TD 22 : 2ème principe. Bilans d'entropie
Corrigé

EXERCICE 1 (voir cours)

EXERCICE 2

① On détermine ΔS en utilisant $\Delta S = \frac{nR}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + nR\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$.

Ici $V_1 = V_2$ donc $\boxed{\Delta S = \frac{nR}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$ ⚠ ne surtout pas remplacer n par 1...

A.N. $\Delta S = \frac{1\times 8{,}31}{5/3-1}\ln\left(\frac{273}{300}\right) \Rightarrow \underline{\Delta S = -1{,}18\,J.K^{-1}}$

Rq : $\Delta S < 0$ mais ce n'est pas grave, seule $S_{créée}$ doit TOUJOURS être ≥ 0.
$\Delta S \geq 0$ seulement pour les systèmes isolés.

② $S_{ech} = \int \frac{\delta Q}{T_S}$ or thermostat donc $\forall t$, $T_S = T_2$.

donc $S_{ech} = \frac{\int \delta Q}{T_2} = \frac{Q}{T_2}$

or 1er ppe $\underbrace{\Delta U}_{C_V\Delta T\ (\forall \text{ la transfo car GP})} + \underbrace{\Delta E_{c\,macro}}_{=0} = \underbrace{W}_{=0 \text{ car } V_1=V_2} + Q \Rightarrow C_V\Delta T = Q$

donc $S_{ech} = C_V\frac{T_2-T_1}{T_2} = \boxed{\frac{nR}{\gamma-1}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right) = S_{ech}}$

$-0{,}098901$

A.N. $S_{ech} = \frac{1\times 8{,}31}{5/3-1}\left(1-\frac{300}{273}\right) \Rightarrow \underline{S_{ech} = -1{,}23\,J.K^{-1}}$

③ On en déduit $S_{créée} = \Delta S - S_{ech}$

$\Rightarrow \boxed{S_{créée} = \frac{nR}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{nR}{\gamma-1}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right)}$

A.N. $\underline{S_{créée} = 0{,}05\,J.K^{-1}} > 0 \Rightarrow$ la transfo est irréversible
$(5{,}77.10^{-2}\,J.K^{-1})$

EXERCICE 3

1. Bilan d'enthalpie à pression cste, $\Delta H_{tot} = 0$

$\Rightarrow C_1(T_{EQ}-T_1) + C_2(T_{eq}-T_2) = 0$

$\Rightarrow \boxed{T_{eq} = \frac{C_1T_1 + C_2T_2}{C_1+C_2}}$

2. $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$ par extensivité de l'entropie.

$\Rightarrow \boxed{\Delta S = C_1\ln\left(\frac{T_{eq}}{T_1}\right) + C_2\ln\left(\frac{T_{eq}}{T_2}\right)}$

3. Calorimètre $\Rightarrow Q = 0 \Rightarrow S_{ech} = 0$. Donc $S_{créée} = \Delta S$.

$$S_{créée} = \Delta S = C \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_1}\right) + C \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_2}\right) \quad \text{avec } T_{eq} = \frac{C(T_1+T_2)}{2C} = \frac{T_1+T_2}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{créée} = C \ln\left(\frac{T_{eq}^2}{T_1 T_2}\right)} \quad \text{homogène.}$$

or $T_{eq}^2 = \frac{1}{4}(T_1^2 + 2T_1T_2 + T_2^2)$

$$\Rightarrow \frac{T_{eq}^2}{T_1T_2} = \frac{1}{4}\left(\frac{T_1}{T_2} + 2 + \frac{T_2}{T_1}\right) \underset{(A.N.)}{>} 1 \Rightarrow S_{créée} > 0 \Rightarrow \underline{\text{irréversible}}.$$

EXERCICE 4

1. Premier principe $\Delta U + \Delta E_{c\,macro} = W + Q$

$$\Rightarrow \Delta U = W_{electrique} + W_{pression} + \underset{=0}{Q}$$ (car parois calorifugées du calorimètre)

$$\Rightarrow \underbrace{\Delta U - W_{pression}}_{\Delta H} = \underbrace{W_{electrique}}_{U \times I \times \tau}$$

donc $m\, c_{eau} (T_f - T_i) = RI^2\tau$

$$\Rightarrow \boxed{T_f = T_i + \frac{RI^2\tau}{m\, c_{eau}}} \quad \text{(homogène)}$$

2. $S_{créée} = \Delta S - S_{ech} = \Delta S$ car $S_{ech} = \int \frac{\delta Q}{T_S} = 0$ car $Q = 0$.

