

CHAP26 Induction électromagnétique

I Lois de l'induction

I.1) Loi de Faraday

a) Flux d'un champ magnétique

Le flux magnétique correspond à la "quantité de champ magnétique" traversant l'intérieur d'une surface Σ délimitée par un contour orienté

Par définition
$$\Phi_B = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Par définition: $\Phi_B \nearrow$ si $\|\vec{B}\| \nearrow$ et si $S \nearrow$ (S aire de la surface Σ)

Si $\vec{B}$ est uniforme sur Σ surface plane

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

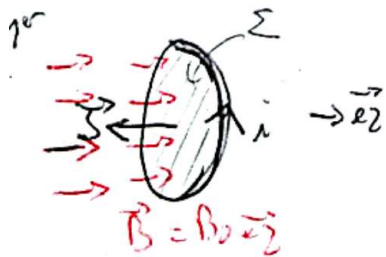
B uniforme et surface plane

Unité:

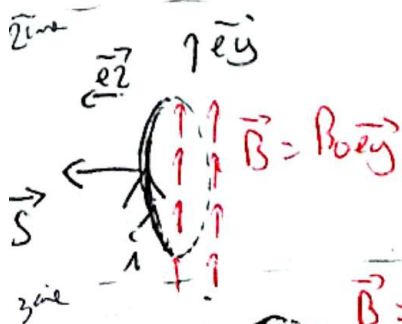
Φ_B s'exprime en Weber de symbole Wb

$\vec{S}$ et $d\vec{S}$ sont orientées avec la règle de la main droite (sens de $\vec{B}$ selon index $\Rightarrow$ sens de $\vec{S}$ selon pouce)

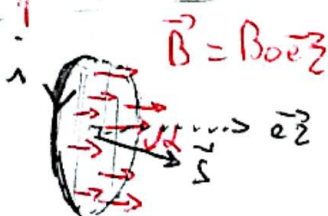
exemples dans le cas uniforme:



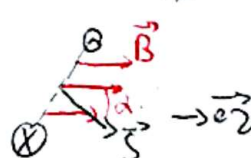
$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B_0 \vec{e}_z \cdot S(-\vec{e}_z) = -B_0 S$$



$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = 0 \quad \text{flux nul}$$

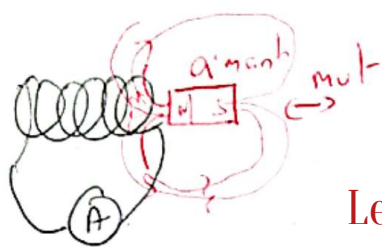


vu du dessus



$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B_0 \vec{e}_z \cdot \vec{S} = B_0 S \cos \alpha \quad (1)$$

b) Lien entre flux et f.e.m induite
force électromotrice



observations Expé

courant présent seulement si aimant en mouvement

Le courant est lié à une tension qui apparaît
cette tension est appelée force électromotrice induite noté e

e est causée par la variation temporelle de Φ_B

Loi de Faraday ♥

une variation de Φ_B entraîne un courant induit i égale à celui que produirait un générateur de f.e.m. :

f.e.m. induite
(lié au courant)

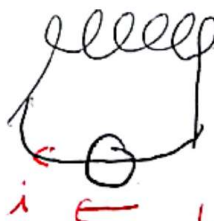
$$e = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

flux de B (lié au champ)

dérivée temporelle (lié au mouvement)



(=)



Rmq : soit le circuit est en mouvement dans un champ stationnaire,

soit le circuit est fixe dans un champ non stationnaire

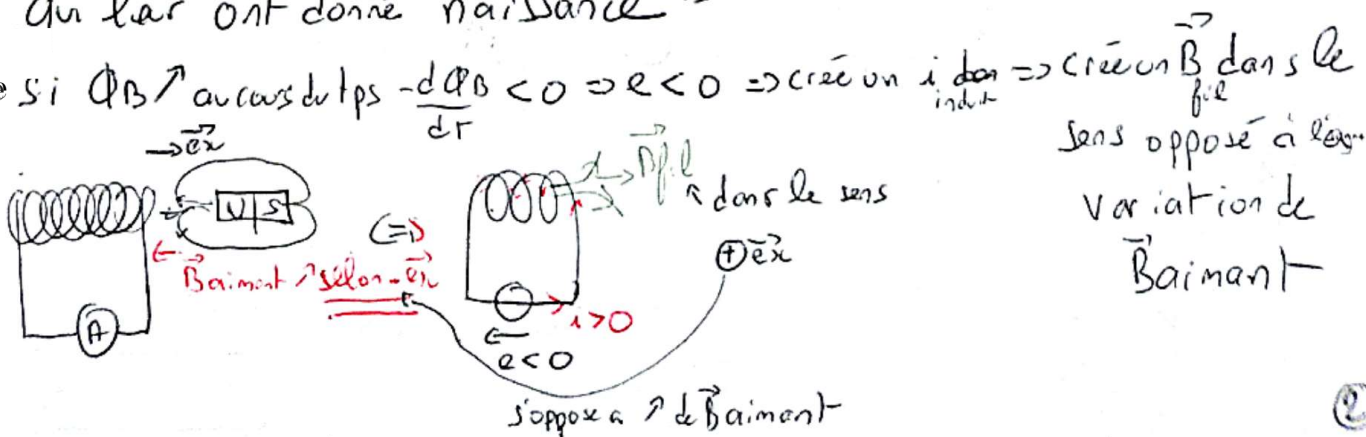
$$e = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

