

Transmission de puissance

N. Mesnier

Lycée Jean Perrin, Lyon

2023–2024

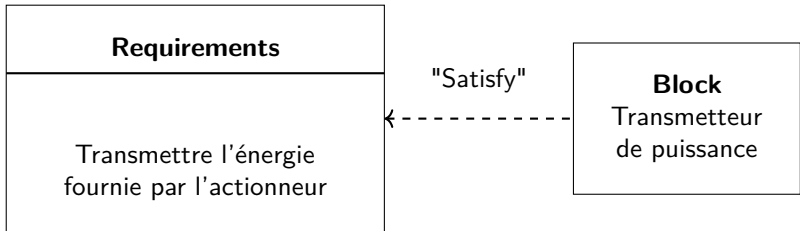
Plan du cours

- 1 Introduction
- 2 Adaptateurs de fréquence de rotation
 - Engrenages
 - Trains épicycloïdaux
 - Trains sphériques, différentiel
 - Liens flexibles
- 3 Accouplements
- 4 Transformateurs de mouvement
 - Mécanisme bielle/manivelle
 - Mécanisme vis/écrou



Introduction

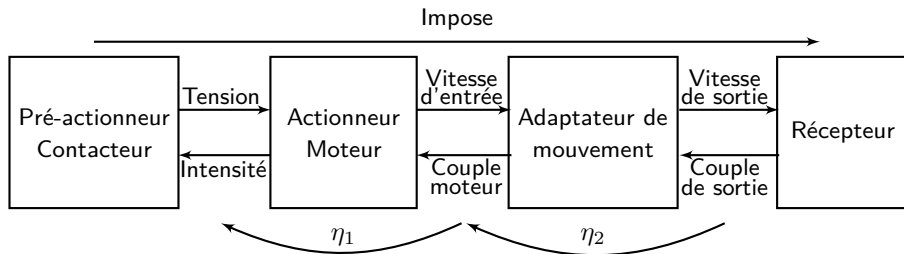
Transmetteur de puissance



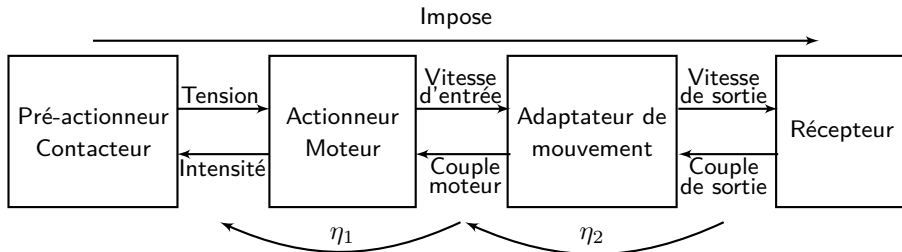


Adaptateurs de fréquence de rotation

Adaptateurs de fréquence de rotation



Adaptateurs de fréquence de rotation



Les principaux moyens utilisés sont :



Réducteurs à engrenage

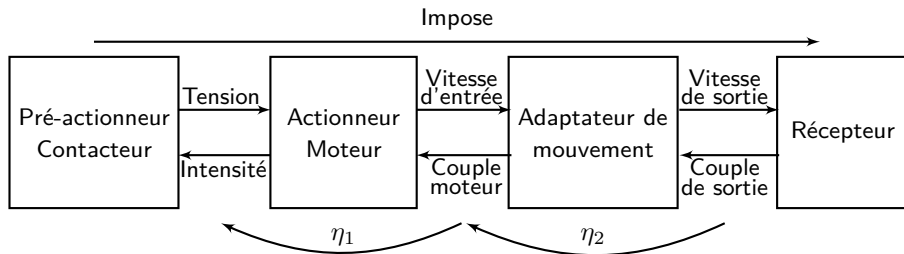


Réducteurs poulies-courroie



Réducteurs pignons-chaîne

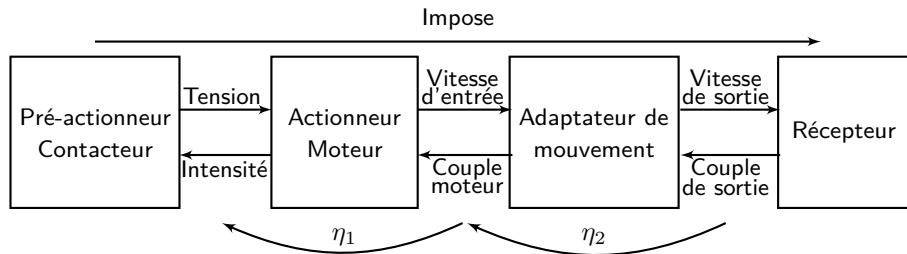
Adaptateurs de fréquence de rotation



Rendement :

$$\eta_i = \frac{\mathcal{P}_{\text{sortie}}}{\mathcal{P}_{\text{entrée}}} < 1$$

Adaptateurs de fréquence de rotation



$$\text{rendement de l'adaptateur : } \eta_2 = \frac{C_s \omega_s}{C_m \omega_m}$$

$$\text{rendement du moteur : } \eta_1 = \frac{C_m \omega_m}{UI}$$

$$\text{rendement total : } \eta = \eta_1 \eta_2 = \frac{C_s \omega_s}{UI}$$

Rapport de transmission, de réduction...

