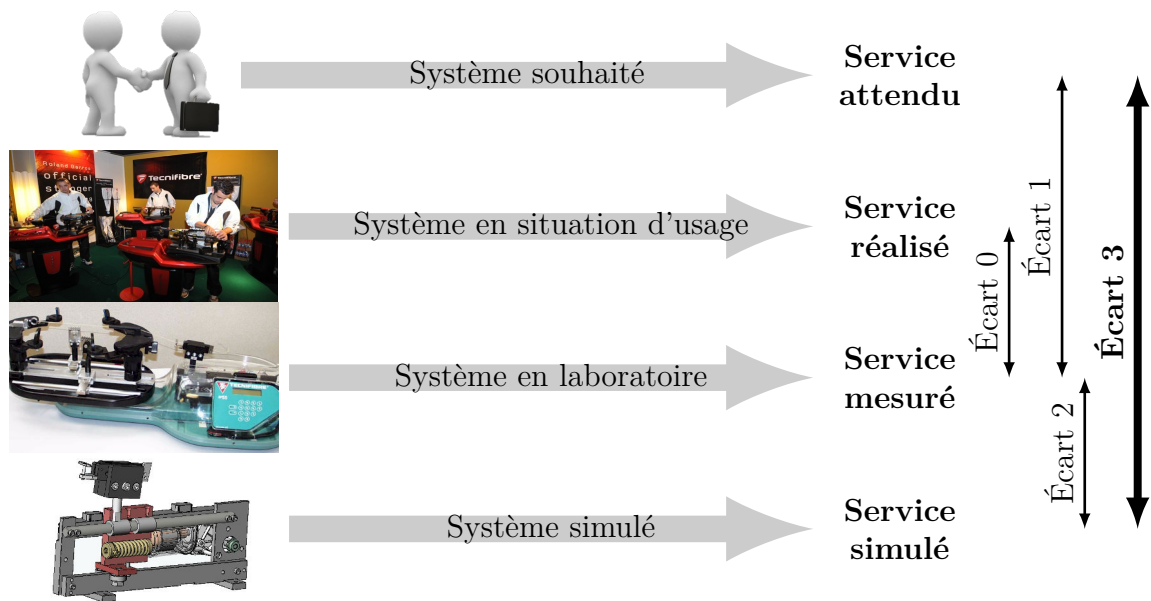


# Modélisation des actions mécaniques

— *TDs* —



**Écart 0** – évalue la fiabilité et la fidélité du système de laboratoire didactisé par rapport au système réel. Il répond aux questions « le système de laboratoire est-il représentatif du système réel ? Permet-il de l'étudier de manière fiable ? »

**Écart 1** – évalue le respect du CDCF par le système réel sur prototype instrumenté en laboratoire. Il répond à la question « le système réalisé, répond-il au CDCF ? ».

**Écart 2** – évalue la fiabilité du modèle et de ses hypothèses. Il répond à la question « le modèle est-il correct ? ».

**Écart 3** – évalue, en phase de conception, le respect du CDCF à partir d'un modèle simulé. Il répond à la question « le modèle du système satisfait-il les exigences du CDCF ? ».

*Activités de TD*

## Exercices

Exercice 1 – Dimensionnement d’un palier lisse .....	3
Exercice 2 – Abri à deux roues .....	5
Exercice 3 – Dimensionnement de clavette .....	7
Exercice 4 – Barrage du Mont-Saint-Michel .....	9
Exercice 5 – Voilier Alcyone .....	13
Exercice 6 – Barrière de Tamise .....	15
Exercice 7 – Carburateur .....	17
Exercice 8 – Assemblage par frettage .....	19
Exercice 9 – Système de freinage d’un TGV Duplex .....	21



Nicolas Mesnier, lycée Jean Perrin, Lyon  
Compléments & mises à jour sur le site des PCSI  
<https://cahier-de-prepa.fr/pcsi-perrin>

— Version du 16 février 2025 —

## Dimensionnement d'un palier lisse

### Objectif

Dimensionner un palier lisse en fonction de deux modèles de répartition de pression.

Les paliers lisses sont des éléments standards permettant de réaliser une liaison pivot. Ils sont réalisés avec ou sans collerette. Lorsque les dimensions du palier sont réalisées par le fabricant (utilisation d'un palier du commerce), le concepteur de la liaison n'a qu'à choisir les tolérances des pièces qu'il conçoit : ici  $\varnothing D$  H7 pour l'alésage, et  $\varnothing d$  f7 pour l'arbre (figure 1.1). Suivant le régime de fonctionnement, les paliers lisses se dimensionnent par les facteurs illustrés figure 1.2.

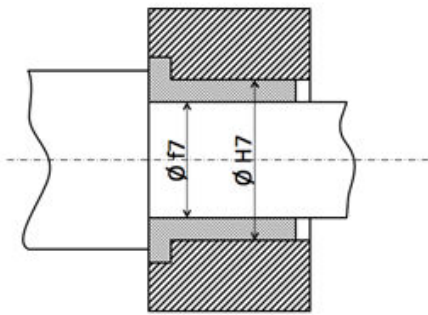


FIGURE 1.1 – Cotation d'une liaison avec palier lisse.

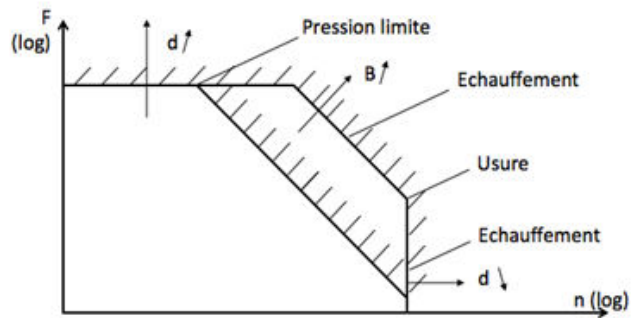
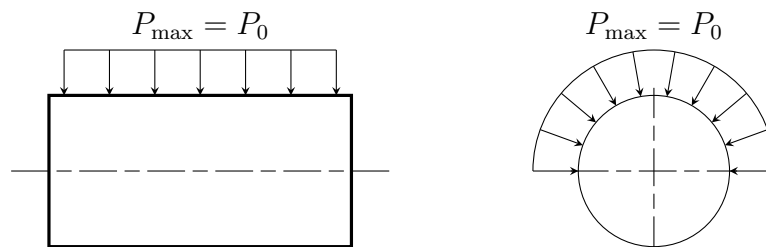


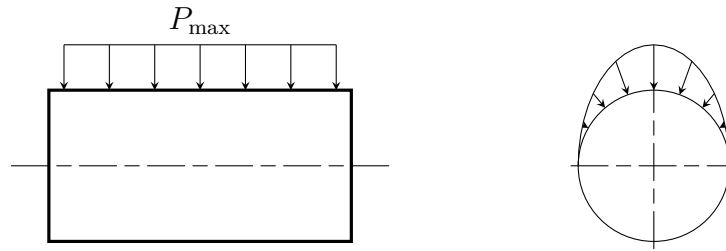
FIGURE 1.2 – Critères de dimensionnement d'un palier lisse.

Quand on demande de dimensionner un palier lisse, dont le diamètre intérieur est imposé par les dimensions de l'arbre à guider, il s'agit de calculer sa longueur  $B$  telle que la pression maximale engendrée par l'effort auquel il est soumis soit qualifiée d'admissible. Or pour la pression maximum appliquée sur le palier lisse, il est nécessaire de faire des hypothèses sur la répartition de pression sur le palier lisse. On considère généralement un des deux modèles :

1. Répartition uniforme de pression (cas des paliers lisses neufs)



2. Répartition sinusoïdale de pression (cas des paliers lisses usés où la pression est considérée proportionnelle à la déformation du palier).



Pour ces deux hypothèses, les contacts cylindre-cylindre sont supposés sans jeu.

**Question 1.1.** Pour les deux modèles de répartition de pression proposés, calculer la pression maximale en fonction de l'effort global supporté par le palier.

**Question 1.2.** La seconde hypothèse est évidemment plus proche de la pression réelle. Les constructeurs préconisent néanmoins d'utiliser une répartition uniforme. Quelle erreur fait-on entre les deux cas ?

