

Devoir surveillé n°1

Durée : 2 h

La calculatrice est autorisée.

Le sujet comporte 6 pages et 3 problèmes. Le poids de chaque problème dans le barème total est indiqué en % dans son titre.

Problème 1 : Fibre optique (25%)

I. La fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice, représentée en **figure 2**, est constituée d'un cœur cylindrique transparent d'indice $n_c = 1,500$ et de rayon r_c , entouré d'une gaine transparente d'indice $n_g = 1,485$.

L'axe Ox de la fibre est normal au dioptré air-cœur. En raison de la symétrie de révolution de la fibre autour de l'axe Ox , on se restreint à une étude dans le plan (xOy) .

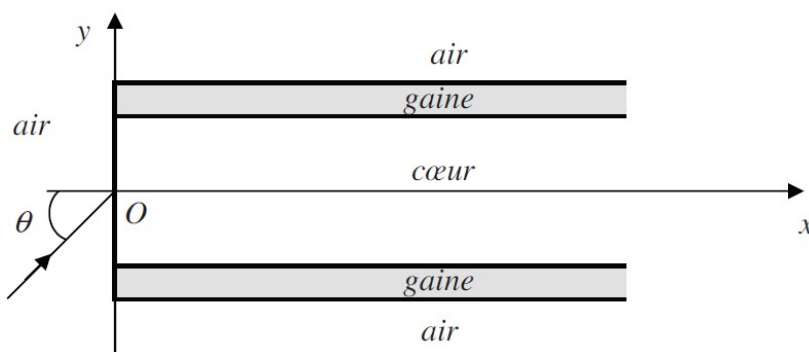


Figure 2 – Fibre optique à saut d'indice

Q3. Un rayon lumineux monochromatique se propageant dans l'air, situé dans le plan (xOy) , pénètre dans le cœur de la fibre en O avec un angle d'incidence θ . Montrer que le rayon reste dans le cœur si l'angle θ est inférieur à un angle limite θ_L , appelé angle d'acceptance de la fibre optique, dont vous donnerez l'expression en fonction de n_c et de n_g . Calculer la valeur de θ_L . L'indice de l'air vaut $n_a = 1,000$.

On considère maintenant une fibre optique de longueur L . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence θ variable compris entre 0 et θ_L .

Q4. Quel est le rayon qui traverse le plus rapidement la fibre ? Exprimer, en fonction de L , c et n_c , la durée de parcours T_1 de ce rayon.

Q5. Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre ? Exprimer, en fonction de L , c , n_g et n_c , la durée de parcours T_2 de ce rayon.

Q6. En déduire l'expression de l'intervalle de temps $\delta T = T_2 - T_1$ en fonction de L , c , n_g et n_c . On posera $2 \cdot \Delta = 1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2$. Comme $\Delta \ll 1$ on pourra faire l'approximation $(1 - 2\Delta)^{-1/2} \approx 1 + \Delta$. Dans ces conditions, exprimer δT en fonction de L , c , n_c et Δ . Calculer la valeur de δT pour $L = 10$ km.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse de durée τ_e , représentée en **figure 3**, formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et θ_L .

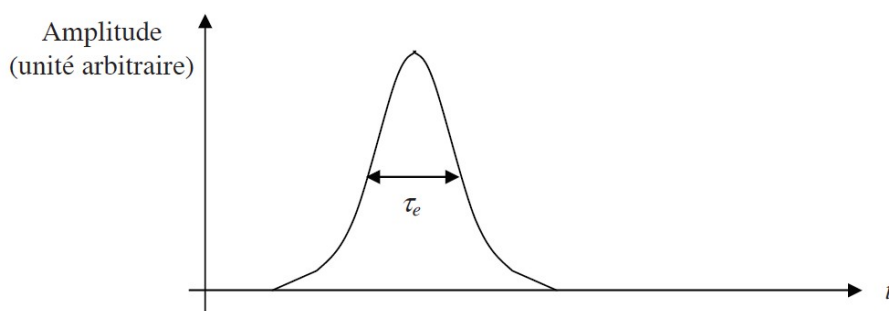


Figure 3 – Impulsion lumineuse en entrée de fibre optique

- Q7.** Reproduire la **figure 3**. Représenter l'allure de l'impulsion en sortie de fibre. Préciser sa durée approximative τ_s . On négligera ici tout phénomène d'absorption de la lumière par la fibre.
- Q8.** Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses, appelées bits, périodiquement avec une fréquence f . En supposant τ_e négligeable devant δT , quelle est la fréquence maximale de transmission f_{max} qui empêche le recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre ?
- Q9.** En considérant L_{max} la longueur maximale de fibre optique qui permet d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions, on définit le produit $B = f_{max} L_{max}$ comme étant la bande passante de la fibre optique. Exprimer B en fonction de c , n_c et Δ . Expliquer l'intérêt d'introduire cette grandeur. Pour un débit de 100 Mbits par seconde, évaluer et commenter la longueur maximale de fibre optique que l'on peut utiliser pour transmettre le signal.