Définition (Rapport de transmission)

Le rapport de transmission est défini comme étant le quotient de la vitesse angulaire de l'arbre d'entrée ω_e par celle de l'arbre de sortie ω_s du système transmetteur de puissance ; soit :

$$i = \frac{\omega_e}{\omega_s}$$

On utilise aussi son inverse :

$$r = \frac{1}{i} = \frac{\omega_s}{\omega_e}$$

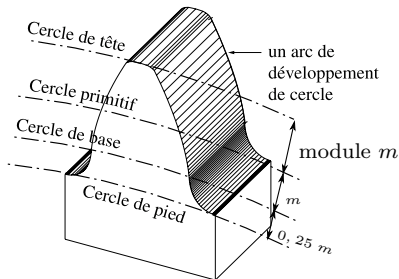
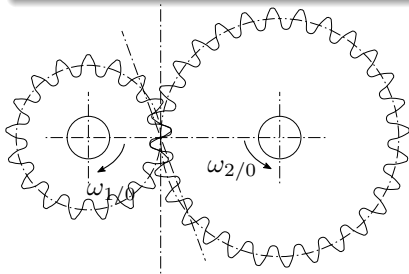
appelé :

- rapport de réduction si $|r| < 1$, ce qui est le cas des réducteurs de vitesses où $|\omega_s| < |\omega_e|$;
- rapport de multiplication si $|r| > 1$, ce qui est le cas des multiplicateurs de vitesses où $|\omega_s| > |\omega_e|$.

Engrenages

Définition (Engrenage)

Ensemble de 2 roues dentées complémentaires permettant de transmettre une puissance d'un arbre en rotation à un autre.



Rapport de transmission :

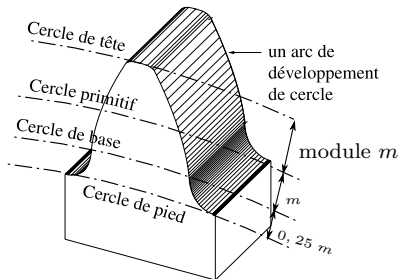
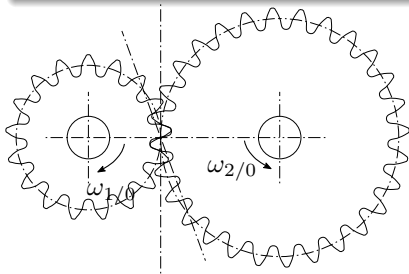
$$i = \frac{\omega_{1/0}}{\omega_{2/0}}$$

► animation

Engrenages

Définition (Engrenage)

Ensemble de 2 roues dentées complémentaires permettant de transmettre une puissance d'un arbre en rotation à un autre.



2 roues qui engrènent ont même **module** m (caractéristique de taille, en mm)
Diamètre primitif d fonction du nombre de dents Z :

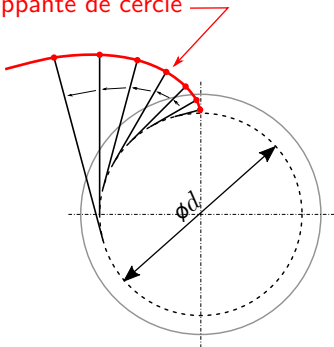
$$d = m Z$$

Engrenages

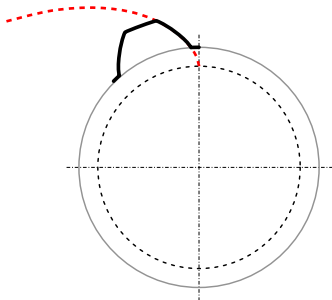
Définition (Développante de cercle)

On appelle développante de cercle (de base d) la courbe décrite par une ficelle qui se déroule d'un cercle de diamètre d .

Développante de cercle



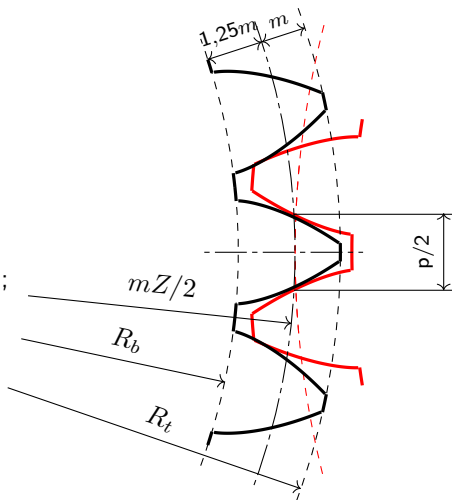
Profil d'une dent



Engrenages

Caractéristiques d'une roue dentée :

- m module ;
- Z nombre de dents ;
- $d = mZ$ diamètre primitif ;
- $R_b = d/2 - 1,25m$ rayon de base ;
- $R_t = d/2 + m$ rayon de tête ;
- $p = 2d \sin\left(\frac{\pi}{2Z}\right)$ pas.



