V_f - V_0||P_f - P_0|$
On calcule $W = \frac{3}{4}P_0V_0 = \frac{3}{4}nRT_0 = 1826J$ et $Q = -W$

Exercice 9 : Cylindre à deux compartiments

- On a 2 GP en évolution adiabatique non réversible. A l'état initial : $\begin{cases} nRT_0 = P_A V_{Ai} = P_B V_{Bi} \\ V_{Bi} = 4V_{Ai} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_B = \frac{P_A}{4} = 6bar \\ n = \frac{P_A V_0}{5RT_0} = 1mol \end{cases}$
- Système des deux GP isolé $\rightarrow \Delta U_{total} = \Delta U_A + \Delta U_B = 0$.
- 4/ EF : $\begin{cases} V = V_A + V_B = 5L \\ nRT_B = P_f V_{Bf} \\ nRT_A = P_f V_{Af} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} nR(T_A + T_B) = P_f V \\ nR(T_B - T_A) = P_f (V_{Bf} - V_{Af}) \end{cases}$
 $C_{VA}(T_A - T_0) = -C_{VB}(T_B - T_0) \Rightarrow T_A + T_B = 2T_0$
Ainsi : $P_f = \frac{nR(T_A + T_B)}{V} = \frac{2nRT_0}{V} = 9,57 bar$ et :
 $\begin{cases} V = V_{Af} + V_{Bf} = 5L \\ V_{Bf} - V_{Af} = 2V_{Bf} - V = \frac{nR(T_B - T_A)}{P_f} = \frac{V(T_B - T_A)}{2T_0} \end{cases}$
Et $\begin{cases} V_{Bf} = \frac{V}{2} \left(1 - \frac{(T_B - T_A)}{2T_0} \right) = 1,94L \\ V_{Af} = V - V_{Bf} = 3,04L \end{cases}$
- Finalemnt : $\begin{cases} T_A = P_f V_{Af} / nR = 350K \\ T_B = P_f V_{Bf} / nR = 223K \end{cases}$

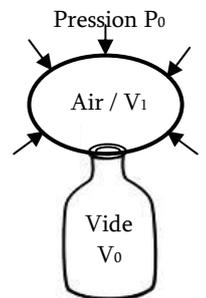
Exercice 10 : Détente dans le vide d'un GP

- Bilan d'énergie sur le système total isolé : $\Delta U_{total} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{xR}{\gamma-1}(T_1 - T_0) + \frac{(1-x)R}{\gamma-1}(T_2 - T_0)$
Ainsi : $xT_1 + (1-x)T_2 = T_0$
- Pression $PV = nRT \rightarrow P = P_0/2 = 0,5 bar$
- Transfo adiabatique réversible (si l'évolution est vraiment très lente), et puisque l'on peut considérer le volume initial comme étant xV (le gaz occupe une portion x du volume), cela donne : $PV^\gamma = P_0(xV)^\gamma = \frac{P_0}{2} \cdot V^\gamma \Rightarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/\gamma} = 0,61$.
- On a aussi Laplace pour la température : $T_0(xV)^{\gamma-1} = T_1 \cdot V^{\gamma-1}$
ce qui donne $T_1 = T_0 \cdot x^{\gamma-1} = \frac{T_0}{2^{\gamma-1/\gamma}} = \frac{T_0}{2 \cdot x} = -49^\circ C$
et ainsi $T_2 = \frac{T_0 - xT_1}{(1-x)} = \frac{T_0}{2(1-x)} = 77^\circ C$

On remarque que d'un coté la T baisse (coté détente), de l'autre elle monte (coté compression), alors que la détente devrait isoénergétique donc à T constante. C'est ce vers quoi va tendre le système après un temps de relaxation, $T_f = T_0$.

