Lycée Jean Perrin

Filière PCSI

Samedi 10 mai 2025

DEVOIR SURVEILLÉ DE PHYSIQUE N°7

Thermodynamique

Durée de l'épreuve : 2 heures.

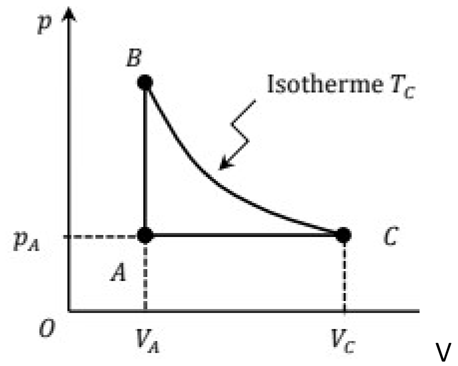
L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous semblent pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

PROBLÈME 1 – Étude d'un cycle dans le diagramme de Watt

Un gaz, supposé parfait, macroscopiquement au repos, contenant n moles d'entités chimiques inertes, suit le cycle de transformations réversibles suivantes :
A → B : une compression isochore de volumes VA
B → C : une détente isotherme à la température $T_B = T_C$
C → A : une compression isobare à la pression $p_C = p_A$



On désigne par T_A la température de l'état A et par V_C le volume de l'état C. On introduit les écarts de températures $\Delta T = T_C - T_A$ et de volumes $\Delta V = V_C - V_A$. On note R la constante des gaz parfaits, C_V la capacité thermique à volume constant du gaz et C_P, sa capacité thermique à pression constante.

Q1 Quelle est la variation d'énergie interne ΔU du gaz lors de la transformation A → B ?

Q2 . Quel est le travail W_{BC} (algébriquement) reçu par le gaz lors de la transformation B → C en fonction de T_C , V_A et V_C et d'autres variables si necessaire.

Q3 Exprimer le travail précédent en fonction seulement de p_A, V_A, T_A, ΔT et ΔV

Q4 . Que vaut le transfert thermique (ou chaleur) Q_{BC} (algébriquement) reçu par le gaz lors de B → C ?

Q5 Exprimer le transfert thermique (ou chaleur) Q_{CA} ainsi que le travail W_{CA} reçus (algébriquement) par le gaz lors de la transformation C → A en fonction de ΔT et d'autres variables si necessaire.

Q6 En écrivant le bilan d'énergie interne sur le cycle de transformations, en déduire le lien entre C_P et C_V , p_A , ΔT et ΔV (ne faire apparaître aucune autre variable)

PROBLÈME 2– Étude d'un canon d'artillerie

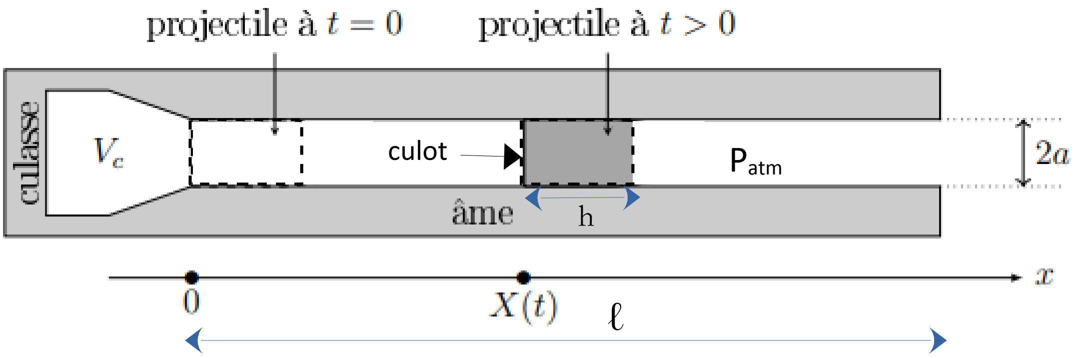
L'objectif de cet exercice est d'étudier un canon d'artillerie comme le GIAT mK F3 (image ci-contre)

Données de la modélisation
Ce canon, modélisé sur la figure 1 contient un projectile , assimilé à un cylindre de masse M= 40 kg et de rayon légèrement inférieure au rayon de l'âme du canon a =77,5 mm.
Le canon lui possède une longueur ℓ =5m supposée très grande devant la longueur h du projectile.

