

Problème 1

Q1)

Appareil photo	oeil
capteur CCD	rétine
objet / (lentille)	cristallin
diaphragme	Pupille

Q2) Lorsqu'il n'accomode pas l'oeil observe un objet à l'infini. A.N. (pour un oeil normal)

Relation de Conjugaison de Descartes $\frac{1}{O_1A'} - \frac{1}{O_1A_\infty} = V$

A' doit être sur la rétine donc $\overline{O_1A'} = 17\text{mm}$

et $\overline{O_1A_\infty} \rightarrow +\infty$ donc $\frac{1}{O_1A'} = V$

Application numérique: $V = \frac{1}{17 \times 10^{-3}} = 588$ (A.N.)

cristallin qui accomode.

Q3) Cristallin qui n'accomode pas: (V faible)

(V importante)

le cristallin devient plus convergent

L'objet le plus proche observable s'appelle: le punctum proximum (noté A_p)

Relation de Conjugaison: $\frac{1}{O_1A'} - \frac{1}{O_1A_p} = V_{pp}$

avec $\overline{O_1A'} = 17\text{mm}$ et $\overline{O_1A_p} = -25\text{cm}$

A.N. $V_{pp} = \frac{1}{17 \times 10^{-3}} + \frac{1}{25 \times 10^{-2}} = 635$

Q4) $V_{myope} = \frac{1}{O_1A'} - \frac{1}{O_1A_\infty}$ avec $\overline{O_1A'} = -1\text{m}$
A.N. $V_{myope} = 605$

Q5) Relation de conjugaison: $\frac{1}{O_1A'} - \frac{1}{O_1A_\infty} = V_{tot}$

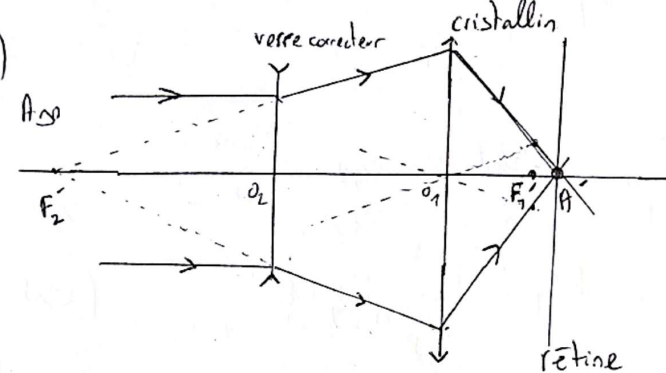
$$V_c + V_{myope} = \frac{1}{O_1A'} \Rightarrow V_c = \frac{1}{O_1A'} - V_{myope}$$

$$V_c = V - V_{myope}$$

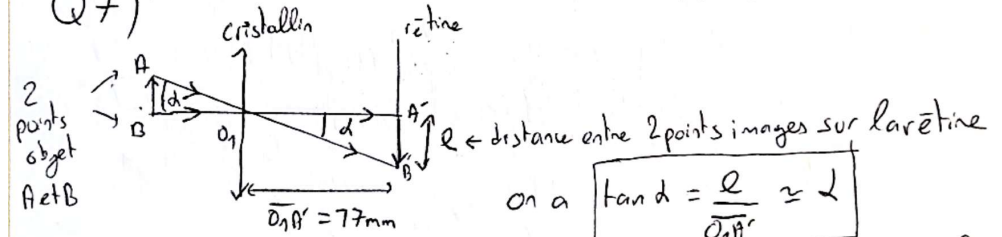
A.N. $V_c = -15$

$V_c < 0 \Rightarrow$ le verre est donc divergent

Q6)



Q7)



si la distance entre 2 points image est égale à la distance entre 2 cônes récepteur, alors on est dans le cas limite où $d =$ pouvoir séparateur (noté d_{min})

si $d < d_{min}$, on ne distingue plus A et B

estimons la distance entre 2 cônes (d_{min})

sur 1mm^2 il y a $\sigma = 2 \times 10^5$ cônes

$\therefore d_{min} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}}$

sur un carré de côté d_{min} il y a en moyenne 1 cône

$$d_{min}^2 \rightarrow 1 \Rightarrow d_{min}^2 = \frac{1\text{mm}^2}{2 \times 10^5}$$