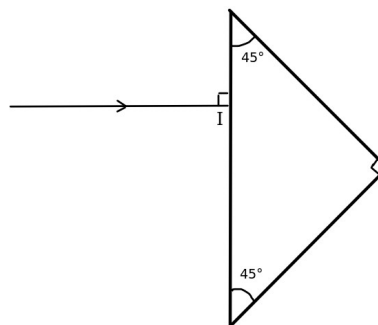
Problème 2 : Prisme à réflexion totale (25 %)

Le prisme ci-contre est utilisé dans certains instruments d'optique comme les jumelles ou le périscope.

C'est un dièdre d'angle au sommet 90° , constitué par un verre d'indice $n_1 = 1,5$.

Le milieu extérieur est de l'air d'indice $n_2 = 1,0$.

On étudie le trajet du rayon lumineux incident qui figure sur le schéma. Il atteint le prisme au point I, perpendiculairement au diopre.



1. Refaire le schéma et construire, en justifiant, le rayon réfracté qui entre dans le prisme. On notera I' le point d'incidence de ce rayon sur le diopre suivant (diopre verre / air).
2. Établir :
 - la condition sur les indices n_1 et n_2 pour qu'il puisse y avoir un phénomène de réflexion totale en I' ,
 - la condition que doit alors vérifier l'angle d'incidence pour que ce phénomène se produise.
3. Ces conditions sont-elles respectées ici : y a-t-il réflexion totale en I' ?
4. Compléter la figure en construisant le rayon jusqu'à ce qu'il ressorte du prisme. Commenter.

Problème 3 : Bases de la photo (50%)

I.1 - Objet et image

On modélise un appareil photo (**figure 1**) par l'association d'une lentille mince (L) de focale $f' = \overline{OF'}$ appelée "objectif", d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.

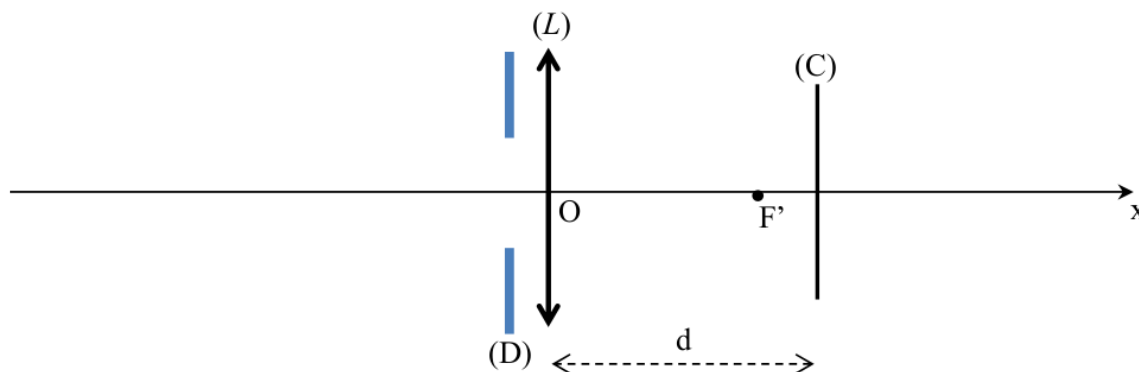


Figure 1 - Modélisation d'un appareil photo

La distance d entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre $d_{\min}$ et $d_{\max}$.

À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

- Q1.** a) La lentille mince est utilisée dans les "conditions de Gauss". Préciser en quoi elles consistent.
b) Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies ?
- Q2.** a) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et $A'B'$ son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image $A'B'$.
b) Exprimer la taille $\overline{A'B'}$ de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h , f' et L . Calculer cette taille avec $f' = 50$ mm, $h = 5$ m et $L = 20$ m.

Rappel : l'objet AB et l'image $A'B'$ donnée par la lentille mince de centre O et de foyers principaux F (objet) et F' (image) dans les conditions de Gauss sont liés par les relations :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} ; \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} ; \quad \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -(\overline{OF'})^2 ; \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} .$$

- Q3.** a) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini ?
b) Montrer qu'il existe une distance limite notée $L_{\min}$ en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur, alors que ce serait toujours possible pour des valeurs supérieures à $L_{\min}$.
- Q4** Exprimer $L_{\min}$ en fonction de f' et $d_{\max}$.
- Q5** Calculer $L_{\min}$ pour $f' = 50$ mm et $d_{\max} = 55$ mm.