Un extrait de catalogue constructeur est donné figure 1.3.

Dimensions				Basic load ratings			Mass	Designations	POM composite	
d	D	B	M <sup>1)</sup> min	c <sub>1</sub> min	c <sub>2</sub> min	C dynamic	C <sub>0</sub> static	Straight bushing of PTFE composite		
mm				kN			g	-		
10	12	8	-	0,1	0,2	6,4	20	2,0	PCM 101208 E	-
	12	10	-	0,1	0,2	8	25	2,5	PCM 101210 E	-
	12	10	3	0,1	0,2	12	25	1,9	-	PCM 101210 M
	12	12	-	0,1	0,2	9,65	30	3,0	PCM 101212 E	-
	12	12	3	0,1	0,2	14,3	30	2,3	-	PCM 101212 M
	12	15	-	0,1	0,2	12	37,5	3,8	PCM 101215 E	-
	12	15	3	0,1	0,2	18	37,5	2,9	-	PCM 101215 M
	12	20	-	0,1	0,2	16	50	5,1	PCM 101220 E	-
12	20	3	0,1	0,2	24	50	3,9	-	PCM 101220 M	
12	14	8	-	0,1	0,2	7,65	24	2,4	PCM 121408 E	-
	14	10	-	0,1	0,2	9,65	30	3,0	PCM 121410 E	-
	14	10	-	0,1	0,2	14,3	30	2,3	-	PCM 121410 M
	14	12	-	0,1	0,2	11,6	36	3,6	PCM 121412 E	-
	14	12	3	0,1	0,2	17,3	36	2,8	-	PCM 121412 M
	14	15	-	0,1	0,2	14,3	45	4,5	PCM 121415 E	-
	14	15	3	0,1	0,2	21,6	45	3,5	-	PCM 121415 M
	14	20	-	0,1	0,2	19,3	60	6,0	PCM 121420 E	-
	14	20	3	0,1	0,2	29	60	4,6	-	PCM 121420 M
	14	25	-	0,1	0,2	24	75	7,6	PCM 121425 E	-
	14	25	3	0,1	0,2	36	75	5,8	-	PCM 121425 M

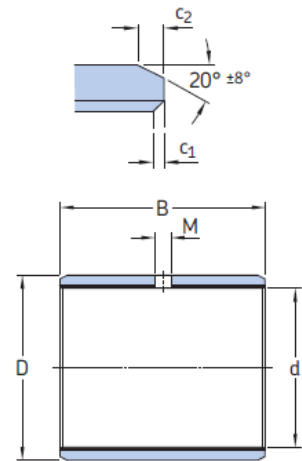


FIGURE 1.3 – Extrait de catalogue constructeur.

**Question 1.3.** Dimensionner le palier lisse supportant une charge de 1 000 N monté sur un arbre de diamètre  $\varnothing 10$  mm tournant à 500 tr/min. On donne  $(pV)_{max} = 1,8$  avec  $p$  en  $N \cdot mm^{-2}$  et  $V$  en  $m \cdot s^{-1}$ .

## Abri à deux roues

### Objectif

Dimensionner un abri à deux roues soumis à la pesanteur et à un vent horizontal.



L'étude porte sur la modélisation des actions exercées par le milieu ambiant sur la toiture d'un type d'abri à deux roues de forme cylindrique. Les actions retenues dans cette étude sont celles exercées :

- par la pesanteur ;
- par le vent.

La modélisation et le paramétrage de l'abri sont donnés figure 2.1.

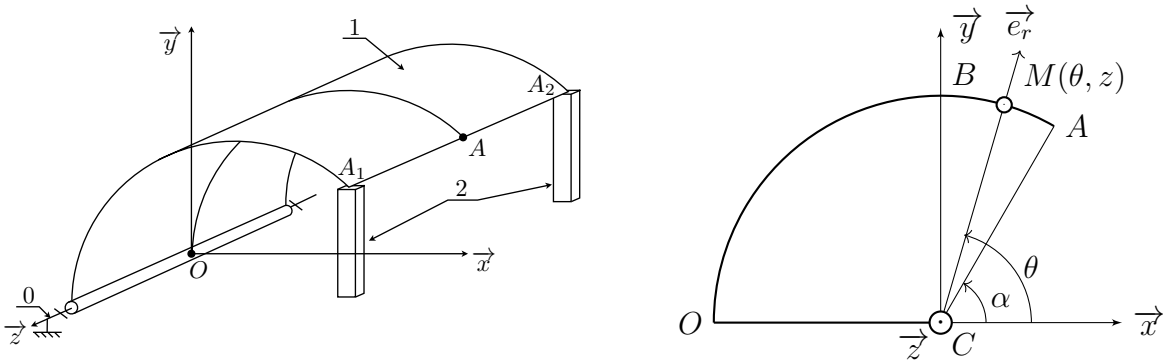


FIGURE 2.1 – Paramétrage de l'abri à deux roues.

La toiture **1** est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z})$  par rapport à un bâti **0** et en contact ponctuel de normale  $\vec{y}$  en  $A_1$  et  $A_2$  sur des piliers **2** encastrés sur **0**. Ces liaisons seront supposées parfaites. Le problème possède un plan de symétrie  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ . De ce fait la résultante des actions exercées en  $A_1$  et en  $A_2$  passera par le point  $A$  du plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  indiqué sur la figure 2.1. La longueur de la toiture est  $L$ , son rayon est  $R$ .

### 2.1 Étude de l'action due à la pesanteur

On appelle  $p_1$  la densité surfacique de charge due au champ de pesanteur.

**Question 2.1.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique élémentaire exercée par la pesanteur sur l'abri au point  $M$ .

**Question 2.2.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique élémentaire exercée par la pesanteur sur l'abri au point  $O$ .

**Question 2.3.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique globale exercée par la pesanteur sur l'abri au point  $O$ .

## 2.2 Étude de l'action due à un vent horizontal

On appelle  $p_2$  la densité surfacique de charge due au vent de direction  $\vec{x}$ . Celle-ci ne s'exerce que sur la portion de cylindre limitée par les génératrices  $(O, \vec{y})$  et  $(B, \vec{y})$ . Les efforts élémentaires dus à  $p_2$  seront supposés de direction  $\vec{x}$ ,  $p_2$  variant linéairement en fonction de  $\theta$  telle que  $p_2(\pi/2) = 0$  et  $p_2(\pi) = p_m$ .

**Question 2.4.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique élémentaire exercée par le vent sur l'abri au point  $M$ .

**Question 2.5.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique élémentaire exercée par le vent sur l'abri au point  $O$ .

**Question 2.6.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique globale exercée par le vent sur l'abri au point  $O$ .

## 2.3 Étude de la toiture soumise aux actions du vent et de la pesanteur

**Question 2.7.** Donner les éléments de réduction des torseurs d'actions mécaniques transmissibles  $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 1}\}$  au point  $O$ ,  $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}^{\textcircled{1}}\}$  au point  $A_1$  et  $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}^{\textcircled{2}}\}$  au point  $A_2$ .

**Question 2.8.** Déterminer les actions mécaniques exercées par le bâti  $\mathbf{0}$  et chacun des piliers sur la toiture  $\mathbf{1}$  lorsque celle-ci est globalement soumise à l'action du champ de pesanteur et du vent horizontal.

## Dimensionnement de clavette

### Objectif

Dimensionner la clavette transmettant le couple entre un arbre et un moyeu.

L'extrusion est un procédé de fabrication de profilés faisant appel à une technique de transformation en continu de matières thermoplastiques – à l'état granulaire ou pulvérulent – en un produit ayant un profil déterminé obtenu par forçage de la matière à travers une filière. L'extrait du dessin d'ensemble (figure 3.2) fait partie du réducteur à engrenages présent dans une extrudeuse.