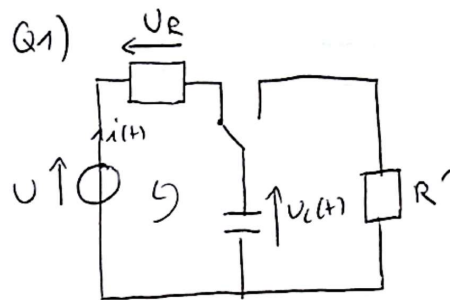
on utilise la densité de cône sur la rétine de surface S

soit $d_{min} = 22\mu\text{m}$

finalement $d_{min} = l_{min}$

Problème 2

Q1)



Q2) Loi des mailles dans G:

$$U = U_R + U_C$$

Relation tension courant pour C: $i = C \frac{dU_C}{dt}$

Loi d'Ohm pour R: $U_R = R i$

on a donc $U = R i + U_C$

$$\Leftrightarrow U = R C \frac{dU_C}{dt} + U_C$$

finalement $\frac{U}{\tau} = \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{\tau} U_C$ avec $\tau = RC$

τ s'exprime en s car il faut $[\frac{dU_C}{dt}] = [\frac{U_C}{\tau}]$ pour assurer l'homogénéité de l'équation

$$\text{donc } \frac{[U_C]}{[\tau]} = \frac{[U_C]}{[U_C]}$$

$$\text{soit } [\tau] = T$$

Q3) le condensateur est complètement déchargé à $t=0^-$

$$\text{donc } U_C(0^-) = 0$$

Comme la tension aux bornes du condensateur est continue

$$U_C(0^+) = U_C(0^-) = 0$$

Les solutions de l'équation différentielle sont de la forme:

$$U_C(t) = U_{CH}(t) + U_{CP}$$

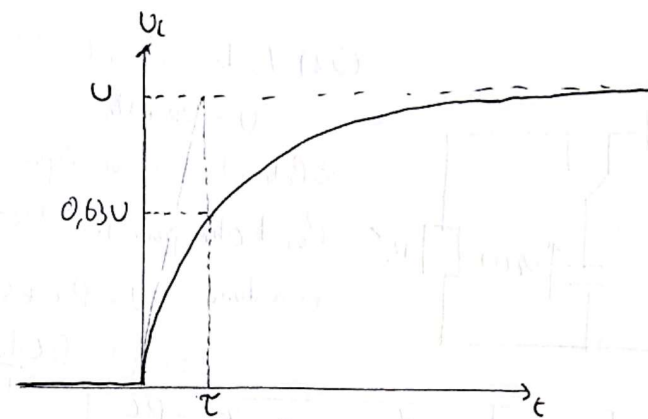
$$\text{solut}^\circ \text{ homogène: } U_{CH}(t) = \lambda e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow U_C(t) = \lambda e^{-\frac{t}{\tau}} + U$$

$$\text{solut}^\circ \text{ particulière } U_{CP} = U$$

$$\text{condition initiale } U_C(0^+) = 0 \Leftrightarrow \lambda + U = 0 \Rightarrow \lambda = -U$$

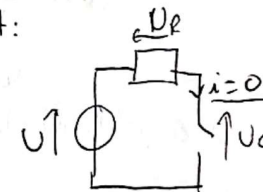
finalement $U_C(t) = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Q4



Q5) en régime permanent ($t \rightarrow +\infty$) le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert

schéma équivalent: quand $t \rightarrow +\infty$



Comme $U_R = R i$ et $i = 0$ on a $U_R = 0$

la loi des mailles donne

$$U = U_C + U_R$$

$$\text{On retrouve } U_C(t \rightarrow +\infty) = U$$

cohérent avec la forme de Q3 car $\lim_{t \rightarrow +\infty} U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U$