Engrenages

■ Types de roues dentées



Pignon



Couronne



à denture droite

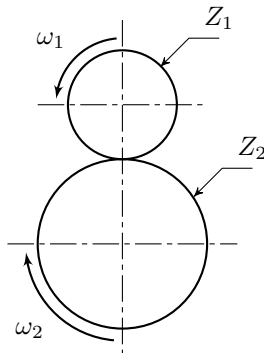


à denture hélicoïdale



à denture en chevrons

■ Réducteur à engrenage parallèle à contact extérieur

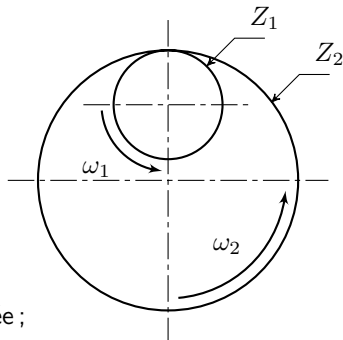


Rapport de transmission :

- Z_1 le nombre de dents du pignon d'entrée ;
- Z_2 le nombre de dents du pignon de sortie ;

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

■ Réducteur à engrenage parallèle à contact intérieur

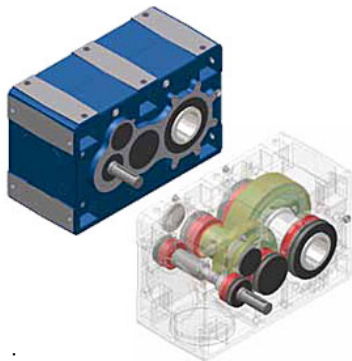


Rapport de transmission :

- Z_1 le nombre de dents du pignon d'entrée ;
- Z_2 le nombre de dents de la couronne de sortie ;

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = + \frac{Z_2}{Z_1}$$

■ Réducteur à engrenages parallèles



Rapport de transmission :

$$i = (-1)^n \frac{\prod Z_{\text{menées}}}{\prod Z_{\text{menantes}}}$$

n : nombre de contacts extérieurs.

■ Engrenage à pignons coniques



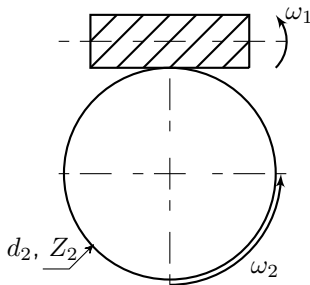
Rapport de transmission :

- Z_1 le nombre de dents du pignon d'entrée ;
- Z_2 le nombre de dents du pignon de sortie ;

$$|i| = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

► animation

■ Roue et vis sans fin



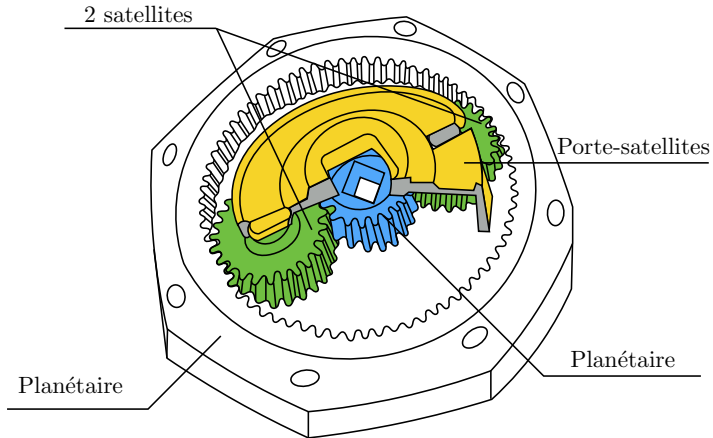
Rapport de transmission :

- Z_1 le nombre de filets de la vis en entrée ;
- Z_2 le nombre de dents de la roue ;

$$|i| = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

► animation

Trains épicycloïdaux

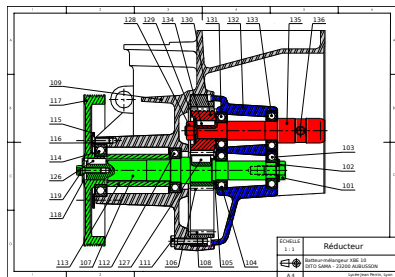


► animation

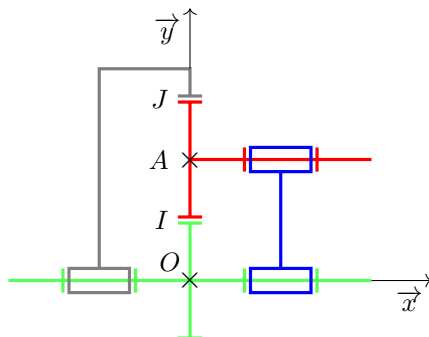
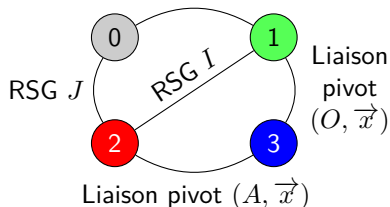
► animation

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10



Liaison pivot ($O, \vec{x}$)



$$\overrightarrow{OI} = R_1 \vec{y}$$

$$\overrightarrow{AJ} = R_2 \vec{y}$$

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

■ Détermination des vitesses de rotation

- $\omega_{2/3}$ en fonction de $\omega_{1/0}$;
- $\omega_{3/0}$ en fonction de $\omega_{1/0}$.