L'arrière du projectile (le culot) est disposé en X(0)=0 à t= 0 . Le projectile est immobile à $t=0^-$

Entre le culot et la culasse à l'arrière du canon se trouve la chambre de combustion de volume V_c =10 L dans laquelle on place de la poudre.
Cette poudre est mise combustion. **Elle se transforme en un gaz des produits de combustion à t=0⁺ (on suppose cette étape instantanée). La quantité de matière du gaz est n = 100 mol.**

- À $t=0^+$ s la combustion a portée le gaz dans la chambre de combustion dans un état initial à la température initial T_i = 3000K et à la pression P_i très élevée ce qui va mettre en mouvement le projectile.



- Pendant le mouvement du projectile, les gaz qui le propulsent occupe donc en arrière de celui-ci un volume $V(t)=V_c+\pi a^2 X(t)$ où X(t) est l'abscisse du culot du projectile de masse M à t ,

$S= \pi a^2$ est l'aire de la section du projectile

- Dans l'état final , l'arrière du projectile est au bout du canon.

<u>**Hypothèses toujours valables**</u>

-On néglige toute fuite de ces gaz vers l'extérieur,la quantité de matière des gaz à l'arrière du projectile reste donc constante égale à n = 100 mol pendant toute la propulsion.
- On suppose que la pression à l'avant du projectile est toujours P_{atm}
- On néglige aussi les forces de pesanteur devant la forces pressantes, et donc aussila réaction du support
- On néglige les frottements

Partie 1 : Étude avec le modèle du gaz parfait

On suppose dans cette partie que le gaz se comporte comme un gaz parfait

Q1 Déterminer pression initiale P_i qui règne à l'intérieur de la chambre de combustion à t=0. Comparer à la pression atmosphérique.

On note W_{ptot} le travail total des forces pressantes qui s'exercent sur le projectile (**à l'avant et sur le culot)**

Q2 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que la vitesse du projectile en sortie du canon est donnée par $v=\sqrt{2\frac{W_{ptot}}{M}}$

On suppose que $W_{ptot} = W_{pc} + W_{pa}$
avec W_{pc} le travail des forces pressantes qui s'exercent sur le culot du projectile
W_{pa} le travail des forces pressantes qui s'exercent sur l'avant du projectile

Q3 Exprimer la force pressante $\vec{F}_{p,a}$ de l'air à l'avant du projectile sur ce dernier en fonction de P_{atm} et de la section $S=\pi a^2$ du projectile et d'un vecteur unitaire $\vec{e}_x$ (attention au sens)

Q4 Exprimer **puis calculer** le travail des forces pressantes W_{pa} en fonction de P_{atm} , a , ℓ (on négligera h devant ℓ donc $\ell - h \approx \ell$). Commenter le signe de W_{pa}

Pour déterminer W_{pc} on va étudiée le système { gaz entre le culot et la culasse} entre l'instant t=0 et l'instant t_f où le projectile quitte le canon

On note W_{gaz} le travail des forces pressantes qui s'exercent sur ce système

Par principe d'action réaction on peut montrer que $W_{gaz} = - W_{pc}$

W_{gaz} dépend de la nature de la transformation

Dans un premier temps on va supposer que la transformation est mécaniquement réversible et isotherme et à la température T_i :

Q5 Établir l'expression de W_{gaz} (isotherme) en fonction de n , T_i , V_c , a et ℓ

L'application numérique donne W_{gaz} (isotherme)= - 5,85 MJ

Dans toute la suite du problème on supposera que W_{pa} est négligeable devant W_{pc} on aura alors

$$v = \sqrt{-2\frac{W_{gaz}}{M}}$$

Q6 Calculer alors la vitesse en sortie du canon v pour une transformation isotherme.

On suppose maintenant que la transformation n'est plus isotherme mais plutôt adiabatique réversible.

Q7 Montrer alors quelle est aussi isentropique à l'aide du deuxième principe.

Q8 Exprimer la température finale atteinte T_F (lorsque le projectile quitte le canon) en fonction des variables V_c , T_i , a , ℓ et $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

On suppose pour la question suivante la variation de l'énergie cinétique macroscopique du gaz est nulle au cours de la transformation (il reste immobile dans le canon à t_f)

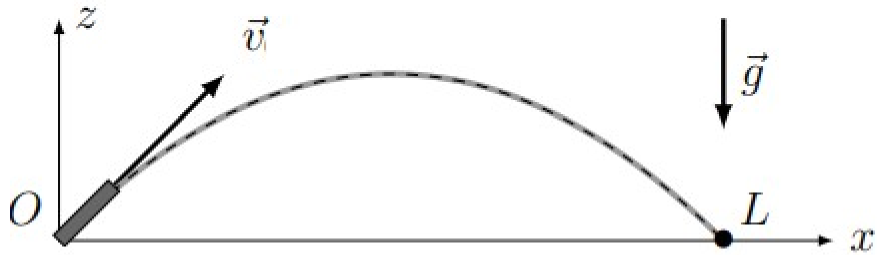
Q9 En utilisant le premier principe de la thermodynamique, Exprimer W_{gaz} en fonction de C_V , T_F et T_i .