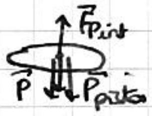
or $\Delta S = m c_{eau} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$

donc $$\boxed{S_{créée} = m c_{eau} \ln\left(1 + \frac{RI^2\tau}{m c_{eau} T_i}\right)} \quad \text{(homogène)}$$

$S_{créée} > 0 \Rightarrow$ la transformation est irréversible (cause : effet Joule).

EXERCICE 5

1. Système : {piston} Ref : TG. BDF : $\vec{P}$, $\vec{F}_{Pext}$, $\vec{F}_{Pint}$, $\vec{P}_{piston}$ (négligeable devant P.)



à l'équilibre mécanique, (à l'état final) $0 = Mg + P_0S - P_1S$ (car masse piston $\simeq 0$)

$$\Rightarrow \boxed{P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}}$$

2. Transfo isotherme $\rightarrow \boxed{\Delta U_1 = 0}$ (première loi de Joule)

$W = -\int P_{ext}\, dV$ or $\forall t$, équilibre méca donc $P_{ext} = P$.

$$\Rightarrow W = -\int p\,dV = -\int \frac{nRT}{V} dV = -nRT_0 \int \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow W_1 = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) \Rightarrow W_1 = -nRT_0 \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right)$$

$\Rightarrow \quad \boxed{W_1 = + nRT_0 \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)}$ $\quad P_1 > P_0 \Rightarrow$ Le système reçoit de l'énergie es forme de travail, logique

1er ppe, $\underbrace{\Delta U_1 + \Delta E_{c1}}_{=0} = W_1 + Q_1 \quad \Rightarrow \quad W_1 = -Q_1$

$$\Rightarrow \quad \boxed{Q_1 = -nRT_0 \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)}$$

3. $\Delta S = \underbrace{\frac{nR}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)}_{=0\,(\text{car isotherme})} + nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nR\ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = nR\ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta S_1 = -nR\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)}$$

$S_{ech} = \int \frac{\delta Q}{T_S} = \frac{Q_1}{T}$ avec $T = T_0 = $ cste

$$\Rightarrow \quad S_{ech} = \frac{Q_1}{T_0} = -\frac{nRT_0}{T_0}\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) = -nR\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)$$

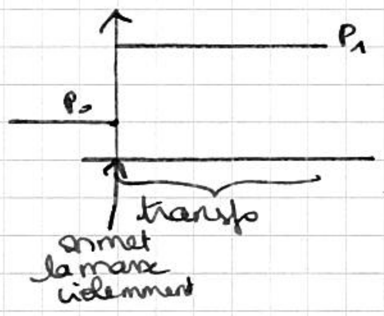
$$\Rightarrow \quad S_{ech} = -nR\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)$$

donc $\boxed{S_{créée} = \Delta S_1 - S_{ech} = 0}$!

$\Rightarrow$ La compression rendue quasi-statique est réversible.

⚠ Ce n'est pas parce qu'une transfo est rendue quasi-statique qu'elle est forcément réversible ⚠ (Il faut en plus $P_{int} = P_{ext}$ et $T_{int} = T_{ext}$) → voir exercice 6).

4. La transfo n'est plus isotherme mais est monobare :



$\boxed{\Delta U_2 = 0}$ encore car $T_i = T_f = T_0$ et $\Delta U_2 = \Delta U_2(T)$

$\Rightarrow$ 1er ppe $\quad W_2 = -Q_2$

or $\quad W_2 = -\int P_{ext}\, dV = -P_1(V_1 - V_0)$

$$\Rightarrow \quad W_2 = -P_1V_1 + P_1V_0 = -nRT_0 + \frac{nRT_0}{P_0}P_1$$

$$\Rightarrow \quad W_2 = -nRT_0\left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)$$

$\Rightarrow \quad \boxed{W_2 = + nRT_0\left(\frac{P_1}{P_0} - 1\right)} > 0$ → logique (et homogène)

on en déduit $\quad \boxed{Q_2 = -nRT_0\left(\frac{P_1}{P_0} - 1\right)}$

5. $\Delta S_2 = \Delta S_1$ car ΔS ne dépend pas du chemin suivi (car S fonction d'état).