I.2) Loi de Lenz

"Les effets des phénomènes d'induction s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance"

Exemple

E

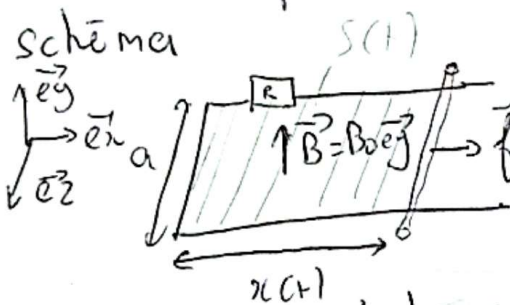


II Circuit en mouvement dans un champ magnétique stat

II.1) Conversion de puissance mécanique en puissance élec
 $\rightarrow$ mut + champs = courant

a) Exemple du rail de Laplace

1) schéma

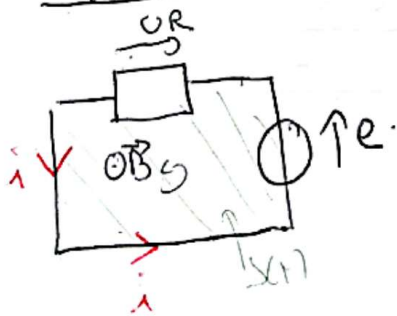


on tire la tige avec une force $\vec{f} = f_0 \vec{e}_x \forall t$
 (pas de générateur!)

on choisit arbitrairement le sens de i (on trouvera peut-être $i < 0$)
 Parce que le sens de i impose
 Le sens de $\vec{S}$ (main droite)
 Le sens de e (conv gén)
 courant induit

Par convention on prend i relié à $\vec{B}$ par
 règle de la main droite (ici tourne le sens $\odot$)

Equation électrique



LDH: $U_R = e$
 $Ri = e \quad (1)$

Rmq il faut absolument mettre e et i en convention

origine de e (f.e.m. induite):

$\vec{f} \Rightarrow \text{mut} \Rightarrow S(t)$ qui varie $\Rightarrow \Phi_B = \vec{B}_0 \cdot \vec{S}(t)$ qui varie
 $\Phi_B(t)$ varie $\Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} \neq 0 \Rightarrow e \neq 0 \Rightarrow$ courant induit i
 $i(t) \Rightarrow$ forces de Laplace qui s'oppose à $\vec{f}$ (Loi de Lenz)

Loi de Faraday:

$e = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ or $\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}(t) = \vec{B} \cdot \vec{S}(t) = B_0 \vec{e}_y \cdot a x(t) \vec{e}_y$
 selon $\vec{e}_y$ perchoire du sens de i

$e = -\frac{d}{dt}(B_0 a x(t)) = -B_0 a \frac{dx}{dt} = -B_0 a v(t)$ ← algébrique ici so
 Rmq convention à priori $i < 0$

finallement $Ri(t) = -B_0 a v(t) \Rightarrow \boxed{B_0 a v(t) = -Ri(t)}$ ← équation électrique (3)

Equations mēcaniques

Système {Tige} Ref: TSG

BdF: $\vec{P}$ et $\vec{R}$ (Se compensent)

$\vec{f} = f \vec{e}_x$ et Force de Laplace

$$\vec{F}_L = \int i (-d\vec{e}_z \wedge B_0 \vec{e}_y)$$

$$\vec{F}_L = + i a B_0 \vec{e}_x$$

PFD

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} + \vec{F}_L$$

Couplage électro-mécanique

Projection sur $\vec{e}_x$:

$$m \frac{dv}{dt} = f + i a B_0$$

Résolution

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} = f + i a B_0 \\ B_0 a v(t) = -R i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i = -\frac{B_0 a v(t)}{R} \\ m \frac{dv}{dt} = f - \frac{B_0^2 a^2 v(t)}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m \frac{dv}{dt} = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v(t) + f \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{B_0^2 a^2}{R m} v(t) = \frac{f}{m}$$

force type
"frottement - $d\vec{v}$ "

ona une forme

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = \frac{f}{m}$$

$$\text{ava } \tau = \frac{R m}{B_0^2 a^2}$$

$$\left[\frac{B_0^2 a^2}{m R} \right] = \left[\frac{B_0^2 a^2 i^2}{m R i^2} \right] = \left[\frac{(B_0 a i)^2}{m R i^2} \right] = \frac{[F_L]^2}{m [R i^2]} = \frac{(M L T^{-2})^2}{M M L^2 T^{-3}} = T^{-1}$$

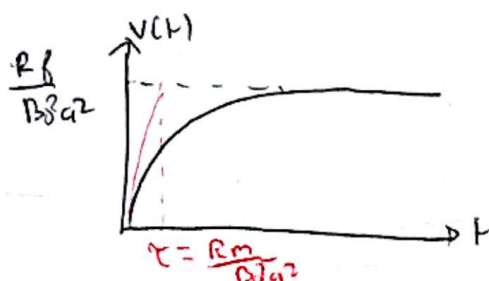
Puisance

$$\left[\frac{B_0^2 a^2}{m R} \right] = T^{-1} \Rightarrow \tau \text{ est bien un temps!}$$