Exercice 11 : Remplissage d'une bouteille vide

- Système = air qui va entrer dans la bouteille + vide déjà contenu dans la bouteille : volume initial $V = V_0 + V_1$, volume final $V = V_0$.
- Temps de relaxation mécanique plus faible que celui thermique. La transformation sera brutale (détente dans le vide), les transferts thermiques n'ont pas le temps de se faire \rightarrow transfo adiabatique.
- Loi de Laplace non applicable car transfo irréversible
- Travail : $W = -\int P_0 dV = P_0 V_1 = nRT_0$
- Appliquons le 1^{er} principe sur le système air + vide : $\Delta U_{total} = \Delta U_{air} + \Delta U_{vide} = W + Q = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_0) = nRT_0$
Ainsi : $T_1 = \gamma T_0 = 420K$
- Etat d'équilibre final : après les transferts thermiques qui vont s'établir à travers la paroi du verre : $T_f = T_0 = 300K$, Le bouteille est fermée directement, donc la quantité qu'elle contient reste constante : $\begin{cases} P_0 V_0 = nRT_1 = nR\gamma T_0 \\ P_f V_0 = nRT_f = nRT_0 \end{cases}$, ce qui donne $P_f = \frac{P_0}{\gamma} = 0,7 bar$



SOLUTION des EXERCICES – TH3 / TH4 – Premier et Second Principes – Feuille 2/3

Calorimétrie

Exercice 12 : Calorimétrie

1. Bilan d'enthalpie à pression constante sur le système eau + calorimètre isolé : $\Delta H_{total} = \Delta H_M + \Delta H_m + \Delta H_C = Q_p = 0$

Donc : $m \cdot c_{eau} (t_f - t_2) + (M + \mu) c_{eau} (t_f - t_1) = 0$

Et : $\mu = -m \frac{(t_f - t_2)}{(t_f - t_1)} - M = 22,5g, C = \mu c_{eau} = 94J.K^{-1}$

2. Même bilan enthalpique à pression constante :

$\Delta H_{total} = \Delta H_{M'} + \Delta H_C + \Delta H_{solide} = Q_p = 0$

Ainsi : $(M' + \mu) c_{eau} (t_f' - t_1') + m' \cdot c_{solide} (t_f' - t_2') = 0$. On a

pris une capacité du métal constante

$\Rightarrow c = c_{solide} = -\frac{(M' + \mu) c_{eau} (t_f' - t_1')}{m' (t_f' - t_2')} = 445J.K^{-1}.kg^{-1}$

Exercice 13 : Méthode électrique

Bilan enthalpique à P constante = P₀ (pression ambiante) :

$\Delta H_{total} = \Delta H_{eau} + \Delta H_{Cal} = Q_{P_{fuite}} + Q_{P_{joule}} = RI^2 \Delta t$

Ainsi : $C \Delta T = RI^2 \Delta t$ et $C = \frac{RI^2 \Delta t}{\Delta T} = 24,4 kJ.K^{-1}$

Exo 14 : Ventilation et climatisation d'un local

1. En 1 heure, il faut renouveler l'air de toute la pièce :

$m = M \frac{P_0 V_0}{RT_1} = 357 kg$

2. Chaleur reçue à P constante $Q = mc_p \Delta T = 7,14 MJ$

3. Fuites thermiques : on fait un bilan dans le cas où la clim est éteinte, il ne reste que les fuites :

$\Delta H_{total} = mc_p \Delta T = Q_{P_{fuite}} = P_{fuite} \Delta t \Rightarrow P_{fuite} = \frac{mc_p \Delta T}{\Delta t} = 0,6 kW$

La climatisation devra donc compenser le renouvellement de l'air et les pertes thermiques :

$P_{CLIM} = \frac{Q}{\Delta t} + P_{fuite} = 1,98 kW + 0,6 kW \approx 2,6 kW$

Systèmes quelconques

Exercice 15 : Elévation de T de freins à disque

Bilan d'énergie : L'énergie cinétique de la voiture E_c = 0,5.Mv² se transforme intégralement en chaleur dans les disques :

$\Delta H = C \cdot \Delta \theta = \pi r^2 h \mu \cdot c \cdot \Delta \theta$

Elévation de température : $\Delta \theta = \frac{Mv^2}{2\pi r^2 h \mu c} = 158 K = 158^\circ C$

→ Attention au dimensionnement des disques !!!