2 méthodes possibles :

① méthode rigoureuse

conditions de RSG + composition, résolution

② méthode « intuitive »

référentiel pour avoir un train simple + composition
~ formule de Willis

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

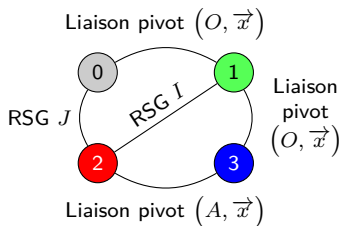
Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{0}$;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{0}$;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG
(sans autre RSG).



$$\overrightarrow{0} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}}$$

$$\overrightarrow{0} = \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points
à partir des formes canoniques des torseurs.

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

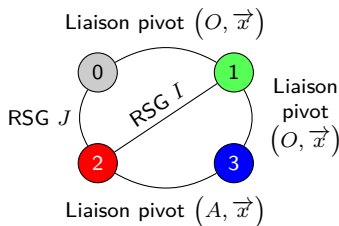
Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{0}$;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{0}$;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG
(sans autre RSG).



$$\overrightarrow{0} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}}$$

$$\overrightarrow{0} = \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points
à partir des formes canoniques des torseurs.

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

Méthode rigoureuse

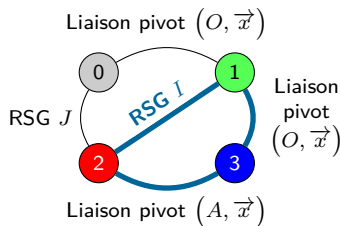
- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{0}$;

- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{0}$;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG
(sans autre RSG).



$$\overrightarrow{0} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}}$$

$$\overrightarrow{0} = \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points
à partir des formes canoniques des torseurs.

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

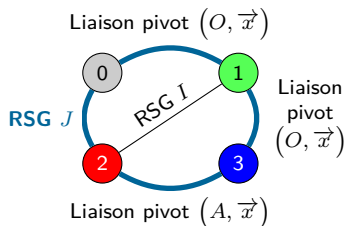
Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{0}$;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{0}$;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG
(sans autre RSG).



$$\begin{aligned}\overrightarrow{0} &= \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}} \\ \overrightarrow{0} &= \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}\end{aligned}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points
à partir des formes canoniques des torseurs.

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

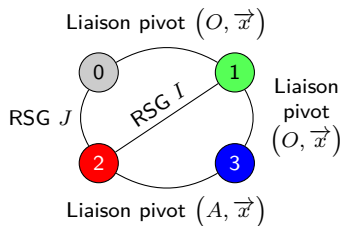
Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{0}$;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{0}$;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG
(sans autre RSG).



$$\begin{aligned}\overrightarrow{0} &= \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}} \\ \overrightarrow{0} &= \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}\end{aligned}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points
à partir des formes canoniques des torseurs.

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

- Torseurs cinématiques

$$\forall M \in (O, \vec{x}), \quad \{\mathcal{V}_{1/0}\} = {}_M \begin{Bmatrix} \omega_{1/0} \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}, \quad \{\mathcal{V}_{3/1}\} = {}_M \begin{Bmatrix} \omega_{3/1} \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\forall M \in (A, \vec{x}), \quad \{\mathcal{V}_{2/3}\} = {}_M \begin{Bmatrix} \omega_{2/3} \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

- Calcul des vitesses par changement de point

$$\overrightarrow{V_{I,2/3}} = \overrightarrow{V_{A,2/3}} + \overrightarrow{\Omega_{2/3}} \wedge \overrightarrow{AI} = -\omega_{2/3} R_2 \vec{z}$$

$$\overrightarrow{V_{I,3/1}} = \overrightarrow{V_{O,3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{OI} = \omega_{3/1} R_1 \vec{z}$$

$$\overrightarrow{V_{J,2/3}} = \overrightarrow{V_{A,2/3}} + \overrightarrow{\Omega_{2/3}} \wedge \overrightarrow{AJ} = \omega_{2/3} R_2 \vec{z}$$

$$\overrightarrow{V_{J,3/1}} = \overrightarrow{V_{O,3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{OJ} = \omega_{3/1} (R_1 + 2R_2) \vec{z}$$

$$\overrightarrow{V_{J,1/0}} = \overrightarrow{V_{O,1/0}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{OJ} = \omega_{1/0} (R_1 + 2R_2) \vec{z}$$

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

Il vient alors le système :

$$\begin{cases} \omega_{2/3} R_2 = \omega_{3/1} R_1 \\ \omega_{2/3} R_2 = -(\omega_{3/1} + \omega_{1/0}) (R_1 + 2R_2) \end{cases}$$