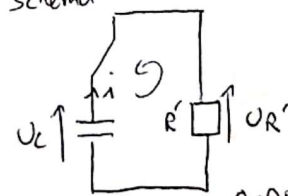
$$Q6) U_C(\Delta t) = 0,95U \Leftrightarrow U(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}) = 0,95U$$

$$\Leftrightarrow e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} = 0,05 \quad \text{ln}$$

$$\Leftrightarrow \Delta t = -\tau \ln(0,05)$$

$$\text{on trouve } \Delta t \approx 3\tau \approx 3RC$$

Q7) schéma



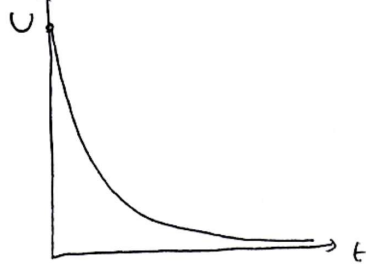
$$\text{LDM: } U_C = U_R' = R' i$$

$$\text{ici } i = -C \frac{dU_C}{dt} \quad (\text{convention générateur})$$

$$\text{donc } U_C(t) = -R' C \frac{dU_C}{dt}$$

$$\text{on pose } \tau = R' C \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{\tau} U_C = 0$$

Q7) suite



Q8) $U_c(\Delta t') = 0,05 U$

soit $\Delta t' \approx 3\tau'$

Q9) $\Delta t' = 3 R' C \Rightarrow C = \frac{\Delta t'}{3 R'}$

A.N $C = \frac{15 \times 10^{-3}}{3 \times 50} = 10^{-4} F$

Q10) L'énergie stockée dans le condensateur à l'instant t a pour expression:

$E_c(t) = \frac{1}{2} C U_c^2(t)$

à $t=0$ $E_c(0) = \frac{1}{2} C U^2$ à $t = \Delta t'$ on a $U_c(\Delta t') \approx 0$
donc $E_c(\Delta t') \approx 0$

L'énergie délivrée au patient est donc:

$E_c(0) - E_c(\Delta t') = \frac{1}{2} C U^2 \approx E_c(0)$

donc $U = \sqrt{\frac{2 E_c(0)}{C}}$ A.N $U = \sqrt{\frac{2 \times 200}{6 \times 10^{-5}}} = 2,010^3 V$

Q11) $i = C \frac{dU_c}{dt} = C \frac{d}{dt} \left(U \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right) = \frac{C}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} U = \frac{C \times U}{R C} e^{-\frac{t}{\tau}}$

Pour le circuit de charge

$i(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

La valeur la plus élevée correspond à $t=0$

$i_{max} = i(0) = \frac{U}{R}$

il faut $i_{max} < 2 \Leftrightarrow \frac{U}{R} < 2$

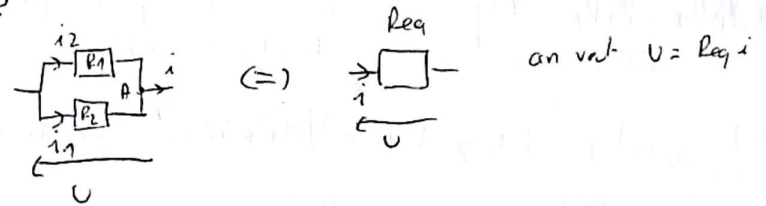
donc $R > \frac{U}{2}$ A.N $R_{min} = 10 k\Omega$

Le temps de charge est alors $\Delta t = 3 R_{min} C$

A.N $\Delta t = 0,3 s$ ce qui est largement acceptable

Problème 3

a)



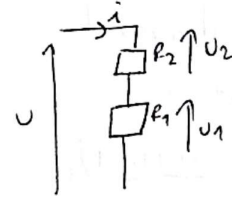
on a $U = R_2 i_2$ loi d'Ohm soit $i_2 = \frac{U}{R_2}$
 $U = R_1 i_1$ $i_1 = \frac{U}{R_1}$

la loi des nœuds en A donne:

$i = i_1 + i_2 \Leftrightarrow i = \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_1} \Leftrightarrow i = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow U = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} i$

Par identification avec $U = R_{eq} i$ on en déduit $R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2}$

b)



