

DM 06- Étude d'un lance patate (ou patator)

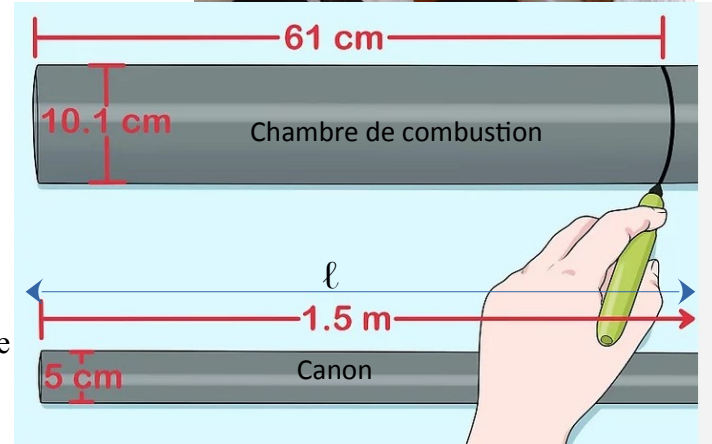
Les patators à combustion sont des armes à feu fabriquées pour tirer une balle ou plusieurs projectiles non métalliques. Ce sont donc des armes de catégorie C dont la détention est soumise à déclaration préfectorale et dont le port et le transport sont interdits sans motifs légitimes (Code de la sécurité intérieure, articles R312-1 à R312-6).



Les peines encourues pour leur détention, port ou transport irrégulier sont une peine de prison de 2 ans et une amende de 30 000 €.

Données de la modélisation

Voici des données issues du site [Wikihow](https://fr.wikihow.com/fabriquer-un-patator) :
<https://fr.wikihow.com/fabriquer-un-patator>

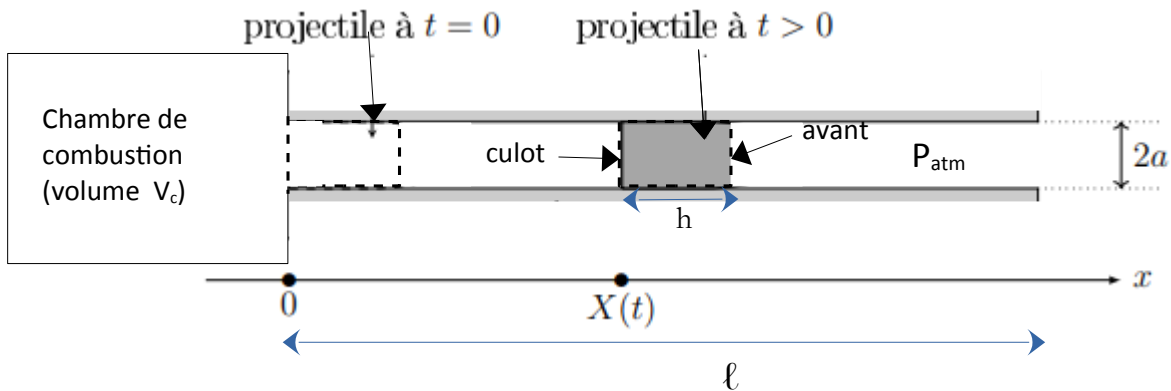


-Le canon, contient un projectile (en générale une pomme de terre), assimilé à un cylindre de masse $M= 150\text{g}$ et de diamètre égale à celui du canon

- Initialement on ajoute une masse $m_{\text{but}}= 0,05\text{g}$ de butane dans la chambre de combustion. Ce butane va subir une combustion. Il se transforme en un gaz des produits de combustion qui se mélange à l'air dans la chambre de combustion.
- On suppose que la quantité de matière des gaz de combustion est négligeable devant la quantité de matière d'air présente dans la chambre de combustion.
- Le pouvoir calorifique du butane est $P.C.= 49\text{ MJ/kg}$ cela signifie que la combustion d'un kg de butane libère 49 MJ.
- Constante des gaz parfaits : $R=8,314$ unité S.I
- volume molaire de l'air à 20°C : $V_{\text{m air}} = 22,4\text{ L.mol}^{-1}$
- pour l'air le coefficient de compressibilité adiabatique vaut $\gamma=1,4$
- on suppose que toute l'énergie de combustion est libérée sous la forme de chaleur. Cette chaleur est reçue par le système {air + gaz de combustion dans la chambre de combustion } pendant la combustion.

Problématique : déterminer la vitesse du projectile en sortie du canon puis la portée du canon

Modélisation



Hypothèses

- On néglige toute fuite des gaz vers l'extérieur, et on néglige la variation de quantité de matière causée par la combustion dans la chambre : la quantité de matière des gaz au niveau du culot du projectile reste donc constante égale à la quantité d'air initialement dans la chambre pendant toute la propulsion.
- On suppose que la pression à l'avant du projectile est toujours P_{atm}
- On suppose que le gaz est parfait
- On néglige les forces de pesanteur devant les forces pressantes, et donc aussi la réaction du support
- On néglige les frottements
- On suppose que pendant toute la combustion le projectile n'est pas encore en mouvement et le volume de gaz dans la chambre de combustion vaut $V_c = cste$
- Avant la combustion (à $t < 0$) la température dans la chambre de combustion est $T_0 = 20^\circ C$ et la pression vaut $P_{atm} = 1 \text{ bar}$

Q1 Calculer V_c à l'aide des données. En déduire la quantité de matière n du mélange {air + gaz de combustion dans la chambre de combustion} en négligeant les gaz de combustion.

Q2 En appliquant le premier principe au système {air+gaz dans la chambre de combustion} pendant la combustion, déterminer l'expression de la température T_1 à la fin de la combustion (donc à $t=0^+$)
On donnera l'expression en fonction de n , R , $P.C$, m_{but} , T_0 et γ (ici $\gamma = 1,4$)

Faire l'application numérique. Commenter

Q3 On suppose que la quantité de matière du système ne Déterminer la pression P_1 du système {air+gaz dans la chambre de combustion} à la fin de la combustion (donc à $t=0^+$)

On donnera le résultat en fonction de P_{atm} , T_1 et T_0 . Faire l'application numérique

à $t=0^+$ le projectile commence à se déplacer. à l'instant t le volume occupé par le système {air + gaz de combustion dans la chambre de combustion et dans le canon jusqu'au culot} est $V(t) = V_c + \pi a^2 X(t)$
a étant le rayon du canon.

Q4 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique appliqué au système { projectile } , montrer que la vitesse du projectile en sortie du canon est donnée par $v = \sqrt{2 \frac{W_{ptot}}{M}}$

Où W_{ptot} est le travail total des forces pressantes qui s'exercent sur le projectile (à l'avant et sur le culot)

Q5 Pour simplifier, on suppose que pendant toute la propulsion dans le canon , la température du système {air dans la chambre de combustion et dans le canon jusqu'au culot} reste constante. On suppose aussi la transformation mécaniquement réversible.

Déterminer l'expression du travail (notée W_1) des forces de pression reçu par le système { air dans la chambre de combustion et dans le canon jusqu'au culot} durant toute la propulsion en fonction de n , R , V_c , T_1 , a et ℓ . On négligera h devant la longueur du canon ℓ .

Q6 En déduire le travail mécanique des forces pressantes que le système { air dans la chambre de combustion et dans le canon jusqu'au culot} exerce sur le culot projectile . Déterminer enfin W_{ptot} en prenant aussi en compte le travail des forces pressantes que l'air à l'avant du projectile exerce sur le projectile.

Répondre à la problématique (on ne gardera qu'un seul chiffre significatif) . Commenter