Q10 Rappeler le lien entre C_V , n, R et γ

Q11 En déduire l'expression W_{gaz} (isentropique) lors de la transformation en fonction de n,R , V_c , T_i , a , ℓ et $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

Q12 Ici le gaz n'est pas monoatomique ni diatomique, on prendra $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1{,}25$ .Calculer alors la vitesse v du projectile pour une transformation isentropique.

On place le canon en O comme sur la figure ci-dessous. À la sortie du canon on considère seulement l'action de la pesanteur sur le canon. On note v la vitesse initiale



Q13 On note L la portée du canon. Sachant que la portée maximale est obtenue pour un angle α =45° avec l'horizontale , exprimer la portée maximale en fonction de v

Q14 Calculer la portée à partir de v calculée à la question 12 (ou celle calculée à la question Q6 si vous n'avez pas réussi la question Q12), Commenter.

Partie 2 : Étude avec le modèle du gaz de Joule

À cause de la pression élevée dans le canon, le gaz contenu dans la chambre ne peut pas être pas modélisée par un gaz parfait. Mais par un gaz de Joule et pas par un gaz parfait

le gaz vérifie la première loi de Joule : $U_m(T)$: énergie interne molaire dépendant uniquement de T

L'entropie molaire a pour expression $S_m(T,V_m)=S_{m_0}+R\ln\left(T^{\frac{1}{(\gamma-1)}}*(V_m-b)\right)$

où :

- S_{m_0} est une constante,
- R est la constante des gaz parfaits R=8,314 SI
- b > 0 et γ > 1 sont des constantes caractéristiques du gaz.

On note la pression P, l'énergie interne molaire U_m , l'entropie molaire S_m et V_m le volume molaire).

Pour une transformation quelconque d'un tel gaz on a $dU_m=T\,dS_m-P\,dV_m$

On imagine maintenant une transformation isobare et isotherme. l'énergie interne molaire ne varie pas et on a alors $\frac{dS_m}{dV_m}=\frac{P}{T}$

Q15 en dérivant S_m par rapport à V_m , montrer que $\frac{P}{T}=\frac{R}{(V_m-b)}$

Q16 On note n le nombre de moles de gaz, quel est le lien entre le volume molaire V_m le volume V et n ?

Q17 Donner alors l'expression de P en fonction de n ,V , b et T pour le gaz de Joule.

Q18 À quelle condition sur b ce modèle d'écrit il un gaz parfait? Comme b >0 , la vraie pression initiale sera plus grande ou plus faible que celle calculée à la question 1 ?

L'hypothèse d'une transformation isentropique étant peu réaliste on considère ici , toujours dans le modèle de gaz de Joule, une évolution intérieurement réversible telle que le transfert thermique Q reçu par le gaz n'est pas nul mais donné par Q= k W_{gaz} W_{gaz} étant le travail des forces de pression reçu par le gaz

Q19 Quel est, à votre avis le signe de k ?

On peut montrer qu'on a alors $P(\frac{V}{n}-b)^{q}=cste$ lors de la transformation.

avec $q=(\gamma-1)(k-1)-1$

Q20 Utiliser la formule précédente pour exprimer P(t) en fonction de P_i ,V_c , n , b ,a , X(t) et q **.** Établir ensuite l'expression de la force de poussée $\vec{F}_{pc}(t)$ exercée sur le culot en fonction de P_i , V_c , n , b ,a , X(t) et q

Q21 Cette force est-elle conservative ? Justifier

Q22Toute démarche même non aboutie sera prise en compte pour la question suivante

À l'aide du théorème de l'énergie mécanique et en ne considérant que $\vec{F}_{pc}(t)$ dans le bilan des forces, montrer que la vitesse à la sortie du canon à pour expression $v=V_{\infty}\sqrt{1-\left(\frac{X_0}{l+X_0}\right)^{q-1}}$

et exprimer X_0 en fonction de a, V_c ,b et n ainsi que V∞ en fonction de M, q,n, R et de la température T_i à t=0