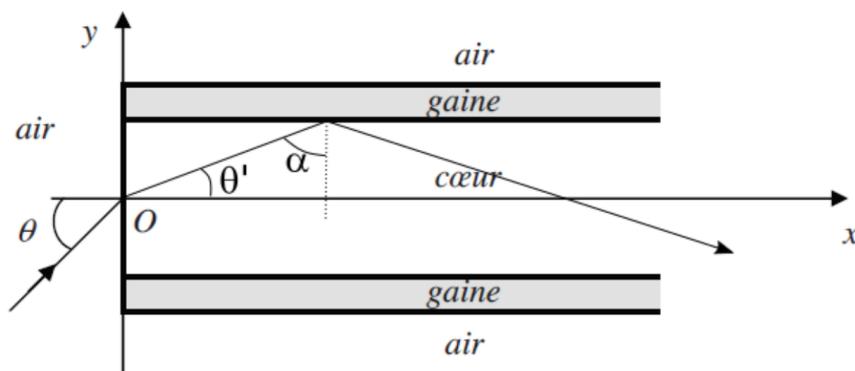


Problème : Fibre optique

II. La fibre optique à saut d'indice

Q3. Pour que le faisceau reste dans la fibre, il faut qu'il y ait une réflexion totale au niveau du dioptre cœur/gaine. Il faut donc que l'angle α dépasse l'angle limite $\alpha_\ell = \arcsin \frac{n_g}{n_c}$. Or $\alpha + \theta' + \frac{\pi}{2} = \pi$ donc $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta'$. On en déduit :

$$\alpha > \alpha_\ell \Rightarrow \theta' < \frac{\pi}{2} - \alpha_\ell$$



On passe au sinus et on applique la loi de SNELL-DESCARTES à l'entrée de la fibre, ce qui donne :

$$\sin \theta < \frac{n_c}{n_a} \cos(\alpha_\ell)$$

Or

$$\cos(\alpha_\ell) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha_\ell)} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}$$

On a donc finalement, après calculs,

$$\theta < \theta_L \text{ avec } \theta_L = \arcsin\left(\frac{n_c^2 - n_g^2}{n_a^2}\right)$$

Application numérique : $\theta_L = 12,2^\circ$.

Q4. Le chemin le plus court est le chemin direct, en ligne droite, pour $\theta = 0$, donc $T_1 = \frac{n_c L}{c}$.

Q5. Le chemin le plus long est celui pour $\theta = \theta_L$. Dans ce cas, la distance parcourue, avec toutes les réflexions, est $D = \frac{L}{\sin \alpha_\ell} = \frac{n_c L}{n_g}$, donc $T_2 = \frac{n_c^2 L}{n_g c}$ (on a bien $n_c > n_g$ donc $T_2 > T_1$).

Q6. On a $\delta T = T_2 - T_1 = \frac{n_c L}{c} \left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right)$.

Or $2\Delta = 1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2 \Rightarrow \frac{n_c}{n_g} = \frac{1}{\sqrt{1-2\Delta}} = (1-2\Delta)^{-1/2} \approx 1 + \Delta$ donc :

$$\delta T \approx \frac{n_c L}{c} (1 + \Delta - 1) \approx \frac{n_c L}{c} \Delta$$

Application numérique : $\delta T = 5,1 \cdot 10^{-7}$ s.

Q7. L'impulsion en sortie a la même allure que celle en entrée, mais plus étalée (donc d'amplitude plus faible par conservation de l'énergie totale transportée) car selon l'angle d'incidence, la durée de parcours ira de T_1 à T_2 . L'impulsion s'étale donc de δT , pour avoir une durée approximative en sortie $\tau_s \approx \tau_e + \delta T$.

Q8. Pour que les impulsions ne se mélangent pas, il faut une période supérieure à τ_s , donc $f < \frac{1}{\tau_s}$. Comme $\delta T \gg \tau_e$, on a $\tau_s \sim \delta T$

donc $f < f_{max} = \frac{1}{\delta T}$.

Application numérique : $f_{max} = 2,0$ MHz

Q9. Pour une longueur L_{max} de fibre, on a $f_{max} = \frac{1}{\delta T} = \frac{c}{\Delta n_c L_{max}}$. D'où $B = f_{max} \cdot L_{max} = \frac{c}{\Delta n_c}$.

Cette grandeur ne dépend que des caractéristiques physiques propres à la fibre (indices optiques) mais pas de ses conditions d'utilisation (longueur utilisée, fréquence, etc...).