Solution $\Rightarrow v(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + v_p$ ava $v_p = \frac{R f}{B_0^2 a^2}$

(vitesse limite)

C.I $v(0) = 0 \Rightarrow v(t) = \frac{R f}{B_0^2 a^2} \left(1 - e^{-\frac{t (B_0^2 a^2)}{R m}} \right)$

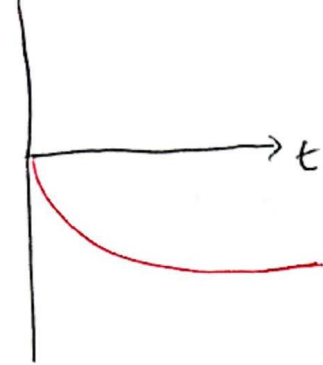


Solution par i

on utilise la LdM: $i(t) = -\frac{B_0 a v(t)}{R} \Rightarrow$

$$i(t) = \underbrace{-\frac{B_0 a}{R}}_{<0} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ avec } \tau = \frac{m R}{B_0^2 a^2}$$

$i(t)$ Allure



Pour $i(t) < 0$:

$$\Rightarrow \vec{F}_L = \underbrace{i(t) a B_0}_{<0} \vec{e}_x \quad \vec{F}_L \text{ selon } -\vec{e}_x$$

La force de Laplace s'oppose à l'augmentation de $S(t)$ (donc déplacement vers la droite du barreau)

Or c'est ce déplacement qui est à l'origine de $i(t)$ et donc on retrouve bien la loi de Lenz

Bilan de puissance

$$\begin{cases} B_0 a v = -R i & (1) \\ m \frac{dv}{dt} = f + i a B_0 & (2) \end{cases} \xrightarrow{\text{astuce}} \begin{cases} (1) \times i \\ (2) \times v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B_0 a v i = -R i^2 \\ m \frac{dv}{dt} v = f v + i a B_0 v \end{cases}$$

Puissance dissipée
↓ par effet Joule

$$\Rightarrow \begin{cases} B_0 a v i = -R i^2 \\ m \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right) - f v = i a B_0 v \end{cases} \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) - f v = -R i^2$$

$$P(\vec{F}_L) = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = f v$$

finalemment

$$\frac{d}{dt} (E_c) + P_J = P(\vec{F})$$

Pour $P(\vec{F}_L) = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = i a B_0 v < 0$ car $\begin{cases} i < 0 \\ v > 0 \end{cases}$ ($\vec{F}_L$ bien résistante)

Puissance fournie par la f.e.m. $\mathcal{P}_{f.e.m} = e \times i = -B_0 a v i$
avec $e = -\frac{d\phi}{dt}$

on a donc

$$P_{f.e.m} + P(\vec{F}_L) = 0$$

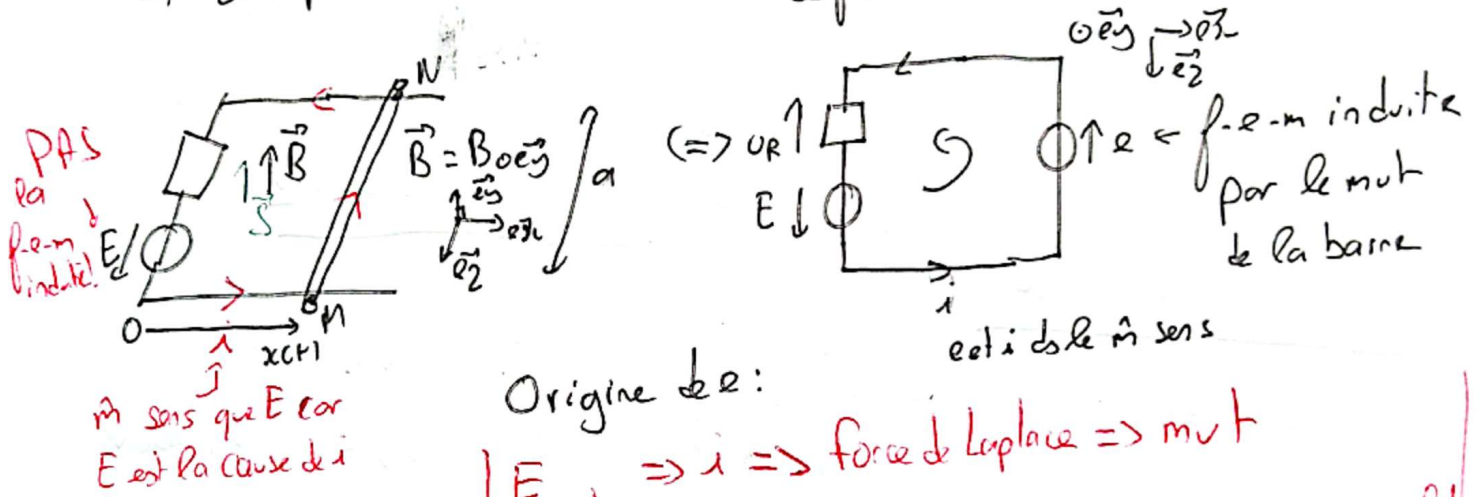
Résultat général en induction

b) Freinage par induction

Tout conducteur en mouvement dans un champ $\vec{B}$ est freiné par des courants appelés courants de Foucault qui apparaissent dans le matériau (on peut aussi avoir des courants de Foucault si le conducteur est fixe mais $\vec{B}(t)$ dépend du temps !)