Par composition des taux de rotation :

$$\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \overrightarrow{\Omega_{3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = (\omega_{3/1} + \omega_{1/0}) \vec{x} \iff \omega_{3/1} = \omega_{3/0} - \omega_{1/0}$$

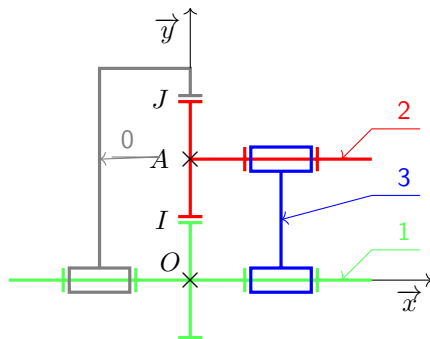
puis par substitution, il vient alors :

$$\begin{aligned} \omega_{3/0} &= \frac{R_1}{2(R_2 + R_1)} \omega_{1/0} \\ \omega_{2/3} &= \frac{-R_1}{R_2} \left(\frac{R_1 + 2R_2}{2(R_2 + R_1)} \right) \omega_{1/0} \end{aligned}$$

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

Méthode « intuitive »

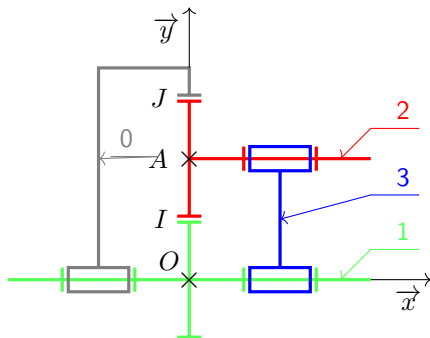


i On prend le porte-satellite 3 comme référentiel

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

Méthode « intuitive »



Par rapport au porte-satellite (2 trains simples) :

$$\frac{\omega_{2/3}}{\omega_{1/3}} = \frac{-R_1}{R_2} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_{0/3}}{\omega_{2/3}} = \frac{R_2}{R_1 + 2R_2}$$

Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

Il vient alors :

$$\omega_{2/3} = \frac{-R_1}{R_2} \omega_{1/3} \quad \text{et} \quad \omega_{0/3} = \frac{R_2}{R_1 + 2R_2} \omega_{2/3}$$

Par substitution :

$$\omega_{0/3} = \frac{-R_1}{R_1 + 2R_2} \omega_{1/3}$$

Par composition des taux de rotations colinéaires, on a :

$$\overrightarrow{\Omega}_{1/3} = \omega_{1/3} \overrightarrow{x} = \overrightarrow{\Omega}_{1/0} - \overrightarrow{\Omega}_{3/0} = (\omega_{1/0} - \omega_{3/0}) \overrightarrow{x} \iff \omega_{1/3} = \omega_{1/0} - \omega_{3/0}$$

on retrouve les mêmes résultats :

$$\begin{aligned} \omega_{3/0} &= \frac{R_1}{2(R_2 + R_1)} \omega_{1/0} \\ \omega_{2/3} &= \frac{-R_1}{R_2} \left(\frac{R_1 + 2R_2}{2(R_2 + R_1)} \right) \omega_{1/0} \end{aligned}$$

Trains épicycloïdaux

- ① porte-satellite (PS) comme référentiel

$$\frac{\omega_{T/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_T}, \quad \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{T/PS}} = \frac{Z_T}{Z_E + 2Z_T}$$

- ② raison basique du train épicycloïdal

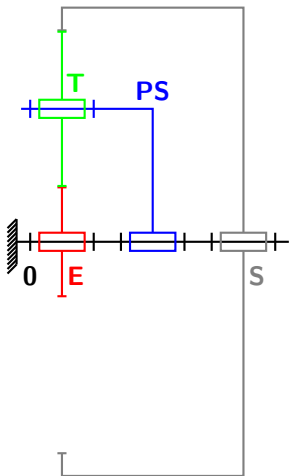
$$\lambda = \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_E + 2Z_T}$$

- ③ composition des taux de rotation colinéaires

$$\begin{cases} \omega_{S/PS} = \omega_{S/0} - \omega_{PS/0} \\ \omega_{E/PS} = \omega_{E/0} - \omega_{PS/0} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{PS/0}}$$

- ④ formule de Willis

$$\omega_{S/0} - \lambda \omega_{E/0} + (\lambda - 1) \omega_{PS/0} = 0$$



Trains épicycloïdaux

- ① porte-satellite (PS) comme référentiel

$$\frac{\omega_{T/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_T}, \quad \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{T/PS}} = \frac{Z_T}{Z_E + 2Z_T}$$

- ② raison basique du train épicycloïdal

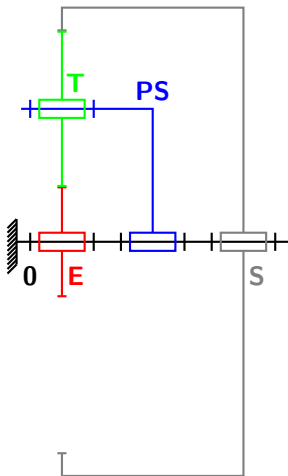
$$\lambda = \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_E + 2Z_T}$$