La valeur de B étant propre à la fibre utilisée, on saura que si on souhaite (par exemple) doubler la longueur alors f_{max} sera réduite de moitié, ce qui réduit d'autant le débit maximal d'information transmise.

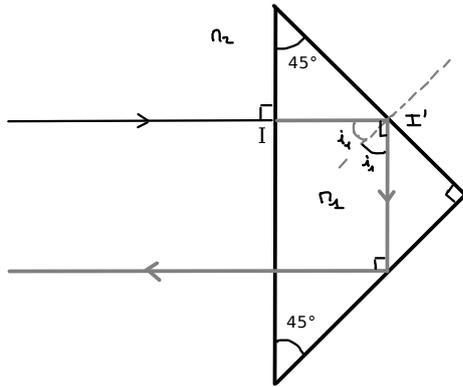
Application numérique : $\Delta = 9,95 \cdot 10^{-3}$ et $L_{max} = 201$ m.

C'est bien trop court pour des communications longue distance (liaison téléphonique, Internet...).

Problème 2

Prisme à réflexion totale

1)



Le rayon incident est perpendiculaire au dioptre, donc fait un angle $i = 0$ avec la normale au dioptre.

D'après la loi de Descartes :

$$n_2 \sin i = n_1 \sin i'$$

On a donc $i' = 0$, le rayon n'est pas dévié

2) Au point I' , on note i_1 l'angle d'incidence et i_2 l'angle de réfraction.

Le rayon réfracté existe si $i_2 < 90^\circ$

$$\Rightarrow \sin i_2 < 1 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 < 1$$

Si $n_1 < n_2$, cette condition est respectée $\forall i_1$.

En revanche, si $n_1 > n_2$ il peut y avoir réflexion totale.

Cela se produit pour $\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > 1 \Leftrightarrow \sin i_1 > \frac{n_2}{n_1}$

$$\Leftrightarrow i_1 > i_{1\text{lim}} \text{ avec } i_{1\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

3) Pour le dioptre verre/air au point I' , on a bien $n_1 > n_2$.

De plus $i_{1\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{1,0}{1,5}\right) = 42^\circ$ et $i_1 = 45^\circ$ donc $i_1 > i_{1\text{lim}}$.

\rightarrow il y a réflexion totale.

4) Voir schéma question 1.

Le rayon ressort du prisme avec la même direction que le rayon incident, mais en sens opposé. Ce prisme joue donc le même rôle qu'un miroir plan.

Problème Bases de la photo

I.1 - Objet et image

Q1a. Les conditions de Gauss sont remplies si tous les rayons incidents :

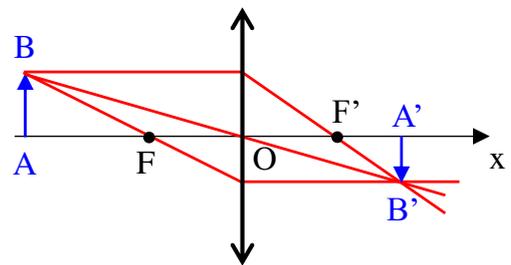
- sont proches de l'axe optique ;
- sont peu inclinés par rapport à l'axe optique.

Les propriétés de stigmatisme et d'aplanétisme approchés sont alors vérifiées.

Q1b. Dans l'appareil photo modélisé figure 1, c'est le diaphragme qui permet d'assurer que les conditions de Gauss sont remplies.

Q2a. Pour placer A'B', les trois rayons incidents remarquables qu'on peut utiliser sont :

- le rayon incident passant par le centre optique O, qui n'est pas dévié ;
- le rayon incident parallèle à l'axe, qui donne un rayon émergent passant par le foyer image F' ;
- le rayon incident passant par le foyer objet F, qui donne un rayon émergent parallèle à l'axe optique.



Q2b. D'après la relation fournie on a :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \Leftrightarrow \overline{A'B'} = \overline{AB} \times \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \overline{AB} \times \frac{\overline{FO}}{\overline{OA} + \overline{FO}} \Leftrightarrow \overline{A'B'} = h \times \frac{f'}{-L + f'}$$

Comme $L \gg f'$ on peut faire l'approximation : $\overline{A'B'} \approx -h \times \frac{f'}{L}$

A.N. : $\overline{A'B'} \approx -5 \times \frac{0,050}{20} \Rightarrow \overline{A'B'} = -0,0125 \text{ m} = -12,5 \text{ mm}$ (NB : h est donné avec un seul chiffre significatif, mais le sujet perd de son intérêt si on respecte cela ; on aurait alors : $\overline{A'B'} = -0,01 \text{ m} = -1 \text{ cm}$)

Q3a. L'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image ; on a alors : $d = f' = 50 \text{ mm}$.