Exo 16 : Compression isotherme d'un gaz de VDW

1. Pression initiale : $P_1 = \frac{RT_0}{V_{m1} - b} - \frac{a}{V_{m1}^2} = 10^5 Pa = 1 bar$

Pression finale : $P_2 = \frac{RT_0}{V_{m2} - b} - \frac{a}{V_{m2}^2} = 2.10^5 Pa = 2 bar$

2. Travail : $W = -\int P_{ext} dV = -\int PdV = -\int \left(\frac{nRT_0}{V-nb} - \frac{n^2 a}{V^2} \right) dV$

On intègre : $W = -\left[nRT_0 \ln(V-nb) + \frac{n^2 a}{V} \right]_{V_1}^{V_2}$

Ainsi : $W = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_2-nb}{V_1-nb}\right) + n^2 a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = 1727 J$

Et $Q = \Delta U - W = \Delta\left(-\frac{a}{V_m}\right) - W = nRT_0 \ln\left(\frac{V_2-nb}{V_1-nb}\right) = -1737 J$

Exercice 17 : Température d'un conducteur ohmique

1. Dimension : [a] = T⁻¹ (en secondes, car C en J.K⁻¹)

2. Bilan énergétique : (Premier principe à P constant)

$dH_R = \delta Q_p + \delta Q_{P_{joule}} = -aC(T-T_0) dt + RI^2 dt = CdT$

Ainsi : $\frac{dT}{dt} + aT = \frac{RI^2}{C} + aT_0$

3. Constante de temps $\tau = 1/a$ et $T_\infty = T_0 + \frac{RI^2}{aC}$

Exercice 18 : Chauffage d'un bâtiment

1. Premier principe sur le bâtiment à P constante :

$dH_{total} = \delta Q_{P_{chauff}} + \delta Q_{P_{fuite}} = -aC(T-T_0) dt = CdT$

Ainsi : $\frac{dT}{dt} + aT = aT_0 \Rightarrow T = T_0 + (T_1 - T_0) e^{-at}$

2. Après 3h, on aura $T_2 = T_0 + (T_1 - T_0) e^{-a \Delta t} = 273 K$

3. Nouveau bilan : $dH_{total} = P dt - aC(T-T_0) dt = CdT$

Ainsi : $\frac{dT}{dt} + aT = aT_0 + \frac{P}{C} \Rightarrow T_\infty = T_0 + \frac{P}{aC} = 298 K$

4. Durée au bout de laquelle le bâtiment aura retrouvé sa température initiale T₁ : On a $T = T_0 + \frac{P}{aC} + \lambda e^{-at}$

CI : $T(t=0) = T_2 = T_0 + \frac{P}{aC} + \lambda \Rightarrow \lambda = T_2 - T_\infty$

Et $T = T_\infty + (T_2 - T_\infty) e^{-at} \Rightarrow \Delta t' = \frac{1}{a} \cdot \ln\left(\frac{T_\infty - T_2}{T_\infty - T_1}\right) = 5h$

Méthodes de mesure de gamma γ

Exercice 12 : Mesure de γ – Méthode de Rüchhard

1. Forces :
- Poids : $\vec{P} = mg \cdot \vec{e}_z$
 - Réactions s'annulent : $\vec{R} = \int d\vec{R} = \vec{0}$
 - Pression extérieure : $\vec{F}_{P_{ext}} = -P_0 S \cdot \vec{e}_z$
 - Pression intérieure : $\vec{F}_{P_{int}} = +PS \cdot \vec{e}_z$

FPD : $m\ddot{z} = mg + [P_0 - P(z)]S$

A l'équilibre : PFS $P_{eq} = P(z_{eq}) = P_0 + \frac{mg}{S}$

2. Loi de Laplace pour un GP en transfo adiabatique réversible : $PV^\gamma = cstte$

Forme différentielle : on différencie le ln (plus simple car sépare les variables)

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

3. Les variations sont faibles : $P \approx P_0$ et $V \approx V_0$, et $dV = -Sdz$.

Ainsi : $\frac{dP}{P_0} = \gamma \frac{Sdz}{V_0}$ et $P = P_0 \gamma \frac{S}{V_0} z + cstte$

Et : $P(z=0) = P_0 = cstte \Rightarrow P - P_0 = \frac{P_0 \gamma S}{V_0} \cdot z$