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta S_2 = -nR\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)}$$

De plus $\quad S_{ech_2} = \int \frac{\delta Q_2}{T_S}$ ← temp. du thermostat $\quad = \frac{Q_2}{T_0}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{S_{ech_2} = -nR\left(\frac{P_1}{P_0} - 1\right)}$$

et donc

$$S_{créée_2} = \Delta S_2 - S_{ech_2} = -nR\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) + nR\left(\frac{P_1}{P_0} - 1\right)$$

soit $\quad \boxed{S_{créée} = nR\left(\frac{P_1}{P_0} - 1 - \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)\right)} > 0 \ \forall P_1$. → la transfo est irréversible

Remarque : $\quad S_{créée} = nR\left(1 + \frac{Mg}{P_0 S} - 1 - \ln\left(1 + \frac{Mg}{P_0 S}\right)\right)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{S_{créée} = nR\left(\frac{Mg}{P_0 S} - \ln\left(1 + \frac{Mg}{P_0 S}\right)\right)}$$

Si $\frac{Mg}{S} \ll p_0$ alors $\quad S_{créée} = nR \times \left(\frac{Mg}{P_0 S}\right)^2 > 0$ (Mais Scréée était aussi > 0 même sans le DL).

6. facteur d'irréversibilité : DISCONTINUITÉ de P à la surface du système.

EXERCICE 6

1. Système {gaz + vide + parois}
1er ppe :

$$\underbrace{\Delta U}_{} + \underbrace{\Delta E_c}_{=0} = \underbrace{W}_{=0 \text{ car } V = cste} + \underbrace{Q}_{=0 \text{ car parois calorifugées}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta U = 0},$$

or GP ⇒ $U_m = U_m(T)$. Syst. fermé ⇒ $U = U(T)$
et donc
$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \boxed{T_f = T_i}$

2. ① $\Delta S = \underbrace{\frac{nR}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)}_{=0} + nR\ln\left(\frac{V_1}{V_i}\right) \Rightarrow \Delta S = nR\ln(2)$

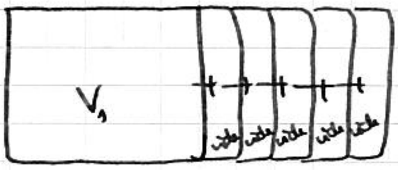
② $S_{ech} = \int \frac{\delta Q}{T_S} = 0$ car $Q = 0$ (parois adiabatiques)

③ $\Rightarrow \quad \boxed{S_{créée} = nR\ln(2)} > 0$.

⇒ la détente de JGL est irréversible.

3. On rend la détente de JGL quasi-statique.

a.



b. $\Delta S_k = S_{k+1} - S_k = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_{k+1}}{T_k}\right) + nR \ln\left(\frac{V_{k+1}}{V_k}\right)$

or $\forall k$, $T_k = T_{k+1}$ d'après le 1er ppe et la 1ère loi de Joule (m̂ raisonnement qu'à la qu. 1).

$$\Rightarrow \quad \Delta S_k = nR \ln\left(\frac{V_{k+1}}{V_k}\right)$$

or $\underline{\underline{\forall k}}$ $\quad V_{k+1} = V_k + \frac{V_1}{N}$ $\quad$ donc $\boxed{\Delta S_k = nR \ln\left(1 + \frac{V_1}{V_k N}\right)}$ $\quad (1)$

or $\quad V_k = V_1 + k\frac{V_1}{N} = V_1\left(1 + \frac{k}{N}\right) \Rightarrow \Delta S_k = nR \ln\left(1 + \frac{V_1}{N V_1 \left(1 + \frac{k}{N}\right)}\right)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta S_k = nR \ln\left(1 + \frac{1}{N+k}\right)}$$

c. $\quad (1) \Rightarrow \quad \Delta S_k = nR \ln\left(1 + \frac{V_1}{V_k N}\right)$

or V_k est de l'ordre de grandeur de V_1 $\underline{\underline{\underline{\forall k}}}$.

donc $\forall k$, $\quad \Delta S_k \simeq nR \ln\left(1 + \frac{1}{N}\right)$

et donc, comme $N \to \infty$, $\frac{1}{N} \to 0$ et

$\forall k$, $\quad \boxed{\Delta S_k \simeq \frac{nR}{N}}$

d. Par extensivité de l'entropie $\Delta S_{TOT} = \sum_{k=1}^{N} \Delta S_k = \sum_{k=1}^{N} \frac{nR}{N}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta S_{TOT} \simeq nR}$$

e. $\quad \Delta S = \underset{}{S_{créée}} + \underbrace{S_{ech}}_{=0 \text{ car parois calorifugées}}$ $\quad$ (2ème ppe)

donc

$$\boxed{S_{créée} = \Delta S \simeq nR} > 0.$$

$\rightarrow$ m̂ quasi statique, <u>tout est irréversible</u> !

f. Cause : Discontinuité de P $\underline{\text{et}}$ T à chaque ouverture de robinet...