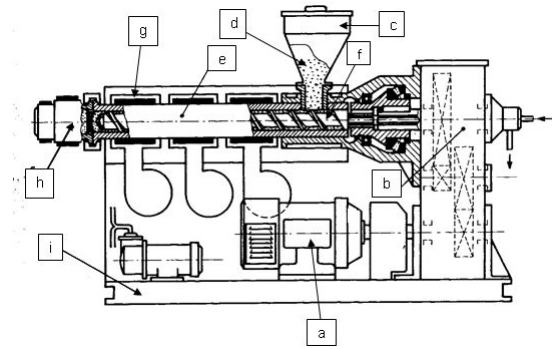


FIGURE 3.1 – Machine d'extrusion.

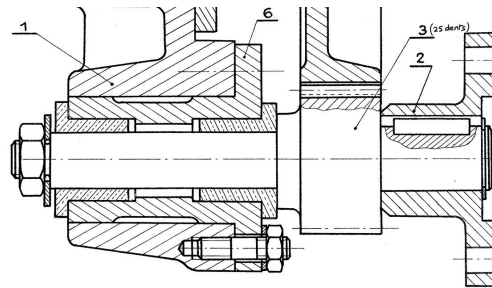


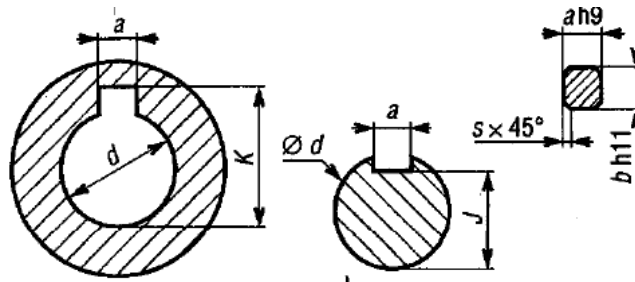
FIGURE 3.2 – Extrait du dessin d'ensemble.

Pour une raison de stabilité de la liaison, le pignon arbré **3** est guidé par deux paliers lisses de centre *A* et *B*. L'objectif de l'étude est de dimensionner la clavette transmettant le couple entre l'arbre **3** et le moyeu **2**. C'est-à-dire de déterminer la longueur permettant de supporter les efforts transmissibles.

L'arbre **3** reçoit de la part de la roue **4** des actions mécaniques que l'on peut modéliser avec le torseur suivant :

$$\left\{ \mathcal{T}_{4 \rightarrow 3} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{43} = Y_{43} \vec{y} + Z_{43} \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad \frac{|Y_{43}|}{|Z_{43}|} = \tan 20^\circ \quad \text{et} \quad Y_{43} < 0$$

avec *D* un point situé à 25 mm de l'axe. La clavette permettant la transmission du couple entre **2** et **3** est montée sur un arbre de diamètre  $\varnothing d = 15$  mm. Les dimensions des rainures dans l'arbre et l'alésage comme celles des clavettes sont normalisées. La figure 3.3 donne les valeurs des dimensions pour une série normale.



		série normale						série mince		
$d$	$a$	$b$	$s$	$J$	$K$	$L$	$b^*$	$J^*$	$K^*$	
6 à 8 inclus	2	2	0,08	$d-1,2$	$d+1$	6 à 20				
8 à 10	3	3	à	$d-1,8$	$d+1,4$	6 à 36				
10 à 12	4	4	0,16	$d-2,5$	$d+1,8$	8 à 45				
12 à 17	5	5	0,16	$d-3$	$d+2,3$	10 à 56	3	$d-1,8$	$d+1,4$	
17 à 22	6	6	à	$d-3,5$	$d+2,8$	14 à 70	4	$d-2,5$	$d+1,8$	
22 à 30	8	7	0,25	$d-4$	$d+3,3$	18 à 90	5	$d-3$	$d+2,3$	
30 à 38	10	8	0,25	$d-5$	$d+3,3$	22 à 110	6	$d-3,5$	$d+2,8$	
38 à 44	12	8	à	$d-5$	$d+3,3$	28 à 140	6	$d-3,5$	$d+2,8$	
44 à 50	14	9	à	$d-5,5$	$d+3,5$	36 à 160	6	$d-3,5$	$d+2,8$	
50 à 58	16	10		$d-6$	$d+4,3$	45 à 180	7	$d-4$	$d+3,3$	
58 à 65	18	11	0,4	$d-7$	$d+4,4$	50 à 200	7	$d-4$	$d+3,3$	
65 à 75	20	12	0,4	$d-7,5$	$d+4,9$	56 à 220	8	$d-5$	$d+3,3$	
75 à 85	22	14	à	$d-9$	$d+5,4$	63 à 250	9	$d-5,5$	$d+3,8$	
85 à 95	25	14	0,6	$d-9$	$d+5,4$	70 à 280	9	$d-5,5$	$d+3,8$	
95 à 110	28	16		$d-10$	$d+6,4$	80 à 320	10	$d-6$	$d+4,5$	

FIGURE 3.3 – Dimensions de montage des clavettes.

La pression au contact entre la clavette et 2 est supposée uniforme et ne doit pas dépasser la pression de matage de l'acier (matériau de la clavette) à savoir 60 MPa.

**Question 3.1.** *En explicitant clairement votre démarche, c'est-à-dire en détaillant les isolements successifs et, pour chaque isolement, les équations utilisées, déterminer la longueur de la clavette permettant de transmettre un effort  $F_{43} = 2\,000\text{ N}$ .*



## Barrage du Mont-Saint-Michel

---

### Objectif

---

Dimensionner le système hydraulique d'alimentation des vérins permettant la manœuvre des vannes du barrage du Couesnon en fonction de la hauteur d'eau.

---

Le Mont-Saint-Michel est érigé dans une baie aux paysages et aux écosystèmes remarquables et est inscrit au patrimoine mondial de l'Unesco. Ce chef-d'œuvre est aujourd'hui menacé. Au fil des siècles et des interventions humaines, la sédimentation s'est accentuée autour du Mont. Petit à petit, la mer recule, terre et prés salés progressent. Un parking de quinze hectares au pied des remparts dénature le paysage maritime depuis plus de 50 ans.

Selon des experts internationaux, sans l'installation du barrage du Couesnon en 2009, le Mont-Saint-Michel aurait pu s'ensabler irrémédiablement vers 2040, bouleversant ainsi de façon irréversible l'esprit du lieu voulu par les bâtisseurs. Le barrage a pour objectif d'utiliser la force des eaux mêlées de la marée et du fleuve (le Couesnon) pour chasser les sédiments au large. Les résultats sont déjà perceptibles autour du Mont et confirmés par des mesures scientifiques régulières. Cette reconquête des grèves a imposé également en 2014/2015 de restituer à la nature les 15 hectares du parking maritime mais aussi la digue-route qui relie l'îlot rocheux au continent et bloque les courants de marée depuis plus de 130 ans.

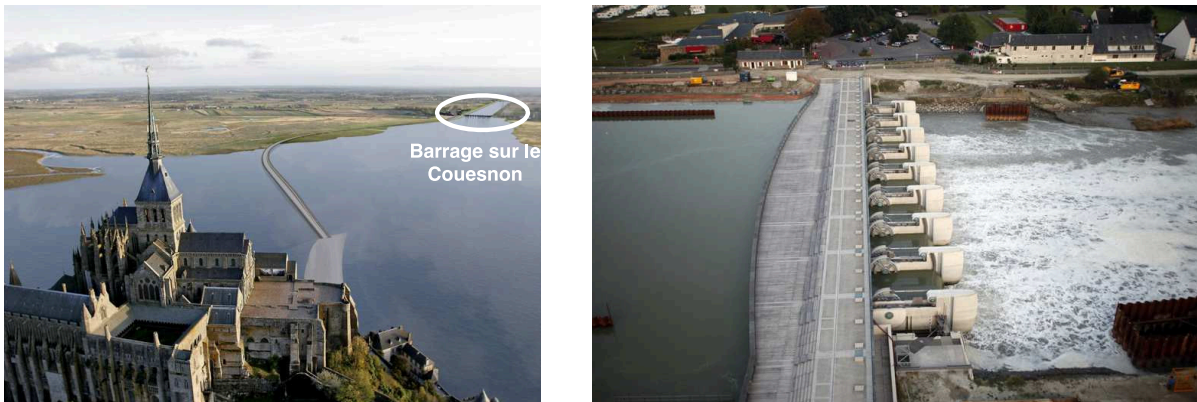


FIGURE 4.1 – Barrage du Couesnon.