- ③ composition des taux de rotation colinéaires

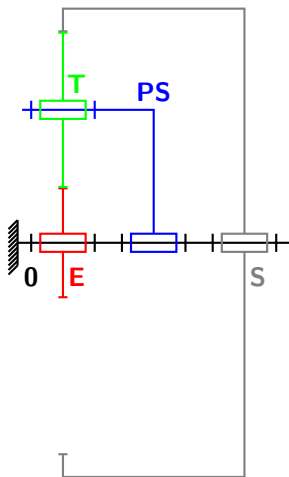
$$\begin{cases} \omega_{S/PS} = \omega_{S/0} - \omega_{PS/0} \\ \omega_{E/PS} = \omega_{E/0} - \omega_{PS/0} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{PS/0}}$$

- ④ formule de Willis

$$\omega_{S/0} - \lambda \omega_{E/0} + (\lambda - 1) \omega_{PS/0} = 0$$



Trains épicycloïdaux



- ❶ porte-satellite (PS) comme référentiel

$$\frac{\omega_{T/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_T}, \quad \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{T/PS}} = \frac{Z_T}{Z_E + 2Z_T}$$

- ❷ raison basique du train épicycloïdal

$$\lambda = \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_E + 2Z_T}$$

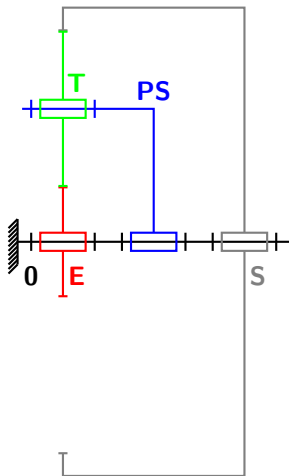
- ❸ composition des taux de rotation colinéaires

$$\begin{cases} \omega_{S/PS} = \omega_{S/0} - \omega_{PS/0} \\ \omega_{E/PS} = \omega_{E/0} - \omega_{PS/0} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{PS/0}}$$

- ❹ formule de Willis

$$\omega_{S/0} - \lambda \omega_{E/0} + (\lambda - 1) \omega_{PS/0} = 0$$

Trains épicycloïdaux



- ❶ porte-satellite (PS) comme référentiel

$$\frac{\omega_{T/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_T}, \quad \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{T/PS}} = \frac{Z_T}{Z_E + 2Z_T}$$

- ❷ raison basique du train épicycloïdal

$$\lambda = \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_E + 2Z_T}$$

- ❸ composition des taux de rotation colinéaires

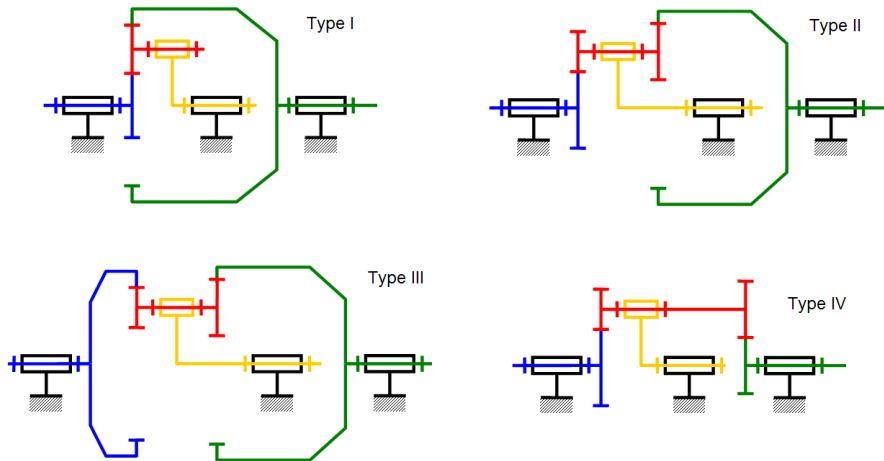
$$\begin{cases} \omega_{S/PS} = \omega_{S/0} - \omega_{PS/0} \\ \omega_{E/PS} = \omega_{E/0} - \omega_{PS/0} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{PS/0}}$$

- ❹ formule de Willis

$$\omega_{S/0} - \lambda \omega_{E/0} + (\lambda - 1) \omega_{PS/0} = 0$$

Trains épicycloïdaux

■ Types de trains épicycloïdaux



Trains sphériques

Définition (Train sphérique)

On appelle train épicycloïdal sphérique ou train sphérique tout train épicycloïdal dont l'axe de l'engrenage satellite n'est pas parallèle à l'axe principal des planétaires. Les axes sont donc concourants.

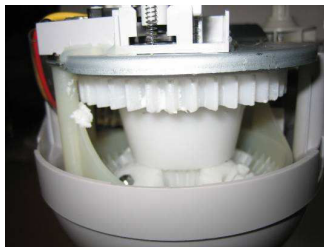
Trains sphériques

Définition (Train sphérique)

On appelle train épicycloïdal sphérique ou train sphérique tout train épicycloïdal dont l'axe de l'engrenage satellite n'est pas parallèle à l'axe principal des planétaires. Les axes sont donc concourants.



