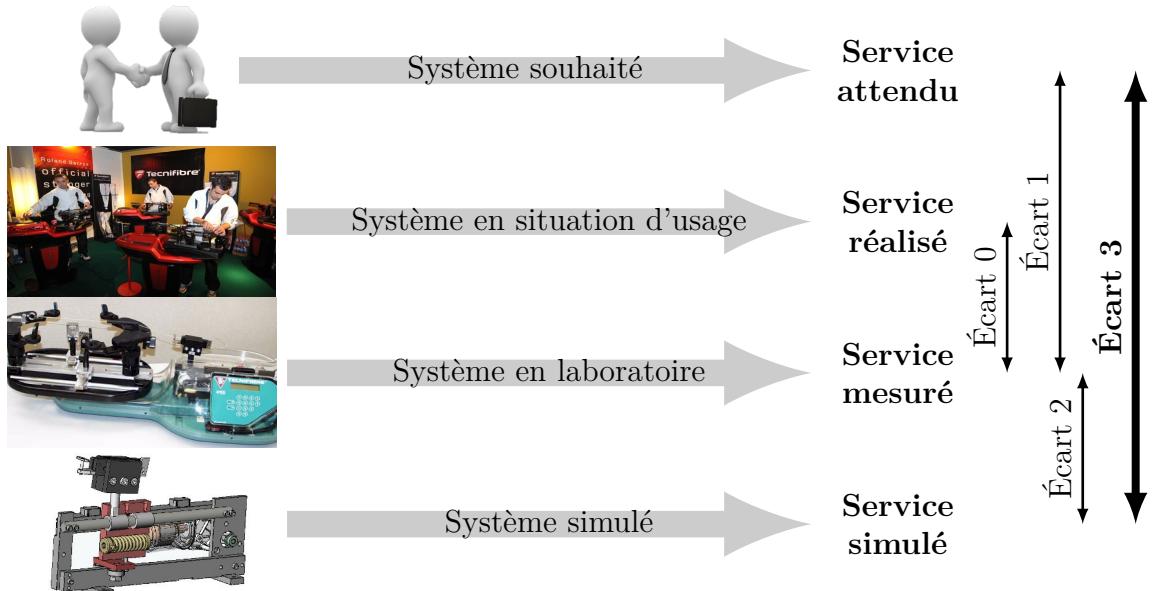


Analyse harmonique des SLCI

— TDs —



Écart 0 – évalue la fiabilité et la fidélité du système de laboratoire didactisé par rapport au système réel. Il répond aux questions « le système de laboratoire est-il représentatif du système réel ? Permet-il de l'étudier de manière fiable ? »

Écart 1 – évalue le respect du CDCF par le système réel sur prototype instrumenté en laboratoire. Il répond à la question « le système réalisé, répond-il au CDCF ? ».

Écart 2 – évalue la fiabilité du modèle et de ses hypothèses. Il répond à la question « le modèle est-il correct ? ».

Écart 3 – évalue, en phase de conception, le respect du CDCF à partir d'un modèle simulé. Il répond à la question « le modèle du système satisfait-il les exigences du CDCF ? ».

Exercices

Exercice 1 – Tracés de réponses harmoniques dans le plan de Bode	3
Exercice 2 – Identification d'un axe de bras de robot en fonction du réglage de son correcteur	4
Exercice 3 – Suspension anti-plongée de BMW	6
Exercice 4 – Station spatiale d'observation par interférométrie	8
Exercice 5 – Suspension automobile active	10
Exercice 6 – Étude de la stabilité d'un système dans le plan de Bode	14
Exercice 7 – Étude de la stabilité d'un système	15
Exercice 8 – Précision d'un moteur pneumatique asservi	17
Exercice 9 – Étude de la sensibilité aux perturbations d'un système	19
Exercice 10 – Réglage graphique des marges de stabilité par correction proportionnelle	20
Exercice 11 – Réglage des marges de stabilité par correction proportionnelle	22
Exercice 12 – Réglage du correcteur d'un système d'orientation du mat d'une éolienne	24
Exercice 13 – Asservissement de position d'un système de préhension de lamelle	26



Nicolas Mesnier, lycée international Jean Perrin, Lyon

Compléments & mises à jour sur le site des PCSI

<https://cahier-de-prepa.fr/pcsi-perrin>

— Version du 19 janvier 2026 —

— EXERCICE 1 —

Tracés de réponses harmoniques dans le plan de Bode

Objectifs

Tracer les réponses harmoniques de systèmes de fonction de transfert usuelle.