La figure 4.2 présente la modélisation cinématique 3D du mécanisme de manœuvre de la vanne du barrage.

**Question 4.1.** *Réaliser le graphe de structure du mécanisme complet. Donner, pour chaque liaison, la forme canonique du torseur des actions mécaniques transmissibles.*

Compte tenu de la symétrie du mécanisme, on se limitera pour la suite à une modélisation plane du mécanisme telle que définie sur la figure 4.3.

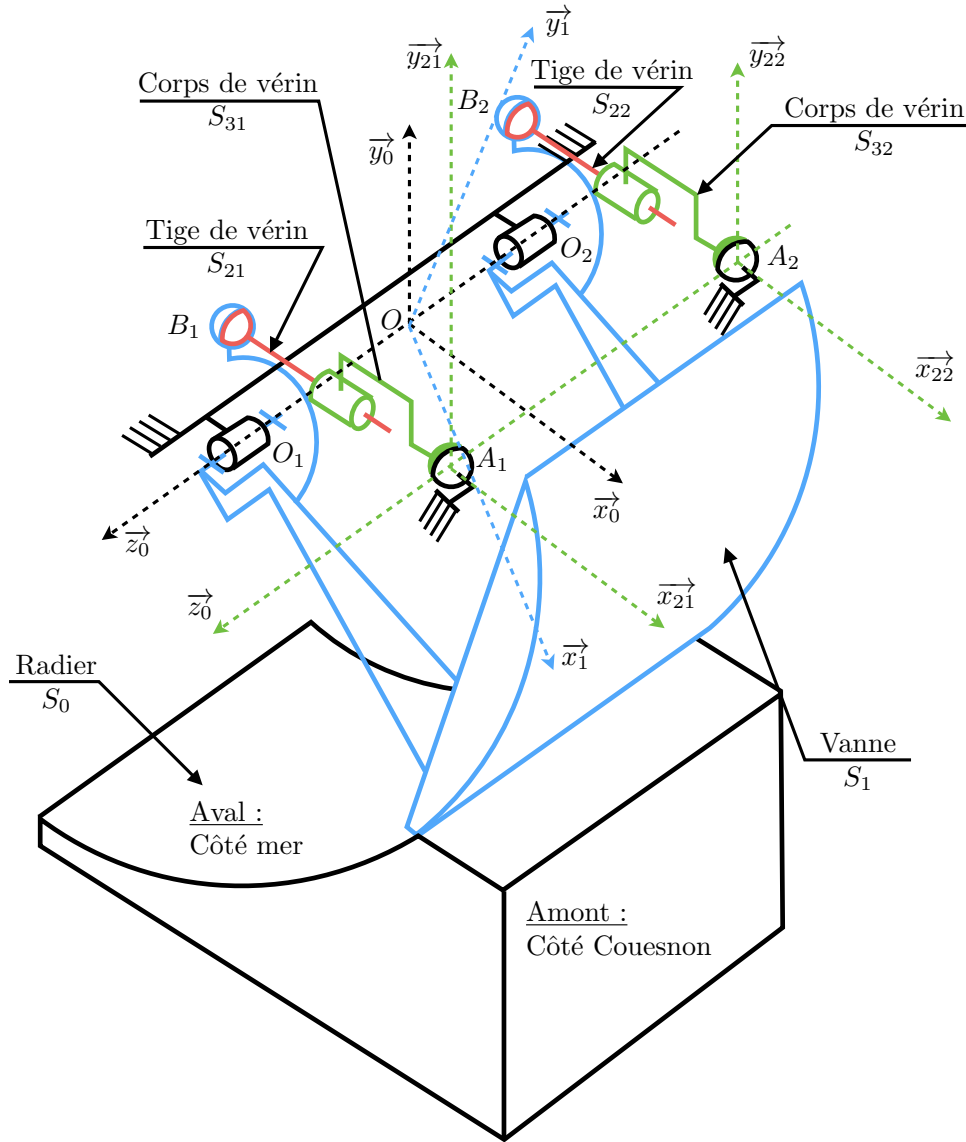


FIGURE 4.2 – Schéma cinématique 3D du mécanisme.

- On associe au radier **0** le repère  $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ;
- On associe à la vanne **1** le repère  $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , avec  $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ . On note  $R_1 = \|\vec{OC}\| = 7$  m son rayon extérieur,  $h = 7,5$  m sa hauteur immergée et  $L = 9$  m sa largeur immergée. On note  $m_1 = 63,7$  t la masse de la vanne et  $G_1$  son centre de gravité tel que  $\vec{OG}_1 = c\vec{x}_1 + d\vec{y}_1$  avec  $c = 3,97$  m et  $d = -0,42$  m.
- On associe à la tige du vérin **2** le repère  $\mathcal{R}_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  où  $\vec{OB} = a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$ , avec  $a = -1,09$  m et  $b = 1,68$  m.
- On associe au corps du vérin **3** le repère  $\mathcal{R}_3 = (A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  où  $\vec{OA} = e\vec{x}_0 + f\vec{y}_0$  avec  $e = 5,45$  m et  $f = 1,9$  m et on note  $\vec{BA} = \lambda\vec{x}_2$  avec  $\lambda > 0$  la longueur du vérin.

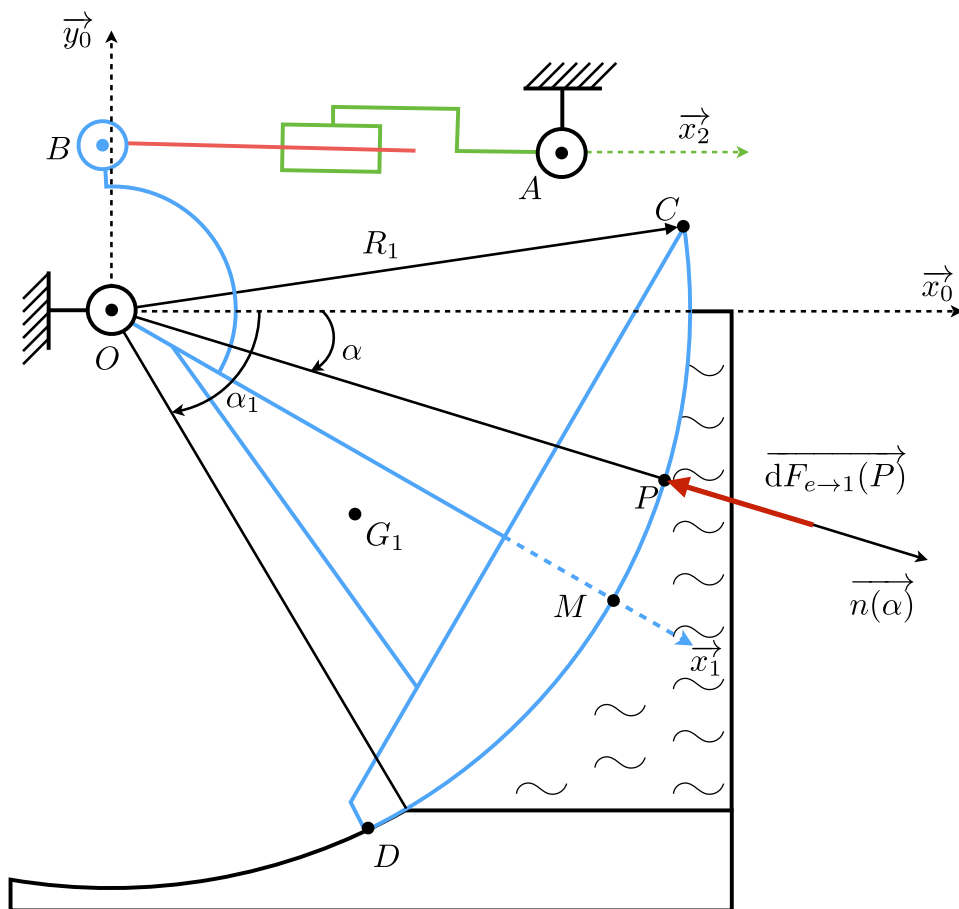


FIGURE 4.3 – Modélisation plane du mécanisme.