4. Eq diff : $\ddot{z} + \frac{P_0 \gamma S^2}{m V_0} \cdot z = g \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{P_0 \gamma S^2}{m V_0}}$

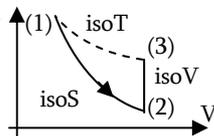
Equilibre $z_{eq} = \frac{mgV_0}{P_0 \gamma S^2} = \frac{g}{\omega_0^2} \Rightarrow \ddot{z} + \omega_0^2 (z - z_{eq}) = 0$

Période propre : $\theta_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{S} \sqrt{\frac{mV_0}{\gamma P_0}}$

On en déduit le coefficient $\gamma = 4\pi^2 \frac{mV_0}{P_0 S^2 \theta_0^2} = 1,3$

Exercice 13 : Méthode de Clément et Désormes

1. (1)→(2) : Adiabatique réversible, (2)→(3) : isochore
Et les états (1) et (3) appartiennent à la même isotherme T_0 .



2. Loi de Laplace pour un GP en transfo adiabatique réversible : $T^\gamma P^{1-\gamma} = cstte$

Forme différentielle : on différencie le ln (plus simple car sépare les variables)

$$\gamma \frac{dT}{T} + (1-\gamma) \frac{dP}{P} = 0$$

Les variations étant faibles, $P \approx P_0$ et $V \approx V_0$ et on peut

intégrer : $\gamma \frac{\Delta T}{T_0} + (1-\gamma) \frac{\Delta P}{P_0} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta T_2}{T_0} = -\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \frac{\Delta P_1}{P_0}$

3. On a $\begin{cases} (2) & P_0 V_0 = nRT_2 = nR(T_0 + \Delta T_2) \\ (3) & (P_0 + \Delta P_3) V_0 = nRT_0 \end{cases}$

On divise : $1 + \frac{\Delta P_3}{P_0} = \frac{T_0}{T_0 + \Delta T_2} = \frac{1}{1 + \Delta T_2/T_0} \approx 1 - \frac{\Delta T_2}{T_0}$

(avec un DL, $\Delta T_2 \ll T_0 \Rightarrow \Delta T_2/T_0 \ll 1$)

D'où : $\frac{\Delta T_2}{T_0} = -\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \frac{\Delta P_1}{P_0} \approx -\frac{\Delta P_3}{P_0}$ Et $\gamma = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_3}$

Puisque la tension est proportionnelle à la pression, on

obtient directement $\gamma = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_3} = \frac{3,5}{3,5 - 0,9} = 1,35$

4. Formule de Reech : $\gamma = \frac{\chi_T}{\chi_Q}$ avec $\chi_T = \frac{-1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ le coef

de compressibilité isotherme et $\chi_Q = \frac{-1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{Q=0}$ le coef

de compressibilité adiabatique réversible. Ainsi :

$$\gamma = \frac{\chi_T}{\chi_Q} = \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{Q=0}} = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{Q=0}}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} = \frac{\text{pente}_{adiabatique}}{\text{pente}_{isotherme}}$$

On calcule ce rapport de pente au point commun (1), de manière approchée : (méthode beaucoup plus rapide...)

$$\gamma = \frac{\chi_T}{\chi_Q} = \frac{P_0 - (P_0 + \Delta P_1)}{(P_0 + \Delta P_3) - (P_0 + \Delta P_1)} = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_3}$$

Second principe

Exercice 21 : Contact thermique de deux solides

1. Bilan d'enthalpie à P constant : (calorimètre négligeable)

$$\Delta H_{total} = \Delta H_1 + \Delta H_2 = Q_{ex} = C_1 \Delta T_1 + C_2 \Delta T_2$$

Et : $T_{eq} = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$

2. Identité thermodynamique : $dS = \frac{dU}{T} + \frac{p dV}{T} = \frac{CdT}{T}$

(Car solide incompressible/indéformable et $C \approx C_v \approx C_p$)

Donne $\Delta S = C_1 \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_1}\right) + C_2 \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_2}\right)$

