TD26 – INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

On donne pour tout le TD : $\mu_0=4\pi 10^{-7}$H.m^{-1}.

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

1 Définir le flux magnétique Φ associé au champ magnétique $\vec{B}$ traversant une surface S à l'aide d'une intégrale double. Simplifier l'expression de Φ lorsque $\vec{B}$ est uniforme.

2 Enoncer la loi de Faraday.

3 Enoncer la loi de Lenz.

4 On considère un rail de Laplace sans générateur mais comprenant une résistance R, sur lequel est posée une tige que l'on tire avec une force $\vec{f}=f\,\vec{e}_x$. L'ensemble est placé dans un champ magnétique $\vec{B}=B_0\vec{e}_y$.
- a Etablir l'équation électrique.
- b Etablir l'équation mécanique.
- c Déterminer les expressions de la vitesse v(t) de la barre et de l'intensité du courant induit i(t).
- d Réaliser un bilan de puissance.

5 Expliquer le principe du freinage par induction.

6 On étudie le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique.
- a Donner un dispositif permettant de modéliser un haut-parleur électrodynamique.
- b Etablir l'équation électrique.
- c Etablir l'équation mécanique.
- d Réaliser un bilan de puissance.

7 Dans une machine à courant continu, donner l'expression du couple total des forces de Laplace, ainsi que l'expression de la force électromotrice de la machine.

8 Expliquer l'existence d'un flux propre pour un circuit parcouru par un courant d'intensité i(t).

9 Définir l'inductance propre en utilisant la notion de flux propre.

10 Etablir l'expression de l'inductance d'une bobine, en fonction de μ_0, N le nombre de spires, S la surface de la bobine et D sa longueur.

11 Etablir l'expression de la f.é.m induite par auto-induction pour un circuit parcouru par i(t).

12 Expliquer le phénomène d'induction mutuelle. Définir l'inductance mutuelle de deux circuits en interaction.

13 Etablir l'expression de l'inductance mutuelle entre deux bobines, la première étant alimentée avec i_1, la deuxième étant non alimentée et placée à l'intérieur de la première bobine.

14 Dessiner le schéma électrique équivalent de deux bobines en interaction, en convention récepteur puis en convention générateur.

15 On considère un circuit C_1 alimenté par un GBF imposant $E_1(t)=E_1\cos(\omega t)$, composé d'une résistance R_1 et d'une bobine d'inductance propre L_1. On place juste à côté de ce circuit un circuit C_2 non alimenté, comportant une résistance R_2 et une bobine d'inductance propre L_2.
- a Etablir un système de deux équations couplées d'inconnues i_1 et i_2, les intensités parcourant chacun des deux circuits.
- b En utilisant la notation complexe, montrer que la présence de C_2 proche de C_1 est équivalente à l'ajout dans C_1 d'un dipôle dont on donnera l'expression de l'impédance $\underline{Z}$.

16 A quoi sert un transformateur de tension ? Schématiser un transformateur et en expliquer le principe sans calcul. A quoi sert la carcasse ferromagnétique ?

17 Établir la loi des tensions pour un transformateur.

Exercice 2 : Analyse dimensionnelle

Retrouver par une méthode au choix la dimension :

1 d'un champ magnétique ;

2 d'un flux magnétique ;

3 de la constante fondamentale μ_0 ;

4 d'une inductance propre et d'une inductance mutuelle ;

5 d'une force électromotrice.

Exercice 3 : Rail de Laplace

On considère un rail de Laplace alimenté par un générateur de f.é.m. E constante et comprenant une résistance R, sur lequel est posée une tige. L'ensemble est placé dans un champ magnétique $\vec{B}=B_0\vec{e}_y$.

1 Etablir l'équation électrique.
2 Etablir l'équation mécanique.
3 Etablir l'expression de la vitesse de la barre, et de l'intensité du courant dans le circuit. Commenter l'allure des expressions obtenues.
4 Réaliser un bilan de puissance. Commenter.

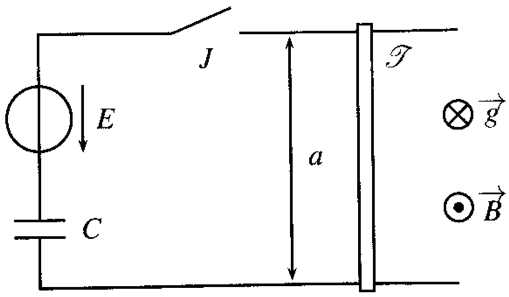
Exercice 4 : Etude énergétique de deux bobines en interaction

On considère un circuit C_1 alimenté par un GBF imposant $E_1(t)=E_1\cos(\omega t)$, composé d'une résistance R_1 et d'une bobine d'inductance propre L_1. On place juste à côté de ce circuit un circuit C_2 non alimenté, comportant une résistance R_2 et une bobine d'inductance propre L_2.