#### 4.1 Action de l'eau sur la vanne

L'action de l'eau sur la vanne est maximale six heures après la haute mer, à cet instant, la vanne est fermée, l'eau de la marée haute précédente est retenue par la vanne, et la mer est à marée basse. Cette position est représentée sur le schéma de la figure 4.3 avec comme numéro de pièce : la vanne **1**, la tige du vérin **2**, le corps du vérin **3** et le sol **0**. La hauteur d'eau est représentée sur la figure 4.3 par un secteur angulaire défini par  $\alpha \in [\alpha_1, 0]$  avec  $\alpha_1 = \frac{-\pi}{3}$ . La pression de l'eau est supposée varier linéairement avec la profondeur  $y = \overrightarrow{OP} \cdot \vec{y}_0$  selon :

$$\forall y \in [0, -h], p(y) = -\rho g y$$

avec  $\rho = 1\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  la masse volumique de l'eau,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $h = 7,5 \text{ m}$  la hauteur d'eau maximale. On note  $\vec{n}(\alpha)$  la normale à la surface extérieure de la vanne en un point  $P$  positionné avec un angle  $\alpha$  par rapport à la surface de l'eau.

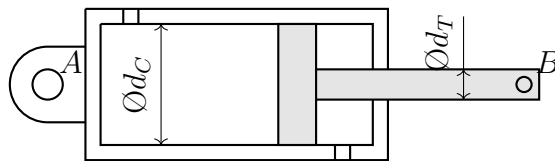
**Question 4.2.** Déterminer l'expression de l'action mécanique élémentaire exercée par l'eau sur la vanne au point  $P$ , notée  $\overrightarrow{dF_{e \rightarrow 1}(P)}$ , en fonction de  $\rho$ ,  $g$ ,  $\alpha$  et  $R_1$ .

**Question 4.3.** Montrer que le moment en  $O$  induit par l'action mécanique élémentaire en  $P$  est nul.

**Question 4.4.** Déterminer l'expression de l'action mécanique totale au point  $O$  exercée par l'eau sur la vanne. Faire les applications numériques.

## 4.2 Action de maintien en position fermée

Il s'agit maintenant, de déterminer l'action développée par la tige du vérin **2** sur la vanne **1** en  $B$ , puis d'en déduire la pression hydraulique d'alimentation du vérin  $p_H$  nécessaire pour maintenir la vanne en équilibre. On donne ci-dessous les caractéristiques du vérin :



- $d_C = 0,25$  m ;
- $d_T = 90,2$  mm ;
- $p_H$  : pression hydraulique ;
- $c_t$  : course totale.

On se place dans la configuration particulière où  $\vec{x}_2 = \vec{x}_0$  et on fixe  $\beta = -30^\circ$ .

**Question 4.5.** Réaliser le graphe de structure du mécanisme plan en vue d'une étude d'équilibre statique.

**Question 4.6.** Déterminer l'expression de l'action mécanique développée par le vérin en fonction de sa pression d'alimentation  $p_H$  et de ses caractéristiques géométriques.

**Question 4.7.** Proposer une stratégie d'isolement permettant d'obtenir l'expression de l'action mécanique développée par le vérin.

**i** On pourra commencer par isoler l'ensemble constitué du corps et de la tige du vérin et de l'huile qu'il contient.

**Question 4.8.** Mettre en place la démarche proposée afin de déterminer la pression d'alimentation du vérin  $p_H$  nécessaire à l'équilibre de la vanne.

— EXERCICE 5 —

## Voilier Alcyone

### Objectif

Calculer la force propulsive due à l'effet Magnus faisant avancer le navire, et calculer l'action mécanique globale en vue de dimensionner la liaison cylindre/bateau.

L'Alcyone est un bateau conçu pour le commandant Cousteau par le Bureau d'études Mauric. La coque est de type hybride mono catamaran en aluminium soudé ; la propulsion est de type mixte voile et moteur, la voilure utilisant le concept innovant de Turbovoile. Deux rotors verticaux de deux mètres de diamètre et de hauteur  $L = 8$  m, en rotation autour de leur axe à la vitesse de 200 tr/min, sont utilisés pour la propulsion de ce navire.



La force propulsive qui entraîne le navire est due à l'effet Magnus : lorsqu'on place dans un courant d'air (vent) un cylindre animé d'un mouvement de rotation autour de son axe, le cylindre met en mouvement, par viscosité, les filets fluides qui le contournent. Cela engendre alors une action mécanique sur le cylindre, représentée par une force perpendiculaire à la direction du courant d'air, dont le sens dépend du sens de rotation du cylindre (cet effet Magnus explique également la trajectoire courbe que prend une balle de tennis liftée).

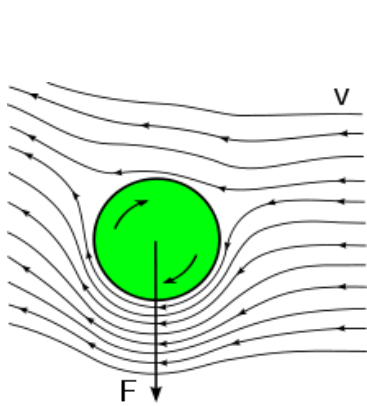


FIGURE 5.1 – Effet Magnus.

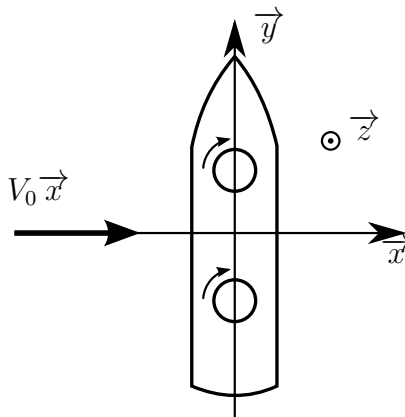


FIGURE 5.2 – Schéma d'ensemble.

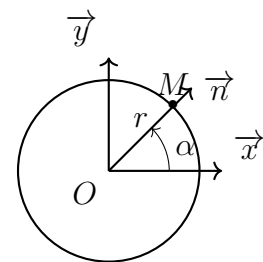


FIGURE 5.3 – Paramétrage d'un point d'un cylindre.

La vitesse relative du vent par rapport au navire est modélisée par le vecteur  $\overrightarrow{V_{O,\text{vent/nav}}}$  perpendiculaire au navire, avec  $V_0 = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Des calculs d'aérodynamique montrent que dans un tel écoulement, la répartition de pression normale sur le cylindre est donnée par

$$\vec{p}_M = -\frac{1}{2}\rho V_0^2 \left[ 1 - \left( \frac{\omega r}{V_0} - 2 \sin(\alpha) \right)^2 \right] \vec{n}$$

avec :

- $O$  le centre de la section basse d'un des cylindres ;
- $\rho = 1,225 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  la masse volumique de l'air ;
- $V_0$  la vitesse du vent suivant  $(O, \vec{x})$  ;
- $\omega = 20 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  la vitesse de rotation du cylindre autour de l'axe  $(O, \vec{z})$  ;
- $r = 1 \text{ m}$  le rayon du cylindre ;
- $\vec{n}$  le vecteur unitaire normal à la surface latérale du cylindre, orienté vers l'extérieur du cylindre, tel que  $\alpha = (\vec{x}, \vec{n})$ .

**Question 5.1.** *Calculer la résultante générale des pressions aérodynamiques sur le cylindre. En déduire une expression de la force propulsive qui entraîne le navire.*

**Question 5.2.** *Calculer, en  $O$ , le moment résultant des pressions aérodynamiques sur ce cylindre.*

## Barrière de Tamise

---

### Objectif

---

Évaluer les efforts agissant sur chacune des portes du barrage de la Tamise lors de la phase de fermeture pour dimensionner les actionneurs hydrauliques (vérins).

---

Après de nombreuses catastrophes liées à des inondations, Londres a décidé de se munir d'un immense barrage sur la Tamise, appelé le *Thames Barrier* pour se protéger des crues du fleuve de la Tamise. Constitué de 51 000 tonnes d'acier et de 210 000 m<sup>3</sup> de béton, le barrage de la Tamise est à ce jour le plus grand barrage mobile au Monde. Ce barrage mesure 520 m de large. L'espacement entre chacune des quatre ouvertures centrales est de 61 m afin de pouvoir laisser passer les navires.