II.2) Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

a) Exemple des rails de Laplace (avec générateur) de f-e-m E



Origine de e :

E générateur $\Rightarrow i \Rightarrow$ force de Laplace $\Rightarrow$ mut
mut $\Rightarrow$ Sch $\Rightarrow \Phi B$ varie $\Rightarrow e = -\frac{d\Phi B}{dt}$ non nul!
À priori si $E > 0$, $e < 0$ (Loi de Lenz)
cause conséquence

Equation électrique

$$E + e = Ri$$

$$\text{or } e = -\frac{d\Phi B}{dt} = -\frac{d}{dt}(\vec{B} \cdot \vec{S})$$

$$e = -\frac{d}{dt}(B_0 a v(t))$$

$$e = -B_0 a v(t) \Rightarrow \boxed{E = Ri + B_0 a v(t)}$$

Equation mécanique

PFD : $m \frac{dv}{dt} = \vec{F}_L$

Proj sur $\vec{e}_2$:

$$\Rightarrow \boxed{m \frac{dv}{dt} = i a B_0}$$

avec $\vec{F}_L = i \vec{MN} \wedge \vec{B} = i(-a \vec{e}_2) \wedge B_0 \vec{e}_2$
 $\vec{F}_L = i a B_0 \vec{e}_2$ si $i > 0$ $\vec{F}_L$ selon $\vec{e}_2$

Résolution $i = \frac{E}{R} - \frac{Boa}{R} v(t)$

$$m \frac{dv}{dt} = \left(\frac{E}{R} - \frac{Boa}{R} v \right) Boa$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{Boa^2}{Rm} v = \frac{Boa E}{m R}$$

Solutions $v(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{Boa}$

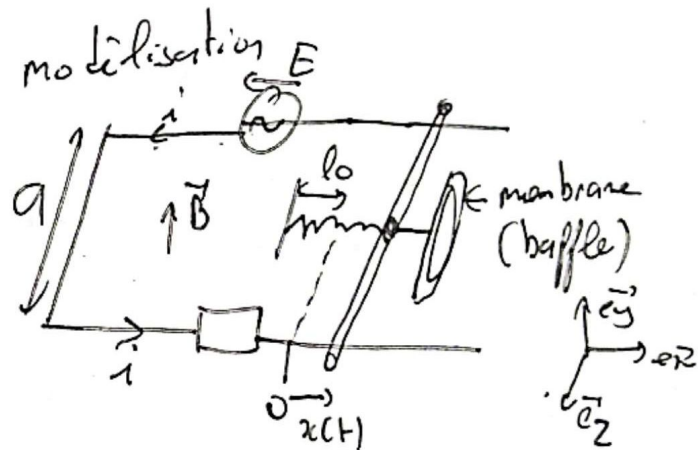
à $t=0$ $v(0)=0$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{E}{Boa} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

voir TD25 en 3

b) Haut parleur électrodynamique

(1) principe (voir poly)



(2) Equation électrique

comme pour rail de Laplace $-Boa v(t) + E = Ri(t)$

(3) Equations mécaniques : BDF: $\vec{P}$ et $\vec{R}_w$ se compensent

Système {barre + baffle}

PFD projetée sur $\vec{e}_x$

$$m \ddot{x} = i(t) a B_0 - Kx - \lambda \dot{x}$$

si $i(t) = \frac{E}{R} - \frac{Boa}{R} v$

$$m \ddot{x} = \left(\frac{Boa^2}{R} - \lambda \right) \dot{x} - Kx + \frac{EaBo}{R}$$

$\vec{F}_L = i(t) a B_0 \vec{e}_x$ (à l'origine de la vibration de la baffle)
on peut choisir comme origine

$\vec{F}_{\text{rap}} = -Kx(t) \vec{e}_x$

friction fluide: $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$

Pour tenir compte de la perte d'énergie liée à l'émission du son

(4) Bilan de puissance

$$L dM \times i \Rightarrow -B o a v_i + E_i = R_i^2$$

$$P F D \times v \quad m v \frac{dv}{dt} = -K x v + B o a v_i - \lambda v^2$$

$$\text{or } m \frac{dv}{dt} v = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \quad K x v = K x \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} K x^2 \right)$$

$$\text{on a donc } \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} K x^2 \right) + E_i - R_i^2 - \lambda v^2$$

$$\text{soit } E_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2 \right) + R_i^2 + \lambda v^2$$

Puissance

délivrée
par le générateur

$$\frac{d}{dt}$$

Energie mécanique
de la membrane + barre

Puissance dissipée
par Effet Joule

Puissance transportée
par l'onde acoustique

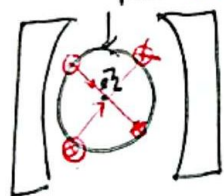
c) Machine à courant continu (MCC)