On souhaite maintenant réaliser un téléobjectif en utilisant deux lentilles : une lentille (L_1) convergente et une lentille (L_2) divergente, séparées par une distance e . La distance L entre (L_1) et l'arbre n'a pas changé.

Q6. La lentille (L_1), de focale f'_1 , donne de l'arbre AB une image intermédiaire A_1B_1 qui joue le rôle d'objet pour la lentille (L_2), de focale f'_2 , qui en donne une image finale $A'B'$.

- Exprimer la distance $\overline{O_2A_1}$ en fonction de f'_1 et e (en utilisant une approximation justifiée).
- L'image $A'B'$ doit être réelle. En déduire que la distance e entre les centres des deux lentilles doit être située dans une plage de valeurs bien précise. Exprimer cette condition sur e sous la forme d'une double inégalité sur e , f'_1 et f'_2 (en utilisant une approximation justifiée).
- Vérifier que cette condition est réalisée avec $f'_1 = 10 \text{ cm}$, $f'_2 = -5 \text{ cm}$ et $e = 8 \text{ cm}$.

Q7. Avec les valeurs numériques de **Q6c** :

- Calculer la distance d ,
- Calculer la taille de l'image $A'B'$ de l'arbre sur le capteur.
- Indiquer si ce téléobjectif est équivalent à l'objectif de **Q4**.

I.3 - Exploitation d'une photo

Les tailles des capteurs dont sont équipés les appareils numériques actuels sont variables, comme l'indique le **document 1**.

Document 1 - Exemples de capteurs d'appareils photo numériques

Standard Diagonale	Dimensions	Exemples
1/2,5" 7,18 mm	4,29x5,76 mm	Panasonic TZ6
1/2,3" 7,7 mm	4,62x6,16 mm	Nikon P90, Canon 110 IS
1/2" 8 mm	4,8x6,4 mm	Fuji F70EXR
1/1,7" 9,5 mm	5,7x7,6 mm	Canon G10
1/1,6" 10 mm	6x8 mm	Fuji S200EXR
4/3" 21,6 mm	13x17,3 mm	reflex 4/3 et hybrides Micro 4/3
APS	24,8 mm	13,8x20,7 mm (Sigma)
	à 28,4 mm	à 15,8x23,6 mm (Nikon, Sony)
24x36 43,3 mm	24x36 mm	reflex amateurs Nikon D700, Sony Alpha 900

Source : Wikipedia

La photo ci-dessous a été prise avec un appareil photo numérique de type " Canon G10 ". Les informations relatives à la photo sont consignées dans le **document 2**.