NB : calcul exact de ΔS_{TOT} en quasi statique :

On a : $dS_k = nR\ln\left(\frac{V_{k+1}}{V_k}\right) = nR\ln\left(1+\frac{V_{k+1}-V_k}{V_k}\right)$

$$= nR\ln(1+\varepsilon)$$
$$\simeq nR\varepsilon$$
$$= nR\,\frac{V_{k+1}-V_k}{V_k}$$

donc $\Delta S_{TOT} = \sum_{k=1}^{N} nR\,\frac{V_{k+1}-V_k}{V_k} \xrightarrow[N\to\infty]{} nR\int\frac{dV}{V}$

avec $dV = V_{k+1}-V_k$
$V = V_k$.

et donc $\Delta S_{TOT} \xrightarrow[N\to\infty]{} nR\int_{V_1}^{2V_1}\frac{dV}{V} \Rightarrow \Delta S_{TOT} = nR\ln(2)$.

m̄ en quasi-statique $\underbrace{\Delta S_{TOT}}_{=S_{créée}} > 0$ ... !

EXERCICE 7 (ENAC 2017)

$$(V_i, T_i, P_i) \xrightarrow[GP]{\text{adiab. rev.}} (V_1, T_1, \underset{P_i(1+x)}{\underbrace{P_1}}) \xrightarrow[GP]{\text{isobare.}} (V_f, \underset{T_i}{\underbrace{T_f}}, \underset{P_1 = P_i(1+x)}{\underbrace{P_f}})$$

1. 1) adiab + rev + GP $\Rightarrow$ Laplace $P_i V_i^\gamma = P_1 V_1^\gamma$

Soit $V_1^\gamma = \frac{P_i}{P_1} V_i^\gamma \Rightarrow V_1 = \left(\frac{P_i}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_i = \left(\frac{P_i}{P_i(1+x)}\right)^{1/\gamma} V_i$

donc

$$\boxed{V_1 = (1+x)^{-1/\gamma} V_i}$$

De plus, GP $\Rightarrow$ $P_1 V_1 = nRT_1$ $\quad P_i V_i = nRT_i \quad P_f V_f = nRT_f$

or $T_i = T_f$ donc $P_i V_i = P_f V_f$

De plus, $P_f \underset{\text{isobare}}{=} P_1 = P_i(1+x)$ donc $P_i V_i = P_i(1+x) V_f$

donc $\boxed{V_f = \frac{V_i}{1+x}}$

2. 1) adiab + rev + GP $\Rightarrow$ Laplace $T_i V_i^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$

$\Rightarrow T_1 = T_i \left(\frac{V_i}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_i \left(\frac{V_i}{V_i (1+x)^{-1/\gamma}}\right)^{\gamma-1} = T_i \left(\frac{1}{(1+x)^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)$

donc $\boxed{T_i (1+x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$

3. $T_f = T_i$ or d'après la première loi de Joule $U_m = U_m(T)$
donc

$$\boxed{\Delta U = 0}$$

4. $\Delta S = \underbrace{\frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)}_{=0 \text{ car } T_f = T_i} + \underbrace{nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}_{= nR\ln\left(\frac{1}{1+x}\right)}$

d'après qu. 1.

donc

$$\boxed{\Delta S = -nR\ln(1+x)}$$

5. Transfo 1 "adiabatique" $\Rightarrow$ $\boxed{Q_1 = 0}$

1er ppe $\Delta U_1 = W_1 + Q_1 = W_1$ or $\Delta U_1 = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_i)$

donc $W_1 = \frac{nR}{\gamma-1} T_i \left(\frac{T_1}{T_i} - 1\right) = \frac{nR}{\gamma-1} T_i \left((1+x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$

donc

$$\boxed{W_1 = \frac{nR}{\gamma-1} T_i \left((1+x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}$$

6. $\Delta U_2 = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_1)$ or $T_f = T_i$ donc $\Delta U_2 = -\Delta U_1 = -W_1$

$$\boxed{\Delta U_2 = -W_1}$$

(se retrouvait en écrivant $\Delta U_{tot} = 0$ car $T_f = T_i$.