3. Si $C_1 = C_2 = C$, alors $\Delta S = C \ln\left(\frac{T_{eq}^2}{T_1 T_2}\right) > 0 \rightarrow$ Irréversible.

Exercice 22 : Contact d'un gaz avec un thermostat

Pour un GP, on a : $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

Donc ici $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = -1,18 J.K^{-1}$

Echangée : $S_e = \frac{Q_{ech}}{T_{ext}} = \frac{C_v \Delta T}{T_0} = \frac{nR}{\gamma-1} \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) = -1,23 J.K^{-1}$

Et créée : $S_c = \Delta S - S_e = 0,05 J.K^{-1} \rightarrow$ Irréversible

Exercice 23 : Calorimétrie solide + eau

1. Bilan d'enthalpie...

$$T_f \approx \frac{m_1 c_{verre} T_1 + (m_2 c_{eau} + C) T_2}{m_1 c_{verre} + m_2 c_{eau} + C} \approx 297,2 K \quad (24,2^\circ C)$$

2. Phase condensée : $dS = \frac{dU}{T} + \frac{p dV}{T} = \frac{CdT}{T}$

$$\Delta S_{verre} \approx m_1 c_{verre} \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) = -7,5 J.K^{-1}$$

De même : $\Delta S_{eau+cal} \approx (m_2 c_{eau} + C) \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) = 8,1 J.K^{-1}$

Ensemble isolé, donc : $\Delta S_{totale} = S^{créée} = \Delta S_{eau+cal} + \Delta S_{verre}$

$$\Delta S_{totale} = (m_2 c_{eau} + C) \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) + m_1 c_{verre} \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) = 0,6 J.K^{-1}$$

Exercice 24 : Effet Joule et création d'entropie

1. 1^{er} principe en régime permanent, donc H est constante, la température est constante :

$$dH = 0 = \delta Q^{ech} + \delta Q^{Joule} = \delta Q^{ech} + RI^2 dt = 0$$

2. Bilan de S : $dS = 0 = \delta S^{ech} + \delta S^{créée} = \frac{\delta Q^{ech}}{T_0} + \delta S^{créée} = 0$

Ainsi : La production d'entropie $\delta S^{créée} = \frac{RI^2}{T_0} dt > 0$

Exercice 25 : Transformation isotherme d'un GP

1. Equilibre mécanique final : $P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}$

2. Transfo isotherme : $\Delta U = W + Q = 0$, donc $Q = -W$,

Et le travail $\delta W = -P_{ext} dV = -P dV = -nRT_0 \frac{dV}{V}$,

car il y a à tout instant équilibre mécanique avec l'extérieur

(transfo méca réversible) : $W = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = nRT_0 \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)$

3. Entropies : $\Delta S = S^{ech} + S^{créée} = \frac{Q_{ech}}{T_{ext}} + S^{créée} = \frac{Q_{ech}}{T_0} + S^{créée}$

Avec l'identité thermo : $dS = \frac{dU}{T_0} + \frac{PdV}{T_0} = \frac{PdV}{T_0} = \frac{nRdV}{V}$

Et ainsi, on a bien $\Delta S = nR \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = -nR \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) = \frac{Q}{T_0}$

\rightarrow TRANSFO REVERSIBLE car $S^{créée} = \Delta S - S^{ech} = 0$

4. Si la transformation est brutale : MONOBARE $P = \text{cste} = P_1$

Alors $W = -P_1 \Delta V = -P_1 (V_1 - V_0) = W = nRT_0 \left(\frac{P_1}{P_0} - 1\right)$

U est encore constante (car ne dépend que de T, identique à l'EI et l'EF), donc $Q = -W$.

5. Entropie : S = fonction d'état \rightarrow Ne dépend pas de la transformation envisagée, on a donc la même variation

$\Delta S = -nR \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)$ mais on n'a plus la réversibilité.

On vérifie : $S^{ech} = \frac{Q}{T_0} = nR \left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)$
 $S^{créée} = \Delta S - S^{ech} = nR \left[\ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right) - \left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right) \right] > 0$

\rightarrow Création d'entropie : Tracer pour voir l'écart à la réversible...