FIGURE 6.1 – Barrage de la Tamise.



FIGURE 6.2 – Porte du barrage en phase de maintenance.

La figure 6.3 décrit la géométrie de la section d'une porte du barrage. On fait alors les hypothèses suivantes pour simplifier l'étude :

- l'eau ne peut pas pénétrer à l'intérieur de la porte ;
- les vérins sont alimentés sous une pression hydraulique constante notée  $P_{\text{alim}}$  ;
- le mouvement d'ouverture est suffisamment lent pour considérer un équilibre quasi-statique ;
- l'action du courant et les phénomènes liés aux mouvements de l'eau sont négligés (état hydrostatique) ;
- le niveau de l'eau est supposé identique de part et d'autre de la porte ;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites, c'est-à-dire sans jeu ni frottement.

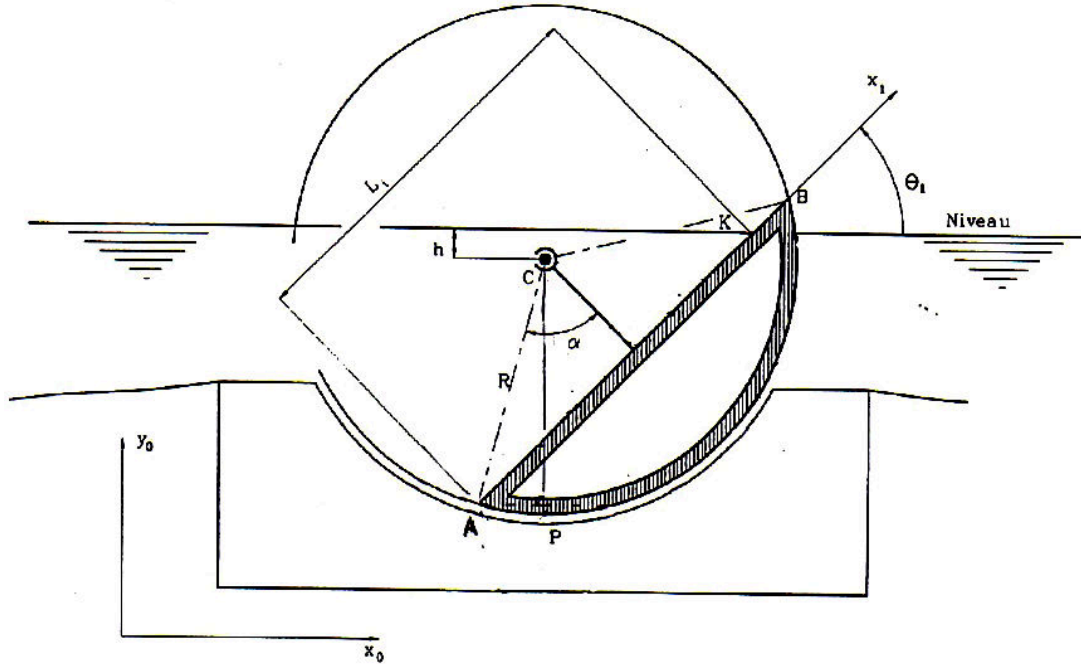


FIGURE 6.3 – Définition de la géométrie d'une porte du barrage.

TABLE 1 – Données et notations.

$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 2\alpha = 2\pi/3$	Angle au centre de la section
$R = 12,4 \text{ m}$	Rayon extérieur du secteur circulaire
$L = 58 \text{ m}$	Longueur de la porte
$e = 50 \text{ mm}$	Épaisseur des tôles de la porte ( $e \ll R < L$ )
$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$	Accélération de la pesanteur
$\mu_0 = 1\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Masse volumique de l'eau
$\mu = 7\,800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Masse volumique de l'acier
$\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$	Paramètre de position angulaire de la porte

**Question 6.1.** Déterminer la masse de la porte.

**Question 6.2.** Déterminer la position du centre de gravité de la porte.

**Question 6.3.** Déterminer le moment en  $C$  de l'action mécanique exercée par l'eau sur la porte. Montrer qu'il peut s'écrire sous la forme  $\overrightarrow{M}_{C, \text{eau} \rightarrow \text{porte}} = C_e \vec{z}_0$  et donner la valeur de  $C_e$ .

**Question 6.4.** On isole la porte. Déterminer l'expression du couple moteur  $C_m$  en fonction de  $C_e$  et des paramètres géométriques.



— EXERCICE 7 —

## Carburateur

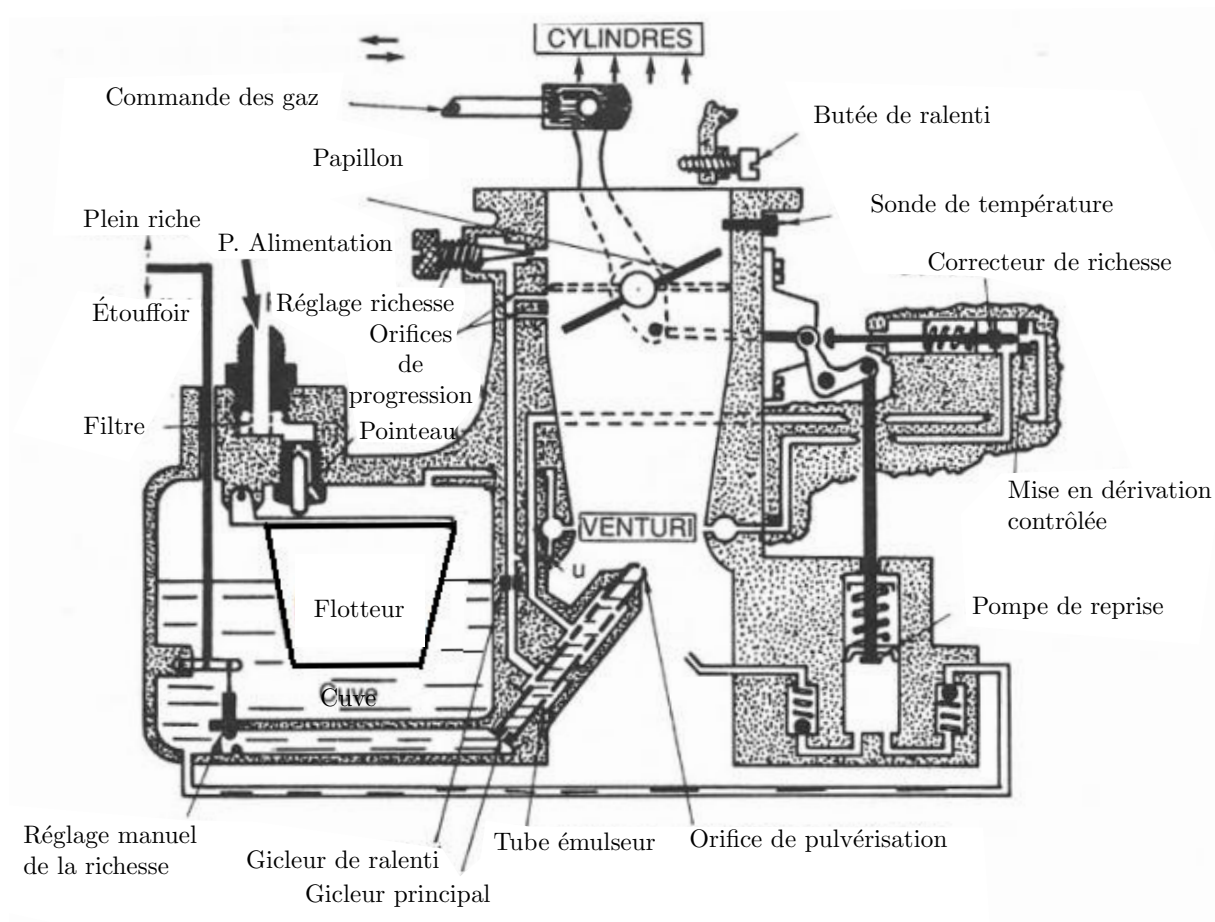
### Objectif

Déterminer l'effort exercé par l'essence sur le flotteur d'un carburateur.