Voir poly

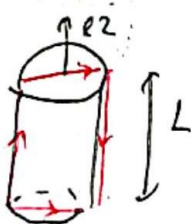
rotor constitué de plusieurs spires

soit
générateur

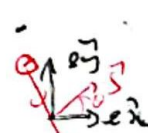
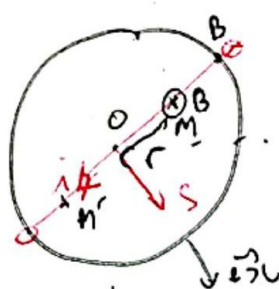
soit moteur



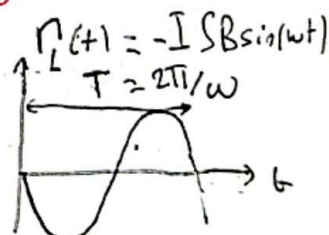
stator



Zoom sur une spire du rotor



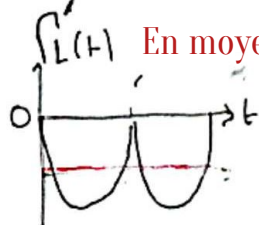
Le rotor tourne à vitesse angulaire $\omega \Rightarrow \theta(t) = \omega t$



$$\text{Couple des forces de Laplace } \vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B} = -I S \sin \theta \vec{B}_z$$

$$\langle \Gamma_L(t) \rangle = 0$$

Le couple moyen est nul Mais ce n'est plus le cas si on change le sens de i à chaque demi-tour si i devient $-i$ à chaque demi-tour :



En moyenne ce couple est non nul

on peut retenir que

$$\Gamma_L = K i$$

Pour la
MCC

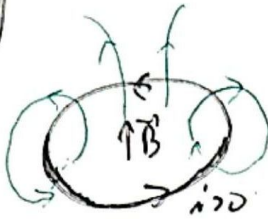
et la f.e.m. induite vaut $e = -K \omega$ vitesse de rotation

III Circuit fixe dans un champ magnétique dépendant du tps

ici mut = variation temporelle de $\vec{B}(t)$

III.1) auto induction

a) flux et inductance propre



Soit une spire parcourue par i

$i \Rightarrow \vec{B} \Rightarrow \vec{B}$ traverse $\vec{S}$ de la spire elle-même

spire elle-même $\Rightarrow$ Un flux propre à la spire apparaît

$$\Phi_{B,p} \text{ ou } \Phi_p = \int_{\text{spire}} \vec{B}_{\text{spire}} \cdot d\vec{S}$$

$\Phi_p = \alpha B$ et $B = k i \Rightarrow \Phi_p = \alpha k i \Rightarrow \Phi_p \text{ prop à } i$
on note

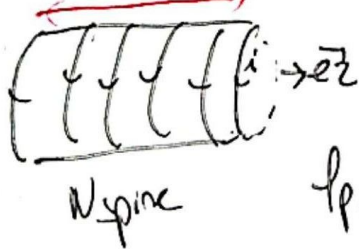
flux propre en Weber $\rightarrow \Phi_p = L i$ - intensité du circuit
inductance propre en Henry
(ou Coefficient d'auto-inductance)

b) Inductance propre d'une bobine longue (Solenénoïde)

résultat qui sera démontré en deuxième année:

$$\vec{B} = \mu_0 n i \vec{e}_z$$

avec $n = \frac{N}{D}$



$$\Phi_{\text{spire}} = \vec{B} \cdot \vec{S} = \mu_0 n i S = \mu_0 \frac{N i S}{D}$$

$$\Phi_{N \text{ spires}} = N \Phi_{\text{spire}} = \mu_0 \frac{N^2 i S}{D}$$

$$\Phi_p = \mu_0 \frac{N^2 S}{D} i \Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 S}{D}}$$

od 6 (TP)

$N = 1000$ rayon = 4cm

$D = 10 \text{ cm}$

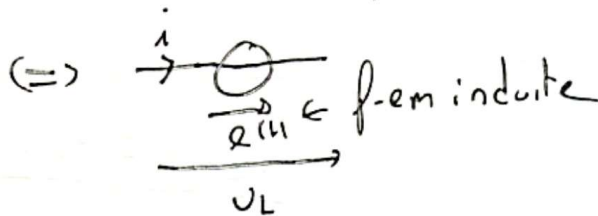
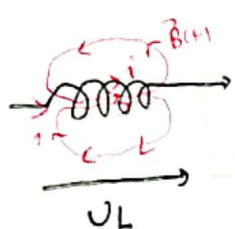
$L = 63 \text{ mH}$

si $N \uparrow$ $L \uparrow$
si $S \uparrow$ $L \uparrow$
si $D \uparrow$ $L \downarrow$

c) f.e.m induite par auto-induction

Rappel: $i(t)$ dépend du temps $\Rightarrow \vec{B}(t)$ (créé par $i(t)$) dépend du temps
 $\Rightarrow \Phi_p(t) = \iint_{\Sigma \text{ délimitée par circuit}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$ dépend du temps $\Rightarrow e = -\frac{d\Phi_p}{dt}$ apparaît!