Exercice 26 : Chauffage « plus ou moins réversible »

1. Entropie créée $S_c = \Delta S - S_e = C \ln\left(\frac{\theta_f}{\theta_0}\right) - \frac{C \Delta \theta}{\theta_f} = 68,2 J.K^{-1}$

2. $S_c = S_{c1} + S_{c2} = \left(C \ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right) - C \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_1} \right) + \left(C \ln\left(\frac{\theta_f}{\theta_1}\right) - C \frac{\theta_f - \theta_1}{\theta_f} \right)$

D'où $S_c = 35,2 J.K^{-1} \rightarrow$ Plus proche de la réversibilité

3. Pour garder la réversibilité, il faudrait avoir équilibre thermique à tout instant avec l'extérieur, donc un thermostat dont T évoluerait en même temps que la température du système...

Exercice 27 : Bilan entropique

1. $\Delta S = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = 0,083 J.K^{-1}$

2. Et $S^{ech} = \frac{Q}{T_1} = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\frac{T_1 - T_0}{T_1}\right) = 0,079 J.K^{-1}$
 $S^{créée} = \Delta S - S^{ech} = \frac{nR}{(\gamma-1)} \left[\ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - \frac{\Delta T}{T_1} \right] = 0,004 J.K^{-1} > 0$

Exercice 28 : Détente de Joule – Gay Lussac

1. Système (gaz + vide) thermiquement isolé et de volume constant : $\Delta U = W + Q = 0 \rightarrow$ isoénergétique

2. Variation d'entropie : $\Delta S = \frac{Q}{T_{ext}} + S^{crée} = S^{crée}$

3. Le gaz est supposé parfait et monoatomique.

3.a) Energie molaire $U_m = \frac{3}{2}RT$, $\Rightarrow C_{vm} = \left(\frac{\partial U_m}{\partial T}\right)_V = \frac{3}{2}R$

3.b) 1^{ère} loi de Joule valable pour GP : U ne dépend que de T

3.c) T finale = T initiale, car pas de changement d'énergie

3.d) Entropie : (à partir de l'identité thermodynamique)

$$\Delta S = C_v \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \cdot \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = nR \cdot \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = nR \cdot \ln 2 = 5,7 J \cdot K^{-1} > 0$$

\rightarrow Entropie maximale (état le plus stable) si le volume est maximal, donc le gaz va occuper TOUT le volume
 \rightarrow L'entropie augmente : Conforme au 2nd Principe

4. Avec le Gaz de VDW

4.a) 1^{ère} loi de Joule ? NON, car ne dépend pas que de T.

Termes : $\rightarrow U = nC_{vm}T =$ agitation thermique habituelle

$\rightarrow -\frac{n^2 a}{V}$: correspond à la pression moléculaire, donc à

l'interaction à distance entre les molécules. Il s'agit de l'énergie potentielle d'interaction (V diminue, E augmente, plus d'interaction)

$\rightarrow U_0$: L'énergie est toujours définie à une constante additive près.

4.b) Coef de Joule – Gay Lussac :

Puisque $T = \frac{1}{nC_{vm}} \left(U + \frac{n^2 a}{V} - U_0 \right)$

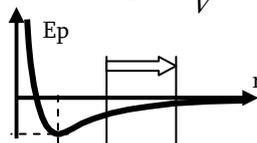
Alors $\mu_{GL_VDW} = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U = \frac{-na}{C_{vm} V^2} < 0$

Et on retrouve bien $\mu_{GL_GP} = 0$

Sens physique : permet d'évaluer la variation de température du gaz qui subit la détente isoénergétique. On constate que le coef est négatif \rightarrow le gaz se refroidit.

En fait, T diminue pour compenser la perte d'énergie d'interaction due à la détente $U = nC_{vm}T - \frac{n^2 a}{V} + U_0$

(puisque U est constant et V augmente...)