1 Etablir un système de deux équations couplées d'inconnues i_1 et i_2, les intensités parcourant chacun des deux circuits.
2 Montrer que la puissance délivrée par le GBF est convertie en puissance magnétique et en puissance dissipée par effet Joule. Donner l'expression de la puissance magnétique en fonction de L_1, L_2, i_1, i_2 et M.

Exercice 5* : Rail de Laplace avec condensateur

Une tige conductrice glisse sur deux rails horizontaux distants de a. Elle ferme électriquement un circuit comprenant un interrupteur J, un condensateur de capacité C et un générateur de f.é.m. constante E. La tige a une résistance électrique R et une masse m. A t=0, on ferme l'interrupteur J.



1 Etablir l'équation électrique.
2 Etablir l'équation mécanique.
3 Donner l'équation différentielle vérifiée par i(t).
4 En déduire que i(t) est de la forme :

$$i(t)=i_0\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$$

Donner les expressions de i_0 et de τ.
5 Déterminer l'expression de la vitesse v(t). En déduire que la tige atteint une vitesse limite, et exprimer cette vitesse en fonction des données du problème.
6 Exprimer l'énergie $\mathcal{E}_G$ fournie par le générateur entre l'instant initial (t=0) et final ($t\to\infty$) en fonction de E, τ et R.
7 Donner l'expression de la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$.
8 Exprimer l'énergie $\mathcal{E}_C$ emmagasinée par le condensateur entre l'instant initial (t=0) et final ($t\to\infty$) en fonction de E, τ, R et C.
9 Exprimer l'énergie $\mathcal{E}_J$ dissipée par effet Joule entre l'instant initial (t=0) et final ($t\to\infty$) en fonction de E, τ et R.
10 Exprimer le travail des forces de Laplace W entre l'instant initial (t=0) et final ($t\to\infty$) en fonction de E, τ et R.
11 Quelle relation existe-t-il entre $\mathcal{E}_G$, $\mathcal{E}_C$, $\mathcal{E}_J$, et W ? Interpréter.

Exercice 6* : Extrait de concours – CCP physique 2 MP 2009

On considère deux solénoïdes Σ_1 et Σ_2 coaxiaux, d'axe Oz, de même longueur $L = 20\,\text{cm}$, de rayons $r_1 = 10\,\text{cm}$ et $r_2 = 5\,\text{cm}$ et comportant respectivement $N_1 = 700$ et $N_2 = 500$ spires jointives, enroulées dans le même sens (voir Figure 1).
Dans toute la suite on négligera les effets de bord ; on considèrera donc les solénoïdes comme très longs. Ces deux bobines ont pour résistance respectivement R_1 et $R_2 = 50\,\Omega$. On pourra introduire les nombres de spires par unité de longueur $n_i = \dfrac{N_i}{L}$.

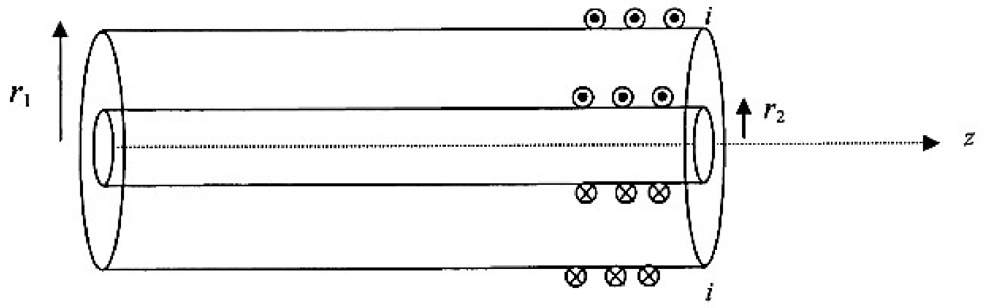


Figure 1. Vue en coupe longitudinale

1) Le solénoïde Σ_1 est parcouru par un courant d'intensité i, Σ_2 étant en circuit ouvert.

a. Exprimer le champ magnétique $\boldsymbol{B_1}$ créé dans tout l'espace.

b. En déduire que le coefficient d'inductance L_1 de Σ_1 vaut $\mu_0 \dfrac{N_1^2}{L} \pi r_1^2$; donner l'expression de L_2, l'inductance de Σ_2 et calculer sa valeur numérique.

c. Définir le coefficient de mutuelle inductance M entre les deux solénoïdes. Montrer que $M = \mu_0 \dfrac{N_1 N_2}{L} \pi r_2^2$.