Q3b. Partant d'un objet lointain (et donc d'une image réelle), plus l'objet se rapproche de l'objectif (L diminue), plus l'image s'en éloigne (d augmente). Comme d est majoré par d_{\max} , alors L est minoré par la valeur L_{\min} correspondante.

A noter que l'énoncé affirme qu'il est toujours possible de former une image pour $L > L_{\min}$; ça n'est vrai que si $d_{\min} \leq f'$, ce qui n'est pas spécifié.

NB : on peut également dans cette question exprimer d en fonction de L et montrer que $d \leq d_{\max}$ entraîne $L \geq L_{\min}$.

Q4 . Relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow -\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \times f'}{\overline{OA'} - f'} \Leftrightarrow L_{\min} = \frac{d_{\max} \times f'}{d_{\max} - f'}$

NB : l'objet étant réel, $\overline{OA} < 0$ donc $L_{\min} = -\overline{OA}$

Q5 A.N. : $L_{\min} = \frac{55 \times 50}{55 - 50} \Rightarrow L_{\min} = 550 \text{ mm} = 0,55 \text{ m}$

I.2 - Influence de la focale

Q6a. Relation de conjugaison de Descartes pour (L_1) : $\frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f_1'} \Leftrightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A} \times f_1'}{\overline{O_1A} + f_1'}$

Avec $|\overline{O_1A}| \gg f_1'$ on a : $\overline{O_1A_1} \approx f_1'$; d'après la relation de Chasles on obtient ainsi :

$$\boxed{\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} \approx f_1' - e}$$

Q6b. Question plus difficile.

Une lentille divergente donne une image réelle (i.e. $\overline{O_2A'} > 0$) si et seulement si l'objet est situé entre le centre optique et le foyer objet. En effet, la relation de conjugaison de Descartes pour (L_2) donne :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'} \Leftrightarrow \overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2A_1} \times f_2'}{\overline{O_2A_1} + f_2'} \text{ donc } \overline{O_2A'} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{O_2A_1} \times f_2' > 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} + f_2' > 0 \\ \text{ou } \overline{O_2A_1} \times f_2' < 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} + f_2' < 0 \end{cases}$$

$$\text{soit } \overline{O_2A'} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{O_2A_1} < 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} + f_2' > 0 : \text{impossible (rappel : } f_2' < 0) \\ \text{ou } \overline{O_2A_1} > 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} < -f_2' : A_1 \text{ entre O et } F_2 \end{cases}$$

Ainsi pour que $A'B'$ soit réelle, il est nécessaire que A_1 soit situé entre O et F_2 , soit : $0 < \overline{O_2A_1} < -f_2'$;

$$\text{on en déduit : } 0 < f_1' - e < -f_2' \Leftrightarrow \boxed{f_1' + f_2' < e < f_1'}$$

Q6c. On a bien : $\boxed{f_1' + f_2' = 5 \text{ cm} < e = 8 \text{ cm} < f_1' = 10 \text{ cm}}$

Q7a. D'après ce qui précède : $\boxed{\overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2A_1} \times f_2'}{\overline{O_2A_1} + f_2'}}$ (NB : ici on n'a pas $|\overline{O_2A_1}| \gg f_2'$)

$$\text{A.N. : avec } \overline{O_2A_1} \approx f_1' - e = 2 \text{ cm on obtient : } \overline{O_2A'} = \frac{2 \times -5}{2 - 5} \Rightarrow \boxed{\overline{O_2A'} = 3 \text{ cm}} \text{ (1 C.S...)}$$

Q7b. D'après la formule du grandissement pour (L_1) et (L_2) , on a : $\frac{\overline{A_1B_1}}{AB} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$ et $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$

$$\text{D'où : } \overline{A'B'} = AB \times \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \times \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \text{ soit : } \boxed{\overline{A'B'} = -\frac{hf_1'f_2'}{L(f_1' - e + f_2')}}$$

$$\text{A.N. : } \overline{A'B'} = -\frac{5 \times 0,10 \times -0,05}{20 \times (0,10 - 0,08 - 0,05)} \Rightarrow \boxed{\overline{A'B'} = -0,04 \text{ m} = -4 \text{ cm}}$$