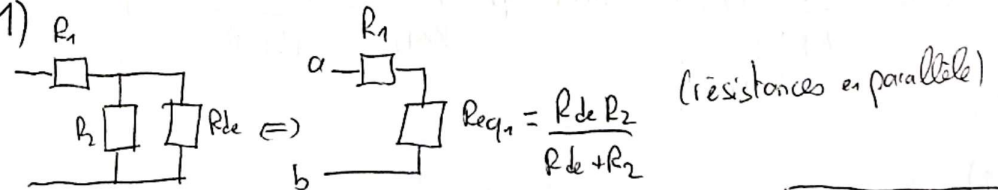
on a par additivité des tensions $U = U_1 + U_2$

la loi d'Ohm donne $U_1 = R_1 i$ (1)
 $U_2 = R_2 i$

ainsi $U = (R_1 + R_2) i \Rightarrow i = \frac{U}{R_1 + R_2}$ on réinjecte dans (1):

$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$

Q1)



(résistances en parallèle)

$R_{ab} = R_1 + R_{eq1}$

$R_{ab} = R_1 + \frac{R_{de} R_2}{R_{de} + R_2} \Rightarrow R_{ab} = R_1 + \frac{R_{de} R_2}{R_{de} + R_2}$

les résistances sont en série

Q2)

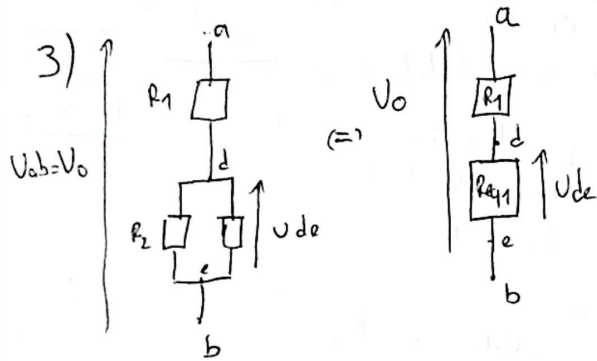
$R_{ab} \approx R_{de} \approx R_T$ on remplace dans le résultat précédent:

$R_T = R_1 + \frac{R_T \times R_2}{R_T + R_2} \Leftrightarrow (R_T + R_2) R_T = R_1 (R_T + R_2) + R_T R_2$
 $\Leftrightarrow R_T^2 + R_2 R_T = R_1 R_T + R_1 R_2 + R_T R_2$

$$\underline{R_T^2 - R_T R_1 - R_1 R_2 = 0} \quad \text{c'est une équation polynomiale d'ordre 2 en } R_T$$

Les solutions sont: $R_{Ta} = \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + 4R_1 R_2}}{2}$ et $R_{Tb} = \frac{R_1 - \sqrt{R_1^2 + 4R_1 R_2}}{2}$

on ne garde que la solution positive car une résistance est positive on trouve bien $R_T = \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + 4R_1 R_2}}{2}$



Les résistances sont en série on applique le pont diviseur de tension

$$U_{de} = \frac{R_{eq1}}{R_1 + R_{eq1}} U_0$$

$$\text{avec } R_{eq1} = \frac{R_{de} R_2}{R_{de} + R_2} \approx \frac{R_T R_2}{R_T + R_2}$$

$$U_{de} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_{eq1}}} U_0$$

$$\text{donc } \beta = \frac{R_1}{R_{eq1}} = \frac{(R_T + R_2) R_1}{R_T R_2}$$

4) si on rajoute une cellule à la suite, U_{de} joue le rôle de $U_{ab} = U_0$ on multiplie par $\frac{1}{1+\beta}$ la tension on a donc après n cellules:

$$U_n = \left(\frac{1}{1+\beta} \right)^n U_0$$

Q5) A.N $R_T = 19,8 M\Omega$ $\beta = 1,8 \cdot 10^{-2}$ $n = \frac{\text{distance}}{\text{longueur d'une cellule}}$
 $n = \frac{2 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-6}} = 200$

$$\text{atténuation} = 1 - \frac{\text{tension au bout de l'axe}}{\text{tension au début}} = 1 - \frac{U_{200}}{U_0} \approx 97\%$$

Il ne reste que 3% de l'amplitude initiale au bout de 2 mn!
 l'axe ne transporte pas efficacement la tension (l'influx nerveux)