L'étude porte sur le carburateur d'un moteur Rotax monté sur un avion de tourisme. Pour que le mélange puisse s'enflammer, il faut la présence de 2 éléments : un comburant (l'oxygène) et un carburant (l'essence). La combustion parfaite est obtenue avec 15 grammes d'air pour 1 gramme de carburant. Le mélange

air/essence peut être obtenu par un carburateur ou par injection. Nous nous intéresserons dans cette étude au carburateur schématisé ci-dessous.



Dans cette étude nous nous focalisons sur flotteur du carburateur. Il peut être assimilé à un tronc de cône de révolution dont le paramétrage est fourni en figure 7.1.

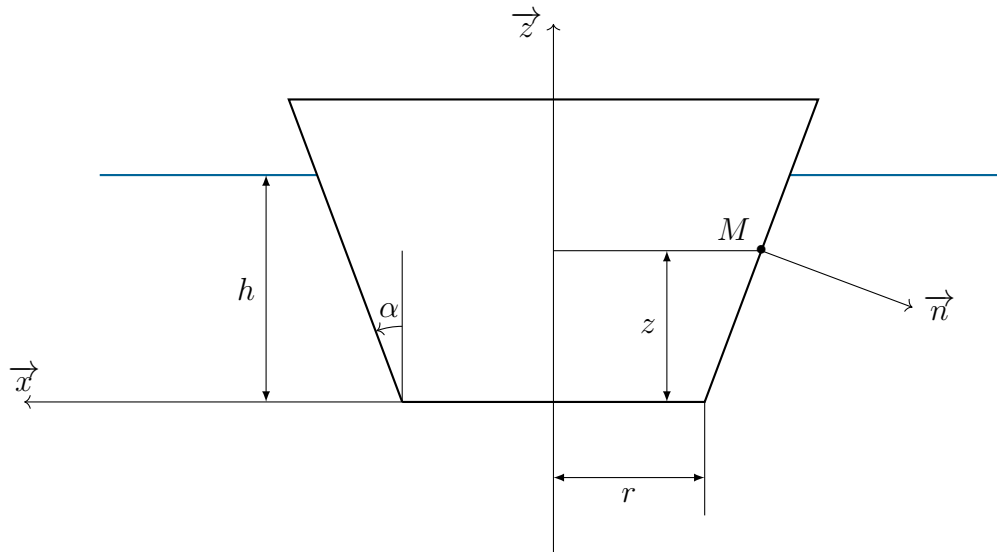


FIGURE 7.1 – Modélisation du flotteur.

En chaque point  $M$  de la surface immergée du flotteur, l'essence exerce une action mécanique définie par la densité surfacique

$$\overrightarrow{dF_M} = \rho g (h - z) \vec{n}$$

avec :

- $\rho$  la masse volumique de l'essence ;
- $g$  l'accélération de la pesanteur ;
- $z$  l'abscisse du point  $M$  sur l'axe  $(O, \vec{z})$ .

Pour lester le flotteur, il est nécessaire de connaître l'action mécanique de l'essence sur le flotteur.

**Question 7.1.** Déterminer, au point  $O$ , le torseur d'action mécanique des forces de pression exercée par l'essence sur le flotteur.

**Question 7.2.** Vérifier le résultat en appliquant le principe d'Archimède.

## Assemblage par frettage

---

### Objectif

---

Déterminer l'effort axial maximal transmissible et le couple maximal transmissible entre deux pièces assemblées par frettage.

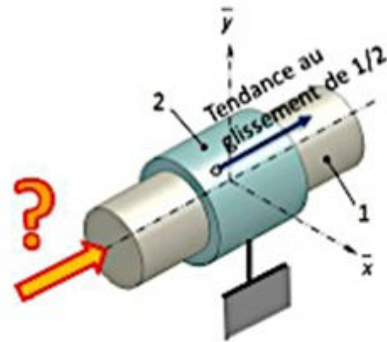
---

Le frettage consiste à encastrer deux pièces en utilisant le phénomène d'adhérence. Avant l'assemblage (réalisé à l'aide d'une presse), l'arbre **1** possède un diamètre légèrement supérieur à celui de l'alésage de la pièce **2** dans laquelle il vient se loger. Après frettage, il subsiste donc une pression de contact  $p$  (supposée uniforme sur toute la surface de contact) entre les deux pièces. Les caractéristiques de cet assemblage par frettage sont :

- le rayon de contact  $R$  ;
- la longueur du contact  $L$  ;
- le coefficient d'adhérence entre les deux pièces  $f_a = \tan(\varphi_a)$ .

### 8.1 Effort axial maximal transmissible

L'effort axial maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante axiale de la résultante de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent. Pour simplifier notre étude, on considère la pièce **2** fixe et on cherche à déterminer la composante axiale de la résultante de l'action mécanique à appliquer à la pièce **1** pour atteindre le glissement de **1** par rapport à **2** suivant  $\vec{z}$ .



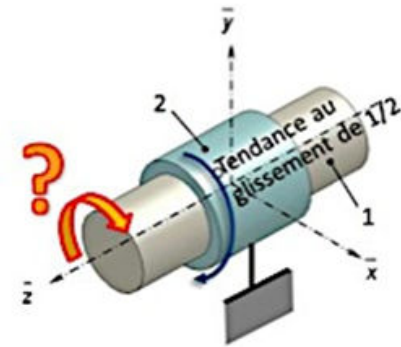
**Question 8.1.** Sur un schéma du contact, placer les actions élémentaires normale et tangentielle de **2** sur **1** en un point  $Q$  quelconque de la surface de contact.

**Question 8.2.** Exprimer l'action mécanique élémentaire de contact  $d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$  en ce point.

**Question 8.3.** Déterminer la résultante axiale maximale transmissible en fonction de la pression de contact  $p$  et des caractéristiques géométriques du frettage.

## 8.2 Couple maximal transmissible

Le couple (ou moment) maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante autour de l'axe  $(O, \vec{z})$  du moment résultant de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent. Pour simplifier notre étude, on considère la pièce **2** fixe et on cherche à déterminer la composante suivant la direction  $\vec{z}$  à appliquer à la pièce **1** pour atteindre le glissement de **1** par rapport à **2** autour de l'axe  $(O, \vec{z})$ .



**Question 8.4.** Sur un schéma du contact, placer les actions mécaniques élémentaires dans les directions normale et tangentielle de **2** sur **1** en un point  $Q$  quelconque de la surface de contact.

**Question 8.5.** Exprimer l'action mécanique élémentaire de contact  $d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$  en ce point.

**Question 8.6.** Déterminer le couple maximal transmissible en fonction de la pression de contact  $p$  et des caractéristiques géométriques.

## Système de freinage d'un TGV Duplex

---

### Objectif

---

Vérifier que lors de la mise en service du système de freinage, la force maximale produite par le vérin soit de 29 kN.

---



Pour satisfaire la croissance de la demande de ses usagers, la S.N.C.F. a besoin d'augmenter le nombre des passagers transportés sur les lignes TGV existantes. Pour y répondre, les constructeurs ont réalisé des voitures à deux étages, les TGV duplex, qui permettent d'accueillir plus de passagers par rame. Parallèlement, ils souhaitent en augmenter la vitesse et la fréquence d'utilisation. Mais ces solutions sont limitées par la distance d'arrêt, car il ne faut pas percuter la rame précédente, brutalement immobilisée. Cette évidente condition de sécurité place les dispositifs de freinage au cœur des travaux d'innovation des ingénieurs.