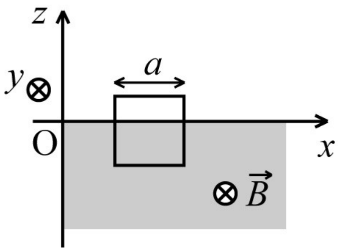
2) Le solénoïde Σ_1 est alimenté par un générateur idéal de courant électromoteur $i_0(t) = I_0 \cos(\omega t)$ avec $I_0 = 1\text{A}$; les deux extrémités du solénoïde Σ_2 sont reliées par un fil sans résistance.

a. Déterminer l'amplitude complexe du courant $i_2(t)$ circulant dans Σ_2 en fonction de M, L_2 et R_2. La mettre sous la forme $\underline{i_2} = \dfrac{Kj\dfrac{\omega}{\omega_c} i_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$. On donnera l'expression de K en fonction de N_1 et N_2 et celle de ω_c en fonction de R_2 et L_2.

b. En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{B_2}$ du champ magnétique total à l'intérieur du solénoïde Σ_2.
Montrer que ce champ tend vers 0 à haute fréquence. Commenter ce résultat.

c. Application numérique ; calculer ω_c ainsi que les amplitudes de $i_2(t)$ et de $\boldsymbol{B_2}$ pour une fréquence de 11 kHz. Calculer le rapport des amplitudes $\dfrac{B_2}{B_1}$.

Exercice 7* : Freinage par induction d'une spire carrée



Une spire plate carrée de côté a se déplace dans un plan vertical (O, x, z) selon un mouvement de translation rectiligne vertical à la vitesse $\vec v = \dot z\,\vec e_z$.

Le côté inférieur (horizontal) est à la cote $z_i = z$, le côté supérieur (horizontal) à la cote $z_s = z + a$. Un champ magnétique uniforme $\vec B = B_0\,\vec e_y$ (horizontal et perpendiculaire au plan de la spire) règne dans le demi-espace $z < 0$.

On note l'accélération de la pesanteur. On néglige le champ magnétique propre créé par la spire $\vec g = -g\,\vec e_z$ devant $\vec B$.

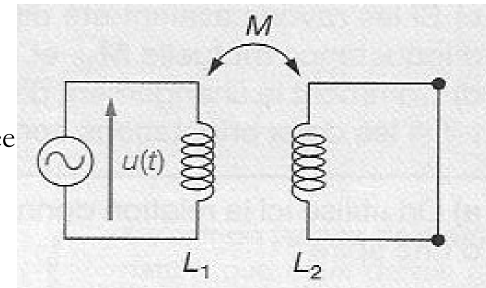
1. Déterminer, en précisant l'orientation choisie, la force électromotrice d'induction créée dans la spire en fonction de $\dot z$ lorsque $-a \le z \le 0$.

La spire est formée d'un fil de masse linéique μ (masse par unité de longueur en kg.m^{-1}) et de résistance linéique λ (en Ω.m^{-1}). Elle est lâchée sans vitesse initiale de la cote ($z_i = 0$, $z_s = a$). On pose $\tau = \frac{16\lambda\mu}{B_0^2}$. On s'intéresse au mouvement de la spire pour $-a \le z \le 0$.

2. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit $\dot z(t)$. La résoudre et exprimer la vitesse limite.

3. Calculer la vitesse limite et τ avec $\mu = 25$ g.m^{-1} , $\lambda = 2{,}5$ mΩ. m^{-1} et $B_0 = 1$ T

Exercice8 : Couplage par inductance mutuelle



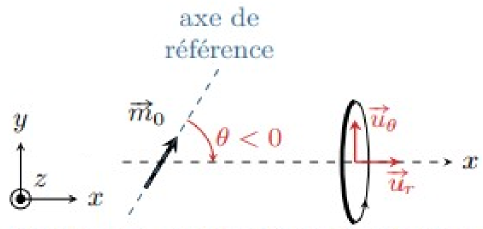
Les deux circuits ci-contre, non résistifs ($R_1 = R_2 = 0$), sont couplés par M. La bobine L_2 est en court-circuit, tandis que la bobine L_1 est branchée aux bornes d'un générateur qui impose une tension variable $u(t) = U_m\cos(\omega t)$.

1. Écrire le système d'équations différentielles régissant l'évolution des intensités i_1 et i_2.