Même si le circuit est immobile f.e.m est présente



Convention générateur
 Loi de Faraday
 $e = -\frac{d\Phi_p}{dt}$

et $\Phi_p \stackrel{\text{def}}{=} L i(t)$

finale ment en convention générateur

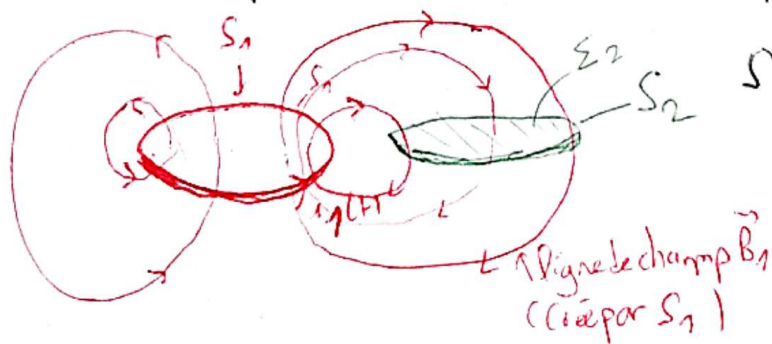
$$e = U_L = -\frac{d}{dt}(\Phi_p) = -\frac{d}{dt}(L i) = -L \frac{di}{dt}$$

On retrouve la relation tension-courant pour une bobine en convention générateur!

$$U_L = -L \frac{di}{dt}$$

III. 2) Cas de 2 bobines en interaction
 a) Phénomène d'induction mutuelle

Soit une spire S_2 non alimentée proche d'une spire S_1 alimentée par $i_1(t)$



S_2 intercepte des lignes de champ de $\vec{B}_1$

$\vec{B}_1$ crée donc un flux à travers Σ_2
 on note $\phi_{1 \rightarrow 2}$

Expression de $\phi_{1 \rightarrow 2}$? : $\phi_{1 \rightarrow 2} = \oint \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2$ ($\phi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{\Sigma_2 \text{ délimitée par } S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2$)

et $B_1 = k \times i_1(t)$
 l'origine de B_1

flux en Wb

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = M i_1$$

intensité du courant (en A)
 Mutuelle inductance en H
 flux de 1 dans 2

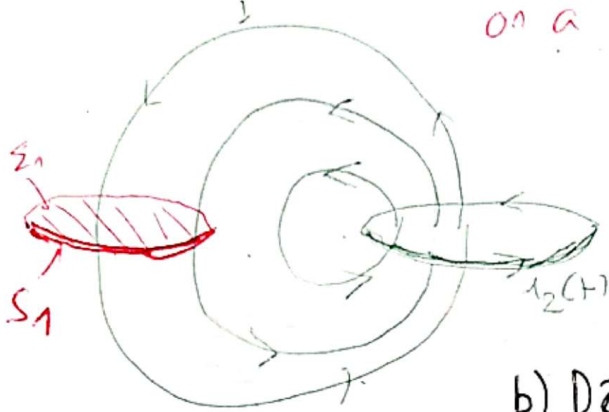
$\phi_{1 \rightarrow 2}$ est donc proportionnelle à $i_1(t)$ et

Rmq $\varphi_{1 \rightarrow 2} \Rightarrow$ apparition d'une f-em $e = -\frac{d\varphi_{1 \rightarrow 2}}{dt} \Rightarrow i_2(t)$ apparaît dans S_2

$i_2(t) \Rightarrow \vec{B}_2(t)!$ i_2 crée un champ $\vec{B}_2$ qui crée à son tour un flux $\varphi_{2 \rightarrow 1} = \iint_{ME S_1 \text{ délimitée par } S_1} \vec{B}_2(t) \cdot d\vec{S}_1$ à travers S_1

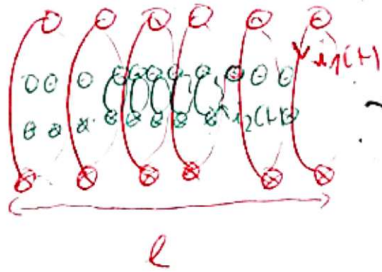
ligne de $\vec{B}_2(t)$ d'où le terme "mutuelle" inductance

on a aussi $\boxed{\varphi_{2 \rightarrow 1} = M i_2(t)}$
flux 2 dans 1



b) Détermination de l'inductance mutuelle
Dans le cas d'une influence totale

Voir schéma sur poly
bobine trisloque = solénoïde



$\sim \vec{e}_z$

Les 2 bobines ont une largeur l

S_2 à N_2 spires parcourues par $i_2(t)$

S_1 à N_1 spires parcourues par $i_1(t)$

toutes les lignes de champ de S_2 traversent S_1

Que vaut M ?

Champ créé par un solénoïde de longueur l constitué de N_1 spires parcourues de $i_1(t)$

$\vec{B}_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} i_1(t) \vec{e}_z$ (dém. en 2^{ème} année)

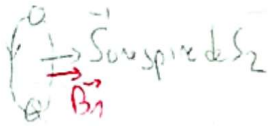
Le même $\vec{B}_2 = \mu_0 \frac{N_2}{l} i_2(t) \vec{e}_z$

$\varphi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{ME S_2 \text{ délimitée par } S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2 = N_2 \times \vec{B}_1 \cdot \vec{S}_{\text{spire de } S_2}$
↑
vecteur de norme égale à l'aire d'une spire de S_2

⚠ le circuit S_2 contient N_2 spires
le champ $\vec{B}_1$ traverse toutes ces spires!