Robot Kenwood KM262

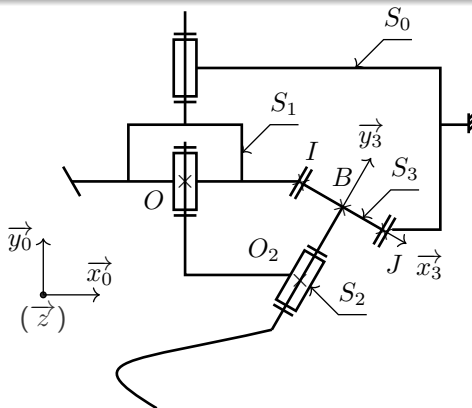


Zoom sur le train sphérique

Trains sphériques

Définition (Train sphérique)

On appelle train épicycloïdal sphérique ou train sphérique tout train épicycloïdal dont l'axe de l'engrenage satellite n'est pas parallèle à l'axe principal des planétaires. Les axes sont donc concourants.



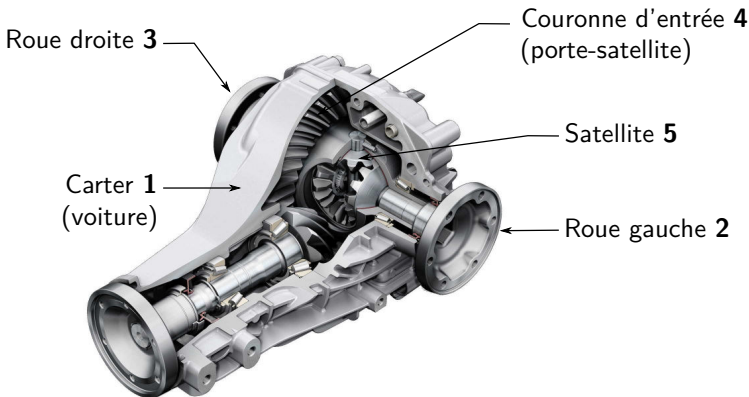
Définition (Différentiel)

Un différentiel est un train sphérique pour lequel les axes des planétaires et du satellite sont orthogonaux.

Différentiel

Définition (Différentiel)

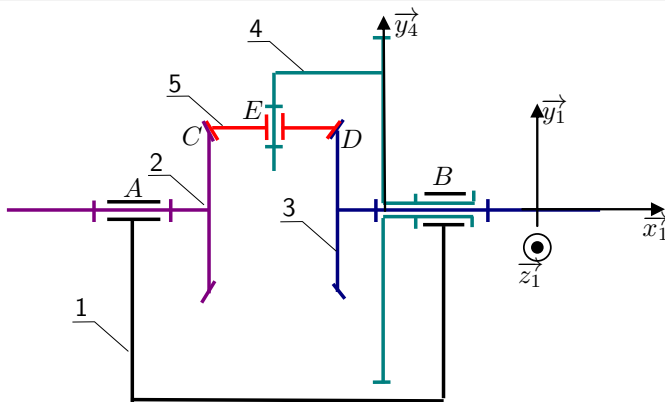
Un différentiel est un train sphérique pour lequel les axes des planétaires et du satellite sont orthogonaux.



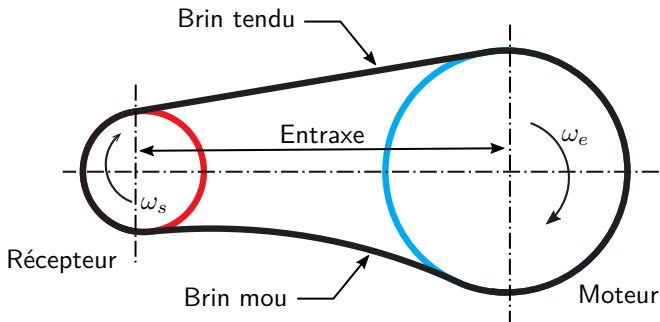
Différentiel

Définition (Différentiel)

Un différentiel est un train sphérique pour lequel les axes des planétaires et du satellite sont orthogonaux.



Liens flexibles



Rapport de transmission :

$$i = \frac{\omega_e}{\omega_s} = \frac{d_s}{d_e}$$

Liens flexibles



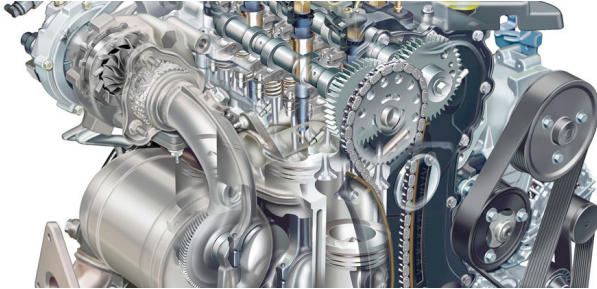
Transmission par courroie crantée

► animation



Chaine reliant deux arbres à cames

► animation



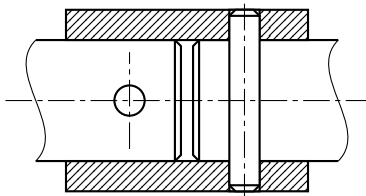
Moteur Renault-Nissan M9R (avec chaîne et courroie)