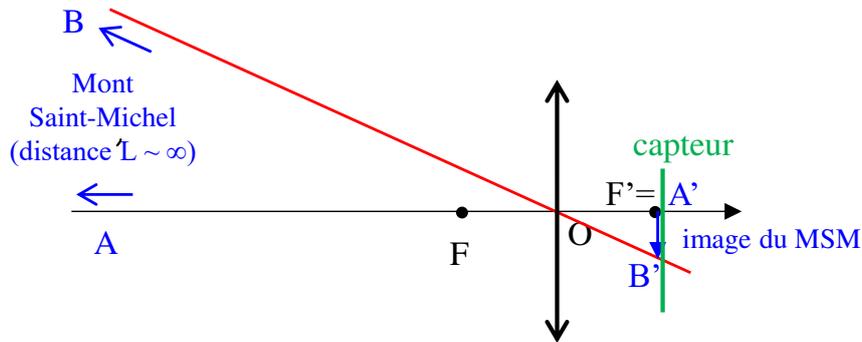
Q7c. Le téléobjectif constitué d'une lentille convergente et d'une lentille divergente produit ainsi une image de taille supérieure à celle produite par une simple lentille convergente.

I.3 - Exploitation d'une photo

Q8. D'après le document 1, le capteur utilisé (Canon G10) a une petite dimension de 5,7 mm ; et on voit que l'image du Mont Saint-Michel occupe environ tiers de cette dimension, plus précisément 3,55 cm sur une image de 10,15 cm de haut (mesuré à la règle) $\rightarrow \frac{3,55}{10,15} = 35,0\%$. L'image du Mont

Saint-Michel sur le capteur a donc une taille de $5,7 \times 0,350 = 2,0$ mm.

Le document 2 indique que l'objectif est constitué d'une seule lentille convergente, de focale $f' = 18$ mm. Enfin d'après le document 3 on a $L = 1,46$ km $\gg f'$.



On en déduit : $A'B' = |A'B'| = h \times \frac{f'}{L} \Leftrightarrow h = L \times \frac{A'B'}{f'}$ (c'est en fait le théorème de Thalès)

$$\text{A.N.: } h = 1460 \text{ m} \times \frac{2,0 \text{ mm}}{18 \text{ mm}} = 1460 \text{ m} \times 1,1 \Rightarrow h = 1,6 \cdot 10^2 \text{ m}$$

(NB : la vraie hauteur du Mont Saint-Michel est de 157,10 m)

I.4 - Comment expliquer les propriétés des lentilles ?

Q9a. Loi de la réfraction : $n \sin(i) = \sin(r)$

Q9b. On a : $OF' = OS + SF' = OS + CF' - CS = OS + CK + KF' - CS$

Or : $OS = e$; $CS = R$; $CK = R \cos(i)$ et $KF' = \frac{BK}{\tan(\hat{BF}'K)}$. Comme $\hat{BF}'K = r - i$ et $BK = R \sin(i)$

on a finalement : $OF' = e + R \cos(i) + \frac{R \sin(i)}{\tan(i-r)} - R$ soit : $OF' = e - R(1 - \cos(i)) + \frac{R \sin(i)}{\tan(i-r)}$

Q10a. On voit que les rayons lumineux venant d'un point à l'infini sur l'axe optique et dont l'image est censée être le foyer image, croisent l'axe optique après la lentille en un point qui dépend de l'angle i , donc de la distance h à l'axe optique du rayon incident. La lentille n'est donc pas un système rigoureusement stigmatique.

Q10b. & Q10c. Si on se limite aux rayons paraxiaux (ce qui correspond à $i \ll 1$ et donc $r \ll 1$), on

a : $\sin(i) \sim i$, $\cos(i) \sim 1 - \frac{i^2}{2}$ et $\tan(r-i) \sim r-i \sim (n-1)i$ d'après la loi de la réfraction.

Ainsi : $OF' \sim e - R \frac{i^2}{2} + \frac{Ri}{(n-1)i} \sim e + \frac{R}{n-1}$ au 1^{er} ordre en i . Si par ailleurs $e \ll R$: $OF' \sim \frac{R}{n-1}$

OF' est maintenant indépendant de i et donc de h , la lentille est approximativement stigmatique.