Soit $\|\vec{S}_{\text{spire de } S_2}\| = \pi r^2$

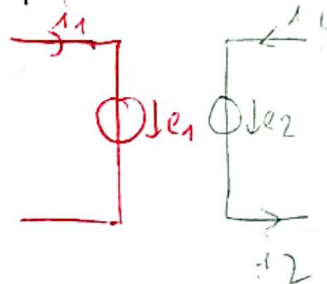
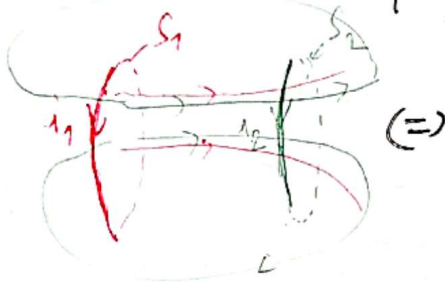
$$\varphi_{1 \rightarrow 2} = N_2 \mu_0 \frac{N_1}{l} i_1(t) \pi r_2^2 = \frac{N_2 N_1 \mu_0 \pi r_2^2}{l} i_1(t) \stackrel{\text{def}}{=} M i_1(t)$$



$$M = \pm \frac{N_1 N_2 \mu_0 \pi r_2^2}{l}$$

Le signe dépend du sens de \$i_2\$
(car \$S_{\text{axe spirale}}\$ de \$S_2\$ en dépend)
mais aussi du sens de \$i_1\$ car le sens de \$\vec{B}_1\$ en dépend

c) schéma électrique équivalent



avec:

$$e_1 = - \frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d}{dt} \varphi_{2 \rightarrow 1}$$

$$\text{soit } e_1 = - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

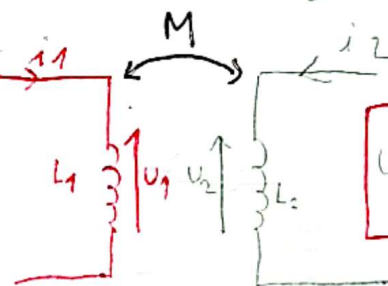
De même

$$e_2 = - L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

en conv. rée

(=)

$$U_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$



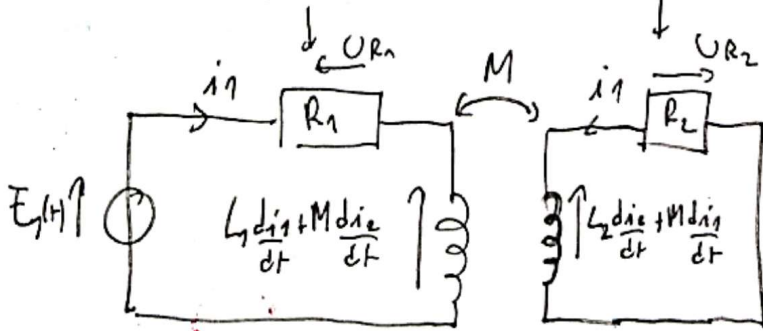
$$U_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

associé au flux propre
associé au flux du champ créé par \$S_1\$

d) système d'équation en RSF

circuit \$C_1\$

circuit \$C_2\$



\$L\$ et \$M\$ dans \$C_1\$:

$$E_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

\$L\$ et \$M\$ dans \$C_2\$:

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 = 0$$

Passeage en \$\mathbb{C}\$ (RSF):

$$\text{si } E_1(t) = E_1 \cos(\omega t) \Rightarrow \underline{E}_1 = E_1 e^{j\omega t}$$

$$\underline{i}_1 = \frac{\underline{i}_{10}}{\text{ampli}} e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{E}_1 = R_1 \underline{i}_1 + L_1 j\omega \underline{i}_1 + M j\omega \underline{i}_2 & (1) \\ L_2 j\omega \underline{i}_2 + M j\omega \underline{i}_1 + R_2 \underline{i}_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