2. Éliminer de ce système l'intensité i_2, de manière à faire apparaître la relation entre u(t) et i_1(t). Quel comportement a le circuit couplé vu depuis le générateur ? (On introduira une inductance équivalente $L_{éq}$).

3. Reprendre la mise en équation à l'aide de l'écriture complexe et retrouver la même conclusion.

Exercice 9 : Principe de fonctionnement d'un générateur synchrone (Oral Banque CCPINP)



Un aimant de moment magnétique $\vec m_0$ est placé dans le plan (Oxy). Un système mécanique le met en rotation à vitesse angulaire ω constante autour de l'axe (Oz). Une spire circulaire de rayon a et de résistance R est placée sur l'axe (Ox) à distance $x \gg a$.

Donnée : en coordonnées polaires d'axe colinéaire à $\vec m$, un moment magnétique $\vec m$ placé à l'origine crée en un point M quelconque un champ magnétique

$$\vec B(M) = \frac{\mu_0\, m}{4\pi\, r^3}\,(2\cos\theta\,\vec u_r + \sin\theta\,\vec u_\theta)$$

1 - Déterminer l'intensité i du courant induit dans la spire. En déduire la puissance électrique qu'elle reçoit.

2 - Exprimer le couple magnétique subi par l'aimant

3 - Quel puissance le système mécanique doit-il fournir à l'aimant pour maintenir la vitesse constante ? Conclure : en quoi a-t-on modélisé un générateur électrique rudimentaire ?

Exercice 10 : Lévitation magnétique

Au Palais de la Découverte, à Paris, une expérience présentée aux visiteurs consiste à faire léviter un plateau métallique en aluminium au-dessus d'une bobine d'une centaine de spires parcourue par un courant alternatif.

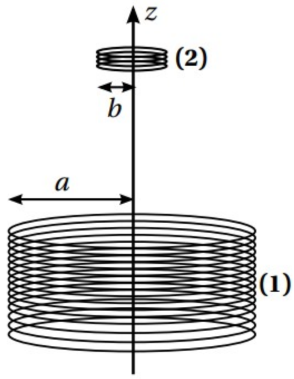


Figure 2 – Lévitation magnétique.

Pour comprendre simplement ce phénomène, considérons un long bobinage, noté (1), de n spires par unité de longueur, d'axe (Oz) et de rayon a. Il est parcouru par un courant alternatif $i1(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Une bobine circulaire de N spires et de rayon $b \ll a$, notée (2), est placée au-dessus de (1), à une distance z sur l'axe.

On se place dans l'ARQS magnétique. Le champ $\vec{B}$ créé par le bobinage (1) au centre de la spire (2) s'écrit :

$$\vec{B}(r=0,z,t) = \mu_0 n i_1(t)(1-\cos\alpha)\vec{u}_z \qquad \text{avec} \qquad \tan\alpha = \frac{a}{z}$$

Q1. Justifier la direction du champ par analyse des symétries de la distribution.

Q2 - En supposant que la composante B_z du champ est uniforme sur la section de la bobine (2) et prend partout la même valeur qu'en r=0, déterminer le coefficient d'induction mutuelle M entre les deux bobines.

Q3- La bobine (2) présente une résistance R et une inductance propre L. Montrer qu'il y apparaît un courant

$i_2(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$, pour lequel on déterminera l'amplitude I_m et $\cos\varphi$.

- Le champ $\vec{B}$ créé par la bobine (1) a également une composante radiale en $B_r(r=b,z,t) = \dfrac{\mu_0 n i_1(t) b}{2a}\sin^3\alpha$ tout point hors de l'axe Oz

Q4 - Calculer la force de Laplace qui s'exerce sur la spire (2), puis sa moyenne temporelle. L'exprimer en fonction notamment de I_m, I_0 et $\cos\varphi$.

Q5 - Justifier que la spire atteint une position d'équilibre, qu'il n'est pas demandé de déterminer. Étudier sa stabilité.

Q6 - Expliquer qualitativement comment le modèle à deux bobines permet d'expliquer la lévitation du plateau d'aluminium visible au Palais de la découverte. De quoi les spires de la bobine (2) seraient-elles l'analogue ?

