

## Programme de khôlle semaine 21

**Organisation de la séance :** Chaque khôlle commence par une question de cours ou un exercice simple qui fait intervenir une notion de cours

Si vous répondez bien à cette question de cours vous obtenez une note au moins égale à 10/20

### Chapitre 17 : moment cinétique et moment d'une force

- 1 Donner la définition du moment cinétique par rapport à un point O d'un point matériel M de masse m et animé d'une vitesse  $\vec{v}$  dans un référentiel  $\mathcal{R}_g$  supposé galiléen.
- 2 Que peut-on dire du moment cinétique par rapport à un point O d'un point matériel M :
  - 1 si M a une trajectoire rectiligne (O appartient à la trajectoire) ?
  - 2 si M a une trajectoire plane (O appartient au plan de la trajectoire) ?
- 3 Donner la relation entre le moment cinétique de M par rapport à O et celui par rapport à O'.
- 4 Donner la définition du moment cinétique d'un point M par rapport à l'axe  $\Delta = (O, \vec{u}_\Delta)$ .
- 5 Soit un point M en rotation circulaire (de centre O et de rayon R) autour d'un axe fixe  $\Delta = (O, \vec{e}_z)$ . Etablir l'expression du moment cinétique de M par rapport à O, puis par rapport à  $\Delta$ . Commenter le signe de  $L_\Delta$ .
- 6 On considère un solide en rotation autour d'un axe fixe  $\Delta = (O, \vec{u}_\Delta)$ . Donner sans démonstration la relation entre le moment cinétique scalaire du solide, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie du solide.
- 7 Donner la dimension d'un moment d'inertie, sa signification physique, et expliquer pourquoi, si on considère une boule homogène et une sphère de même masse,  $J_{\text{BOULE}} < J_{\text{SPHERE}}$ .
- 8 Soit un solide en rotation autour d'un axe fixe  $\Delta = (O, \vec{u}_\Delta)$ , sur lequel on exerce une force  $\vec{F}$  appliquée au point M du solide.
  - a Définir le bras de levier de  $\vec{F}$  à l'aide d'un schéma.
  - b Quelle relation peut-on utiliser pour déterminer le moment de  $\vec{F}$  par rapport à  $\Delta$ , connaissant le bras de levier de  $\vec{F}$  ?
- 9 Définir le moment en O d'une force  $\vec{F}$  dont le point d'application est A.
- 10 Définir un couple.
- 11 Définir une liaison pivot. Qu'est-ce qu'une liaison pivot idéale (ou parfaite) ?
- 12 On considère un solide qui, en présence d'un couple, est en rotation à la vitesse angulaire  $\omega = \dot{\theta}$  autour d'un axe fixe  $\Delta$ . Donner l'expression de la puissance de ce couple en fonction du moment du couple et de la vitesse angulaire de rotation autour de  $\Delta$ .
- 13 Énoncer puis démontrer le théorème du moment cinétique vectoriel pour un point matériel.
- 14 Comment se réécrit le théorème du moment cinétique pour un solide de moment d'inertie  $J_\Delta$  en rotation autour d'un axe fixe  $\Delta$  ?
- 15 Expliciter les cas de conservation du moment cinétique :
  - a Pour un point matériel.
  - b Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe  $\Delta = (O, \vec{u}_\Delta)$ .
- 16 On considère un pendule pesant de moment d'inertie  $J_{Oz}$  par rapport à (Oz) et soumis à l'action exercée par une liaison pivot idéale.
  - 16.a Etablir l'équation du mouvement en utilisant le théorème du moment cinétique. Commenter.
  - 16.b Etablir une intégrale première du mouvement. Commenter.
- 17 On considère un pendule de torsion de moment d'inertie  $J_{Oz}$  par rapport à (Oz), soumis à l'action exercée par une liaison pivot idéale et un couple de torsion  $\Gamma = -C \theta$ 
  - a Etablir l'équation du mouvement en utilisant le théorème du moment cinétique. Commenter.
  - b Etablir une intégrale première du mouvement. Commenter.
- 18 On considère un solide en rotation autour d'un axe fixe  $\Delta = (O, \vec{u}_\Delta)$ , de moment d'inertie  $J_\Delta$ . Donner sans démonstration l'expression de son énergie cinétique.
- 19 Montrer que, pour un solide en rotation autour d'un axe fixe, il y a équivalence entre la loi scalaire du moment cinétique et le théorème de l'énergie cinétique (sous forme différentielle).

## Chapitre 18 : mouvement dans un champ à forces centrales

### **Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)**

Dans toutes les questions suivantes, on considère un système assimilé à un point matériel de masse  $m$  soumis à un champ de force centrale conservative de centre  $O$  du type  $\vec{F} = F(r)\vec{e}_r$  dans un référentiel supposé galiléen.

- 20 Montrer que le moment cinétique se conserve.
- 21 Sans démonstration (réponse efficace attendue) quelles sont les deux conséquences de la conservation du moment cinétique ?
- 22 Etablir que le mouvement est plan. Préciser ce plan.
- 23 Etablir la loi des aires en utilisant la conservation du moment cinétique.
- 24 Justifier que l'énergie mécanique se conserve.
- 25 Exprimer l'énergie mécanique du système en utilisant la notion d'énergie potentielle effective.
- 26 On s'intéresse à l'énergie potentielle effective  $E_{\text{peff}}(r)$  pour un champ Newtonien.
  - a Représenter l'allure de  $E_{\text{peff}}(r)$ .
  - b Décrire la nature du mouvement du système pour différentes valeurs d'énergie mécanique.
  - c Pour quelles valeurs de l'énergie mécanique a-t-on un état de diffusion ?
- 27 Enoncer les trois lois de Kepler.
- 28 On s'intéresse au cas particulier où le mouvement est circulaire.
  - a Montrer que le mouvement est uniforme (de vitesse  $v_0$ ), et exprimer  $v_0$  en fonction de  $G$ ,  $M$  et  $R$ .
  - b Etablir la troisième loi de Kepler.
  - c Etablir l'expression de l'énergie mécanique du système. Généraliser cette expression pour un mouvement elliptique.
- 29 Donner l'expression de la vitesse de satellisation d'un astre (ou vitesse en orbite basse). Donner sa valeur pour la Terre.
- 30 Etablir l'expression de la vitesse de libération d'un astre. Donner sa valeur pour la Terre.
- 31 On s'intéresse aux satellites géostationnaires.
  - a Donner la définition d'un satellite géostationnaire.
  - b Justifier sa localisation dans le plan équatorial.
  - c Quelle est la période de révolution d'un satellite géostationnaire autour de la Terre ? Justifier.
  - d Montrer que le mouvement d'un satellite géostationnaire est circulaire uniforme.
  - e Etablir l'expression de l'altitude  $h$  d'un tel satellite. Quelle est la valeur numérique de  $h$  ?