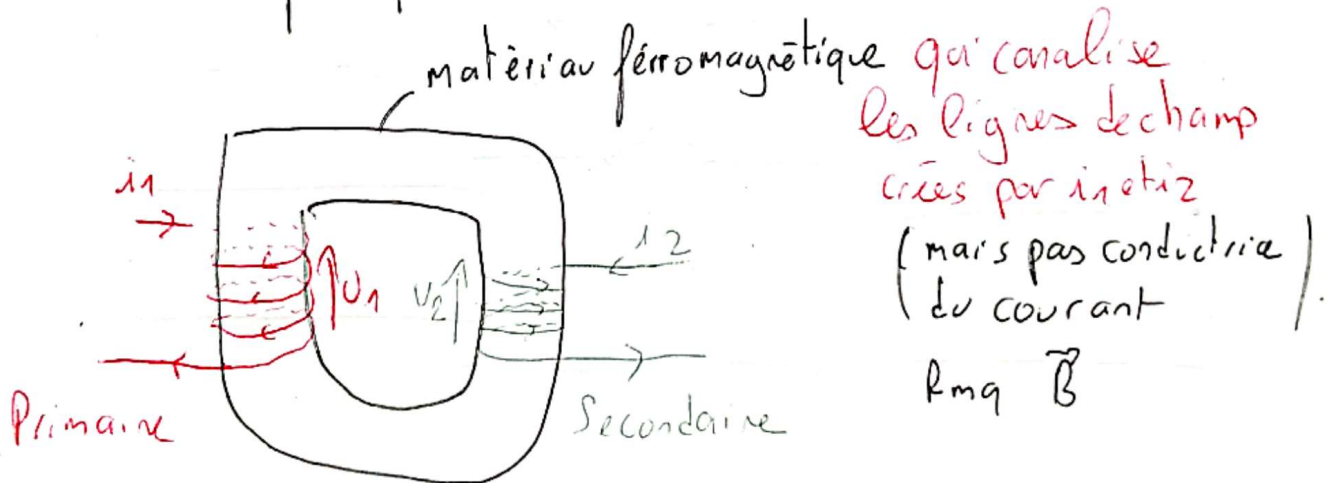
Si on veut exprimer $\underline{i}_2$ en fonction de $\underline{E}_1$:

$$\begin{cases} (2) \rightarrow \underline{i}_2(R_2 + jL_2\omega) = -Mj\omega \underline{i}_1 \\ (1) \quad \underline{E}_1 = R_1 \underline{i}_1 + L_1 j\omega \underline{i}_1 + Mj\omega \underline{i}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \underline{i}_2 = \frac{-Mj\omega}{R_2 + jL_2\omega} \underline{i}_1 \\ \underline{E}_1 = (R_1 + L_1 j\omega) \underline{i}_1 - \frac{(Mj\omega)^2}{R_2 + jL_2\omega} \underline{i}_1 \end{cases}$$

$$\underline{E}_1 = \left(R_1 + jL_1\omega + \underbrace{\frac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega}}_{Z'} \right) \underline{i}_1$$

La présence de S_2 proche de 1 est l'équivalent à l'ajout dans 1 d'un dipôle d'impédance Z' qui déphase et atténue $\underline{i}_2(t) \rightarrow$ principe des détecteurs de métaux ou puces RFID

III.3) Application au transformateur de tension au principe



But : modifier l'amplitude de u_2 et i_2 sans modifier la fréquence

Ou souvent le primaire à $u_1(t)$ alternative donc aussi $i_1(t)$ alternatif car cela crée $\vec{B}_1(t)$ alternatif dans le matériau ferro $\Rightarrow$ flux à travers secondaire

donc crée f.e.m $e = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow$ crée $i_2(t) \Rightarrow \vec{B}_2(t)$ se superposent à $\vec{B}_1$

Il existe un flux

Rmq : un transformateur fonctionne seulement en régime variable (pas en régime stationnaire !)

b) Loi des tensions

Chaque spire a une surface de section S

$$\Phi_{\text{spire}} = \vec{B}_{\text{tot}}(t) \cdot \vec{S}$$

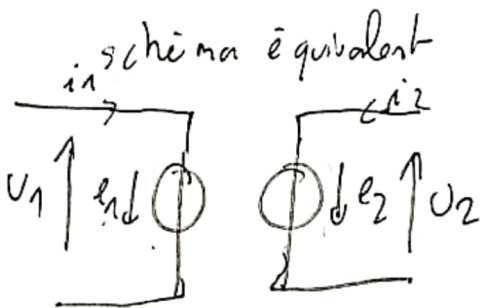
le sens de $\vec{S}$ dépend du sens de i_1 (pour le primaire)
du sens de i_2 (pour le secondaire)

$\vec{B}_{\text{tot}}$ est uniforme mais pas stationnaire!

avec le choix d'orientations

$$\Phi_{\text{spire primaire}} = B_{\text{tot}} S$$

$$\Phi_{N_1 \text{ spires}} = N_1 B_{\text{tot}} S$$



en l'absence de résistance
et en influence totale

$$e_1 = -\frac{d}{dt}(\Phi_{N_1 \text{ spires}}) = -N_1 S \frac{d}{dt} B_{\text{tot}}$$

(Ici on ne précise pas le flux propre et le flux mutuel)
ce

$$e_2 = -\frac{d}{dt}(\Phi_{N_2 \text{ spires}}) = -N_2 S \frac{d}{dt} B_{\text{tot}}$$

on remarque que

$$\frac{e_1}{N_1} = -S \frac{d}{dt} B_{\text{tot}} = \frac{e_2}{N_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \boxed{\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}}$$

On note souvent $m = N_2 / N_1$ le rapport de transformation

Si le rapport de transformation est plus grand que 1, la tension au secondaire possède une plus grande amplitude que la tension au primaire

Relation entre les courants

en l'absence de pertes par
effet Joule et pertes de flux
la puissance se conserve

$$P_{\text{primaire}} = P_{\text{secondaire}} \Leftrightarrow U_1 i_1 = U_2 i_2 \Leftrightarrow \frac{i_2}{i_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{m}$$