Accouplements

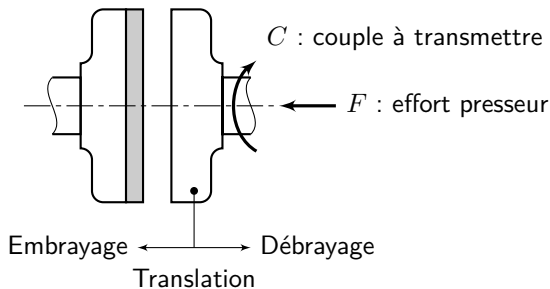
Accouplements

- ① Accouplement permanent (liaison complète)
- ② Accouplement temporaire (embrayages et freins)



Accouplements

- ① Accouplement permanent (liaison complète)
- ② Accouplement temporaire (embrayages et freins)



Accouplements homocinétiques



Joint Rzeppa



Joint de Oldham

▶ animation

▶ vidéo



Joint tripode

homocinétique $\iff$ mêmes vitesses de rotation

Accouplements homocinétiques



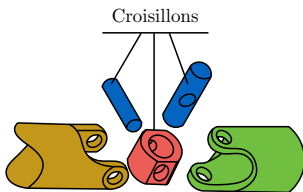
Joint Rzeppa



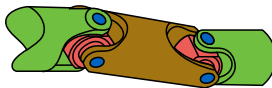
Joint de Oldham



Joint tripode



Joint de cardan



Double joint de cardan

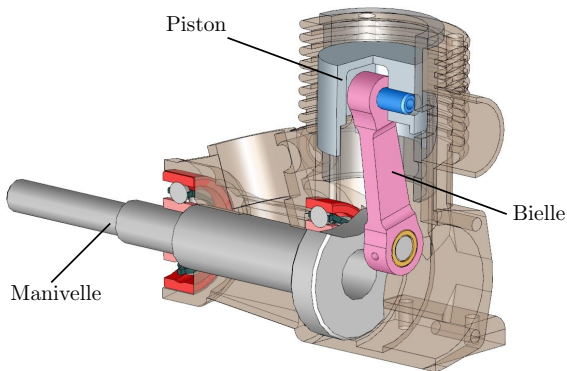
► Joint Cardan

► Double joint de Cardan



Transformateurs de mouvement

Mécanisme bielle/manivelle



► animation

► compresseur

Mécanisme vis/écrou



Caractérisé par son **nombre de filets** et son **pas** p en mm (implicitement par tour) tel que le déplacement axial x soit lié à la variation d'angle θ selon

$$x(t) = \frac{p}{2\pi} \theta(t) \implies \dot{x}(t) = \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}(t)$$

► Vis à billes

Mécanisme pignon/crémaillère

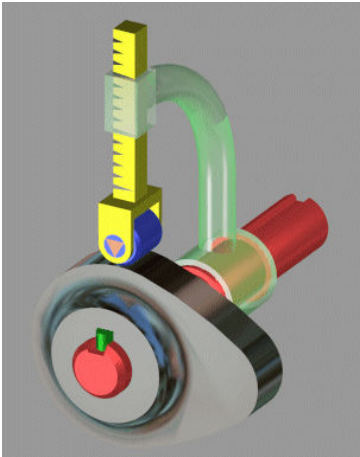


Le déplacement linéaire de la crémaillère x est lié au déplacement angulaire de la roue θ par la relation :

$$x(t) = R \theta(t) \implies \dot{x}(t) = R \dot{\theta}(t)$$

► animation

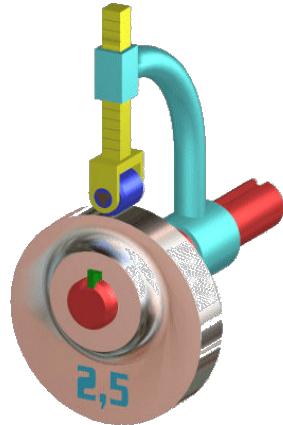
Mécanisme à came ou excentrique



Système à came

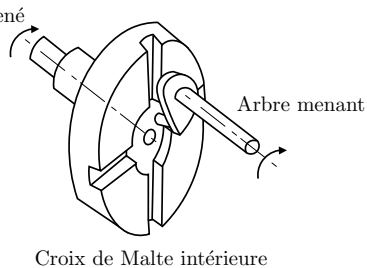
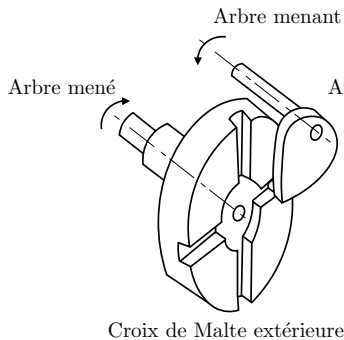
► animation

► animation



Système à excentrique

Mécanisme à croix de Malte



► à 4 rainures

► à 5 rainures



N. Mesnier, lycée Jean Perrin, Lyon