Exercice 11 : Chauffage par induction

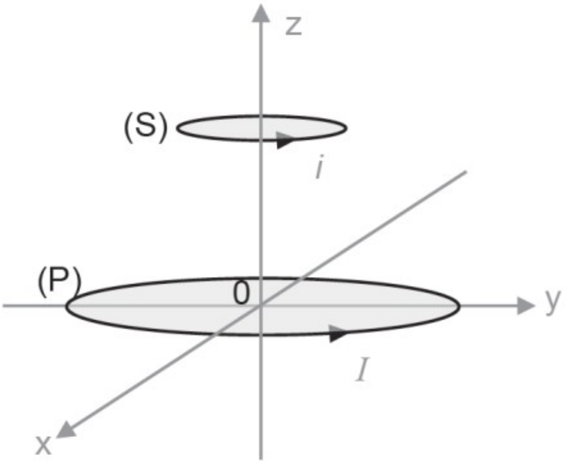


Figure 4 - Représentation de la bobine (P) et de la spire (S)

Une plaque à induction comporte une bobine (P) de rayon r_1 permettant de créer un champ magnétique. La bobine (P) est parcourue par un courant sinusoïdal d'intensité $I(t)=I_0\cos(\omega t)$ et de fréquence $f=60\,kHz$. On modélise la casserole métallique posée sur la plaque par une spire (S) circulaire de rayon $r_2<r_1$. Elle est parcourue par un courant d'intensité $i(t)$. Les sens des courants sont arbitrairement ceux mentionnés sur la **figure 4**.

On considère les hypothèses simplificatrices suivantes :

-la casserole posée sur la plaque à induction est à une distance z_0 de la bobine ;

-le champ magnétique auquel est soumis la casserole est uniforme et son expression est donnée par : $\vec{B}=B_0\cos(\omega t)\vec{u_z}$ où B_0 est une constante ;

-la spire (S) a une résistance électrique R et son inductance propre est négligée.

Q1 Déterminer l'expression du flux Φ du champ magnétique qui traverse la spire (S).

Q2 En déduire l'expression de la force électromotrice induite e apparaissant dans la spire (S).

Q3Déterminer l'expression du courant induit $i(t)$ dans la bobine et puissance instantanée $P(t)$ dissipée par effet Joule dans (S).

Q4 En utilisant les résultats des questions précédentes, montrer que la puissance moyenne P_{moy} dissipée par effet Joule dans la spire (S) est égale à : $P_{moy}=\dfrac{(\omega B_0 \pi r_2)^2}{2R}$

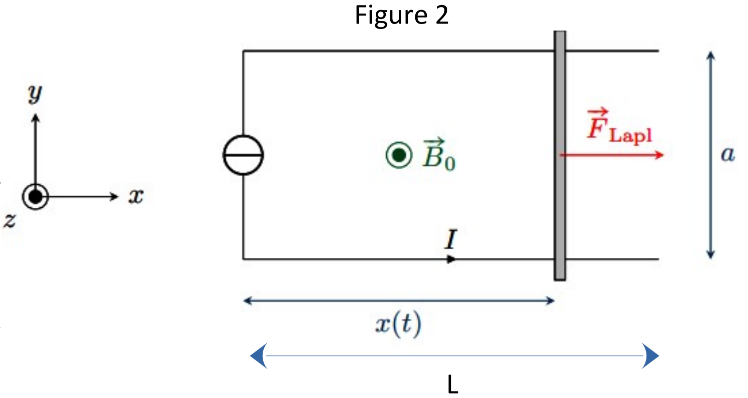
Q5 Par quel phénomène physique l'énergie thermique transmise au fond de la casserole par effet Joule est-elle transmise au contenu de la casserole ?

Exercice 12 (résolution de problème) : Le rail Gun

Le canon électrique, connu aussi sous le nom anglais de rail gun, est une arme à projectile accéléré par une force électromagnétique.

Le dispositif, schématisé dans le principe figure 2, revient à établir une différence de potentiel électrique entre deux rails parallèles conducteurs, longs de L= 3 m et séparés de a=10 cm, et à insérer entre eux un projectile de 500 g, conducteur également, pouvant glisser ou rouler dessus. La source peut délivrer un courant de 10^6 A.

Figure 2



Hypothèses

- Le champ susceptible de mettre en mouvement le projectile est le champ créé par le circuit lui même. Pour faire simple, on néglige les phénomènes d'induction : on considère que le courant est constamment égal au courant maximal que la source peut délivrer.

- Le champ créé par chaque rail peut être modélisé par celui d'un fil infini, parcouru par un courant d'intensité I $\vec{B}(r)=\mu_0\dfrac{I}{2\pi r}\vec{e_\theta}$

- on supposera que le champ crée par chaque rail est uniforme sur le barreau

Question : à l'aide du théorème de l'énergie cinétique, Montrer que l'on peut accélérer la masse jusqu'à une vitesse supersonique sans utiliser de champ extérieur

Version difficile : On ne suppose plus que le champ est uniforme au milieu des rails , refaire le calcul de la vitesse atteinte