4.c) A U constante (toujours le cas) :

$$dT = \frac{-na \cdot dV}{C_{vm} V^2} \text{ et } \Delta T = \frac{na}{C_{vm}} \left(\frac{1}{V_1 + V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = \frac{-na}{2C_{vm} V_1}$$

D'où $a = -\frac{2C_{vm} V_1}{n} \Delta T$. AN : $a = 0,134 J \cdot m^3 \cdot mol^{-2}$

4.d) Variation d'entropie ΔS_{VDW} : avec l'identité thermo

$$\begin{cases} dS = nC_{vm} \frac{dT}{T} + \frac{1}{T} \left(P + \frac{n^2 a}{V^2} \right) dV \\ U = nC_{vm} dT + \frac{n^2 a}{V^2} dV \end{cases}$$

D'où (avec l'eq de VDW) :

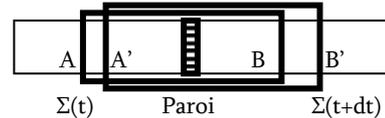
$$dS = nC_{vm} \frac{dT}{T} + \frac{R \cdot dV}{(V_m - b)} = nC_{vm} \frac{dT}{T} + \frac{nR \cdot d(V - nb)}{(V - nb)}$$

$$\Delta S = nC_{vm} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + nR \cdot \ln\left(\frac{V_1 + V_2 - nb}{V_1 - nb}\right) \frac{d(V - nb)}{(V - nb)}$$

Exo 29 : Détente de Joule - Thompson (ou Kelvin)

1. $\Delta U = W + Q = P_1 V_{AA'} - P_2 V_{BB'}$,

$$\Delta H = \Delta(U + PV) = \Delta U + P_2 V_{BB'} - P_1 V_{AA'} = 0$$



2. Détente : Adiabatique / Irréversible (frottements qui ralentissent le gaz dans l'étranglement) / Isenthalpique

3. Le gaz supposé parfait et monoatomique.

3.a) $U = \frac{3}{2}nRT$, $H = U + PV = \frac{5}{2}nRT$, $C_{pm} = \left(\frac{\partial H_m}{\partial T}\right)_P = \frac{5}{2}R$

3.b) 2^{de} loi de Joule : H ne dépend que de T : $dH = C_p dT$, ce qui nous donne tout simplement $\Delta T = 0$.

Travail des forces pressantes : On a aussi $\Delta U = 0$ (car U ne dépend que T également),

Donc : $\Delta U = W_p = P_1 V_{AA'} - P_2 V_{BB'} = 0$.

\rightarrow Travail de transvasement est aussi nul ds cette détente.

3.c) Identité thermodynamique : $dS = \frac{dH}{T} - \frac{VdP}{T} = \frac{nR \cdot dP}{P}$.

Ainsi $\Delta S_{GP} = -nR \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = +nR \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) > 0$

\rightarrow Création d'entropie \rightarrow COMPRESSION de Joule-Thomson impossible car diminution d'entropie...

4. Puisque $dH = 0$, on peut écrire d'après l'identité thermo ...

$$dH_m = \delta Q^{rev} + V_m dP = C_{pm} dT + (k_m + V_m) dP$$

Et $\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = \frac{-(k_m + V_m)}{C_{pm}}$

Si $\mu_{JT} > 0$, alors T est une fonction croissante de P, la détente s'accompagne d'un refroidissement du gaz

Si $\mu_{JT} < 0$, alors T est une fonction décroissante de P, la détente s'accompagne d'un échauffement du gaz

$$\begin{cases} C_{pm} = \left(\frac{\partial H_m}{\partial T}\right)_P = \frac{5}{2}R + \frac{2ap}{RT^2} > 0 \\ k_m + V_m = \left(\frac{\partial H_m}{\partial P}\right)_T = b - \frac{2a}{RT} \\ \mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = \frac{1}{C_{pm}} \left(\frac{2a}{RT} - b \right) \quad \mu_{JT} = 0 \Leftrightarrow T_i = \frac{2a}{Rb} \end{cases}$$

Annulation de μ_{JT} : $N_2 / 799,8K$, $H_2 / 224K$, $He / 34,9K$, proche des valeurs expérimentales \rightarrow Modèle VDW assez proche

Pour refroidir un gaz avec cette détente (seulement pour un gaz), il faut déjà l'amener en dessous de sa température d'inversion. On ne pourra pas refroidir directement l'hélium. On va commencer par refroidir l'air ambiant pour obtenir du diazote liquide à 77K, qui va refroidir par contact le H_2 que l'on pourra ensuite détendre pour atteindre 20K et refroidir le He par contact, que l'on détendra jusqu'à 4K.