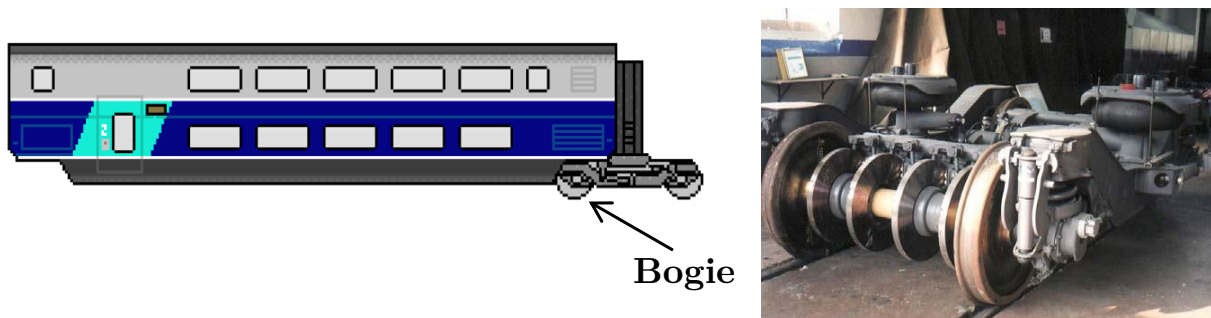


FIGURE 9.1 – Implantation des bogies et photo d'un bogie porteur.

La rame de TGV est composée de deux motrices et de huit voitures. La liaison avec les rails est assurée par 13 bogies. Quatre d'entre eux, implantés sous les motrices, sont moteurs, les neuf autres, qualifiés de porteurs, sont positionnés entre deux voitures. Un bogie porteur est un chariot à deux essieux et quatre roues (figure 9.1). Il supporte en sa partie supérieure l'une des extrémités de la voiture et permet de suivre les courbes de la voie.

Chacune des roues est équipée d'un système de freinage à disques et contribue à l'arrêt de la voiture. L'objet de cette étude est l'analyse du système de freinage équipant un bogie porteur dont on donne une modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.

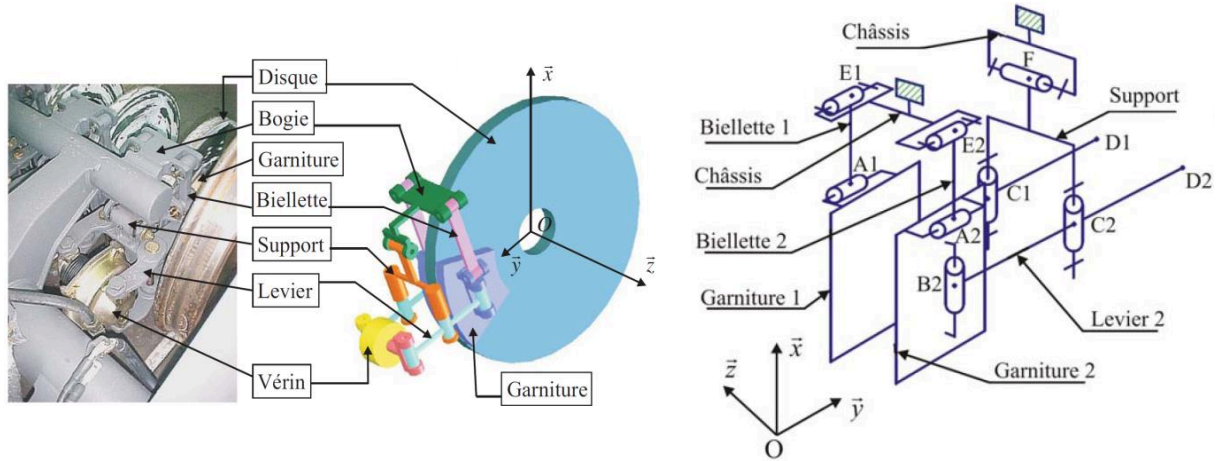


FIGURE 9.2 – Dispositif de freinage.

La masse de la rame, estimée à 424 tonnes, est supposée également répartie sur chacune des roues. Cette hypothèse permet de limiter l'étude à une roue avec ses deux disques et les composants associés.

Les 4 disques de frein qui équipent chaque essieu du TGV duplex sont conçus sous forme de galettes de 45 mm d'épaisseur en acier allié. Leur diamètre extérieur est de 640 mm. Chaque disque est en contact avec deux garnitures modélisées chacune par un secteur, de longueur radiale  $l_e$  et d'angle  $2\alpha = \theta_2 - \theta_1$ .

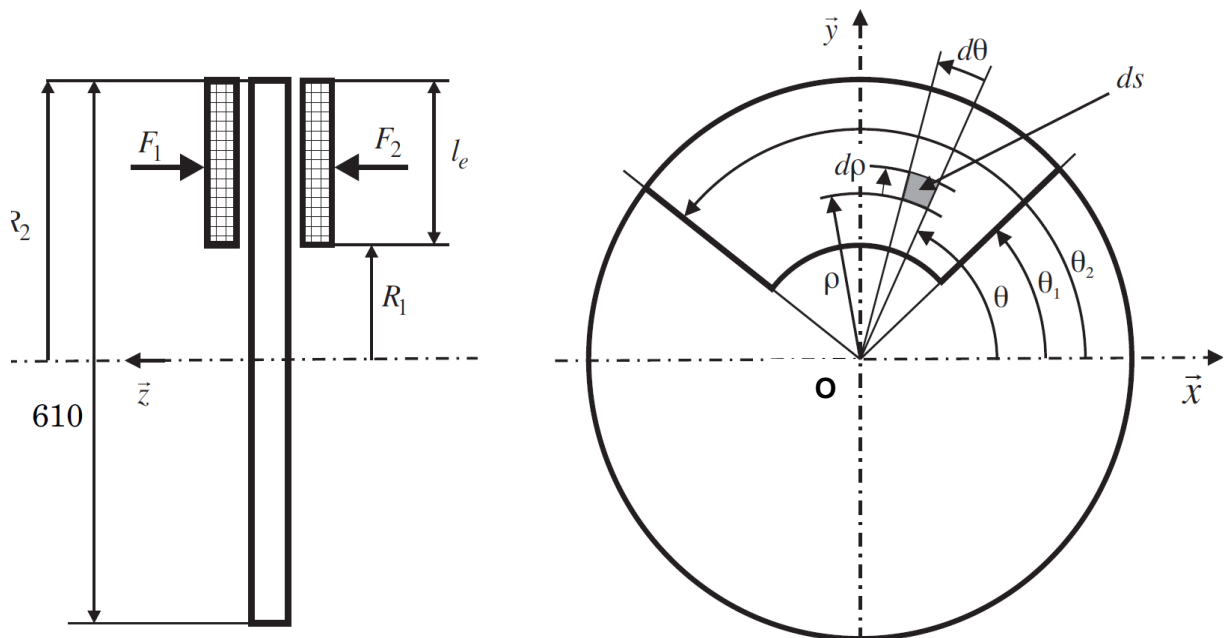


FIGURE 9.3 – Paramétrage du disque de freinage.

On note :

- $M$  un point de la plaquette tel que  $\overrightarrow{OM} = \rho \vec{e}_r$  ;
- $p$  la pression exercée par les plaquettes sur le disque d'épaisseur  $2e$ , supposée uniforme ;
- $f$  le coefficient de frottement entre les plaquettes et le disque ;
- $F_1$  (respectivement  $F_2$ ), la résultante dans la direction  $\vec{z}$  de l'action mécanique exercée par le levier **1** (respectivement par le levier **2**), sur la garniture **1** (respectivement sur la garniture **2**).

**Question 9.1.** En précisant le théorème utilisé et le système isolé, déterminer une relation entre  $p$  et  $F_1$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $\alpha$ .

**Question 9.2.** Sachant que lors du freinage, il y a glissement et que  $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\theta}_{10} \vec{z}$ ,  $\dot{\theta}_{10} > 0$ , déterminer l'action mécanique élémentaire et le modèle local de l'action mécanique de la garniture **1** sur le disque au point  $O$ .

**Question 9.3.** Déterminer l'action mécanique globale exercée par la garniture **1** sur le disque au point  $O$ .

**Question 9.4.** En déduire le couple de freinage  $C_f$  en fonction de  $\alpha$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $f$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .

Les garnitures **1** et **2** et les leviers qui les actionnent sont symétriques par rapport au plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  et on donne  $B_2C_2 = B_1C_1 = b$  et  $D_2C_2 = D_1C_1 = c$ .

**Question 9.5.** Déterminer le couple de freinage en fonction de l'effort développé par le vérin  $F_v$ , du coefficient de frottement  $f$  et des paramètres géométriques  $\alpha$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $b$  et  $c$ .