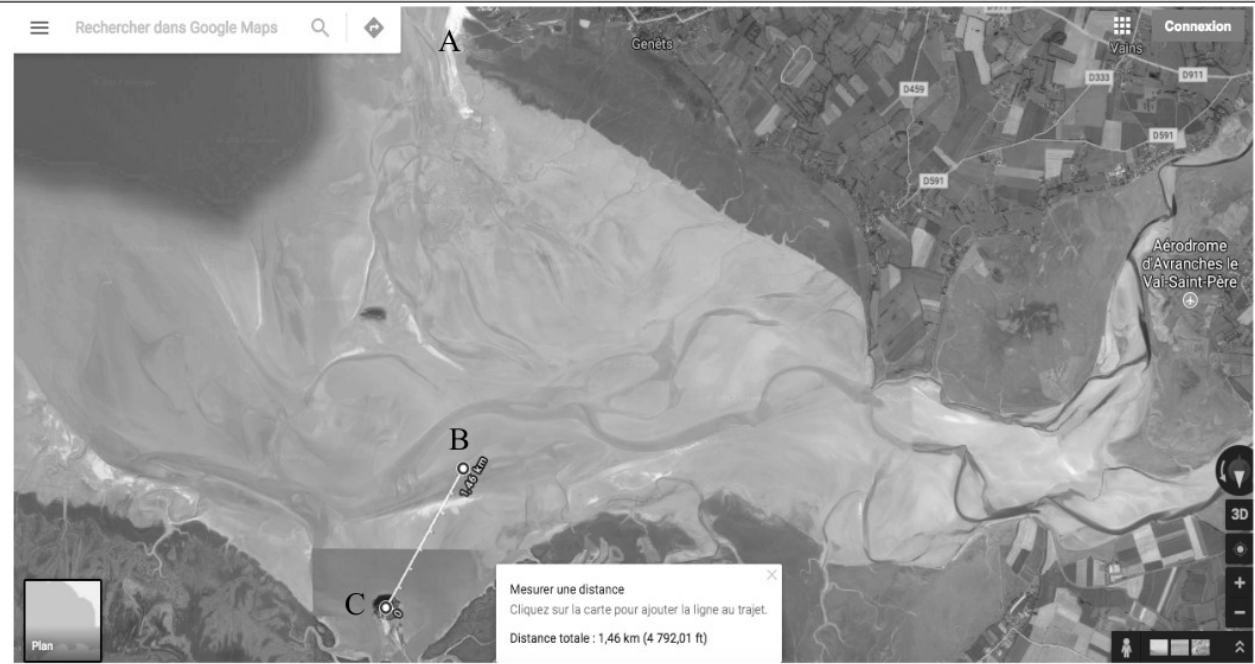


Il s'agit d'une photo prise dans la baie du Mont Saint-Michel (au point B sur la carte satellite du **document 3**). La distance BC vaut 1,46 km.

Document 2 - Informations relatives à la prise de vue (Photo Mont Saint-Michel)

Sensibilité : 100 ISO
Vitesse : 1/250 s
Ouverture : f/7,1
Focale : 18 mm

Document 3 - Image satellite de la baie du Mont Saint-Michel



A : Bec d'Andaine

B : lieu de la prise de vue

C : Mont Saint-Michel

- Q8.** À partir de la photo obtenue et des **documents 1, 2 et 3**, déterminer la hauteur du Mont Saint-Michel (flèche comprise) en indiquant les hypothèses posées, la modélisation du problème (par exemple par un schéma légendé) et les calculs effectués.

I.4 - Comment expliquer les propriétés des lentilles ?

Les propriétés optiques des lentilles viennent de leur forme géométrique.

Pour en proposer une explication, on considère une lentille plan-convexe (**figure 2**) constituée d'un verre d'indice n . L'indice de l'air ambiant est égal à 1.

La partie sphérique de la lentille est une portion de sphère de centre C et de rayon $R = CB$. L'épaisseur de la lentille au centre est $e = OS$.

On considère un rayon incident parallèle à l'axe optique, à une distance h de celui-ci. Ce rayon pénètre dans la lentille en A et est réfracté en B . On note i et r les angles incident et réfracté, comptés par rapport à la normale (CB). Le rayon émergent de la lentille coupe l'axe optique en F' . On note K le projeté orthogonal de B sur l'axe optique.

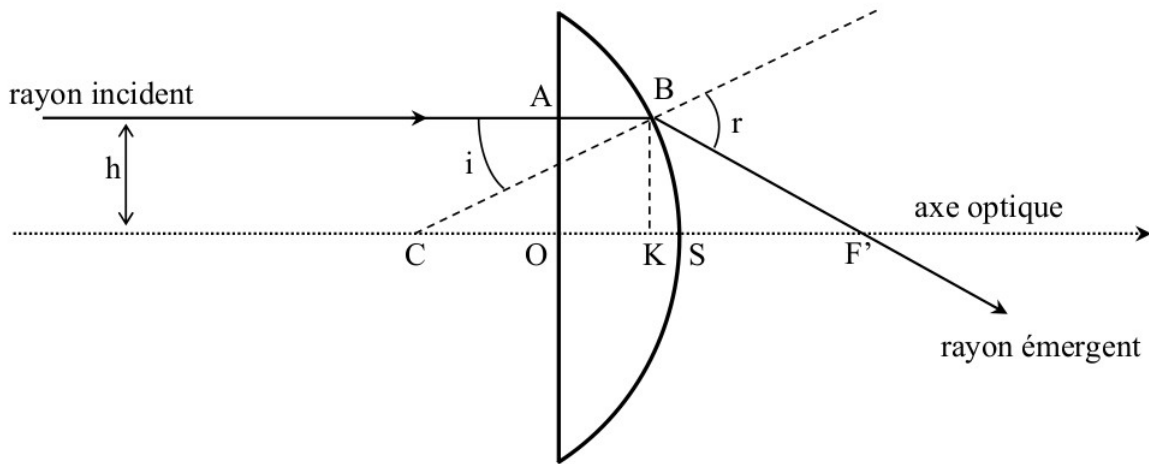


Figure 2 - Lentille plan-convexe

- Q9.** a) Écrire la loi de la réfraction en B .
b) Montrer que la distance OF' peut se mettre sous la forme :

$$OF' = e - R[1 - \cos(i)] + \frac{R \sin(i)}{\tan(r - i)}.$$

- Q10.** a) La lentille constitue-t-elle un système rigoureusement stigmatique ?
b) Si on considère une lentille mince (e faible devant R) et des rayons paraxiaux, peut-on dire que le système est approximativement stigmatique ? Justifier.
c) Dans le cas de la lentille mince, donner une expression approchée de la distance OF' .