EXERCICE 10 (ENAC 2008)

1. $1 \to 2$ adiab + rev + GP $\Rightarrow$ Laplace $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

donc $T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} T_1 \Rightarrow T_2 = \left(\frac{V_M}{V_m}\right)^{\gamma-1} T_m \Rightarrow \boxed{T_2 = \beta^{\gamma-1} T_m}$

A.N. $T_2 = (17)^{1,4-1} \times 293 \Rightarrow \underline{T_2 = 910 K}$

De plus $P_1 V_1 = nRT_1$ et $P_2 V_2 = nRT_2$ donc $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$.

donc

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{V_1}{V_2} = P_1 \underbrace{\beta^{\gamma-1}}_{\text{d'après début de la question}} \times \beta \Rightarrow \boxed{P_2 = \beta^{\gamma} P_m}$$

(Se retrouvait avec $PV^{\gamma} = cste$)

donc A.N. $P_2 = 17^{1,4} \times 1 \Rightarrow \underline{P_2 = 53\text{ bar}}$

2. $2 \to 3$ est isochore. $V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = V_3 = \frac{nRT_3}{P_3}$

donc $\boxed{T_3 = \frac{T_2 P_3}{P_2} = \frac{T_2 P_M}{P_2}}$

A.N. $\underline{T_3 = \frac{910 \times 60}{53} \simeq 1{,}03 \cdot 10^3 K}$ (1030K)

3. $4 \to 5$ adiab + rev + GP $\Rightarrow$ Laplace $T_5 V_5^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$

donc $T_5 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_5}\right)^{\gamma-1}$ or $T_4 = T_M$ et $V_5 = V_M$.

expression de V_4 ? $3 \to 4$ isobare donc $P_3 = \frac{nRT_3}{V_3} = P_4 = \frac{nRT_4}{V_4}$

donc $V_4 = \frac{T_4}{T_3} V_3 = \frac{T_M}{T_3} \times V_m$

donc $T_5 = T_M \left(\frac{T_M}{T_3} \times \frac{V_m}{V_M}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{T_5 = T_M \left(\frac{T_M}{T_3} \times \frac{1}{\beta}\right)^{\gamma-1}}$

A.N. $\underline{T_5 = 882 K}$

4. $5 \to 1$ isochore donc 1er ppe $Q_f = \Delta U_{5\to1}$

donc $Q_f = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_5) \Rightarrow \boxed{Q_f = \frac{mR}{M(\gamma-1)}(T_m - T_5)}$

A.N. $Q_f = \frac{1 \times 8{,}31}{29 \cdot 10^{-3} \times (1{,}4-1)} \times (293 - 882) \Rightarrow \underline{Q_f = -422 kJ}$

$\to$ au cours de $5 \to 1$, le gaz FOURNIT de l'énergie sous forme de chaleur.

5. $\Delta U_{cycle} = 0 = W_{cycle} + Q_{cycle}$ donc $W = -\underbrace{Q_{1\to2}}_{=0} - Q_{2\to3} - Q_{3\to4} - \underbrace{Q_{4\to5}}_{\substack{=0 \\ \text{(adiab)}}} - \underbrace{Q_{5\to1}}_{Q_f}$

si on détermine $Q_{2\to3}$ et $Q_{3\to4}$ la question est finie. (adiab)

$2 \to 3$ isochore $\to Q_{2\to3} = \Delta U_{2\to3} = \frac{mR}{M(\gamma-1)}(T_3 - T_2)$

$3 \to 4$ isobare mec rev $\to Q_{3\to4} = \Delta H_{3\to4} = \frac{\gamma mR}{M(\gamma-1)}(T_4 - T_3)$

Donc $W = \frac{mR}{M(\gamma-1)}(T_2 - T_3) + \frac{\gamma mR}{M(\gamma-1)}(T_3 - T_4) + \frac{mR}{(\gamma-1)n}(T_5 - T_m)$

$\Rightarrow$ $$\boxed{W = \frac{mR}{M(\gamma-1)}\left(T_2 - T_3 + \gamma(T_3 - T_M) + T_5 - T_m\right)}$$

$\Rightarrow$ $\underline{W = -710 \text{ kJ}}$

↳ logique car c'est un moteur → le gaz FOURNIT de l'energie sous forme de travail.

↳ confirmé par le sens du cycle (horaire → moteur).