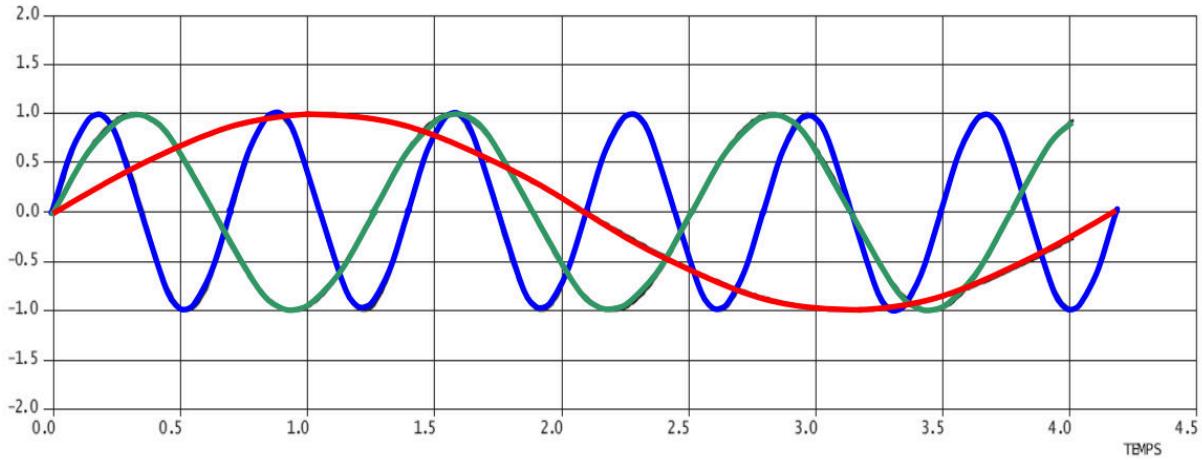
Question 1.1. Pour les fonctions suivantes, tracer les diagrammes de Bode asymptotiques puis réels. Calculer et représenter la pulsation de coupure ω_c et la pulsation $\omega_{-\pi}$ pour laquelle la phase vaut -180° .

$$H_1(p) = \frac{10}{2+p}, \quad H_2(p) = 10(1 + 0,2 p), \quad H_3(p) = \frac{20}{p(1+10 p)}$$

$$H_4(p) = \frac{100p}{1+0,1 p}, \quad H_5(p) = \frac{\left(1 + \frac{p}{3}\right)\left(1 + \frac{p}{6}\right)}{\left(1 + \frac{p}{0,6}\right)\left(1 + \frac{p}{30}\right)}, \quad H_6(p) = \frac{30}{1+0,1 p+0,01 p^2}$$

$$H_7(p) = \frac{4+p}{1+2 p+4 p^2}, \quad H_8(p) = \frac{100}{p(1+0,2 p+0,01 p^2)}, \quad H_9(p) = \frac{30(1+0,1 p)}{p(1+p+0,01 p^2)}$$

Question 1.2. Pour un système de fonction de transfert $H_6(p)$, définie ci-dessus, déterminer en régime établi, l'équation temporelle des trois sorties correspondants aux trois entrées ci-dessous.



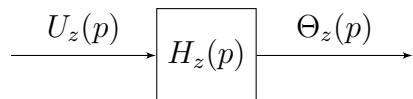
— EXERCICE 2 —

Identification d'un axe de bras de robot en fonction du réglage de son correcteur

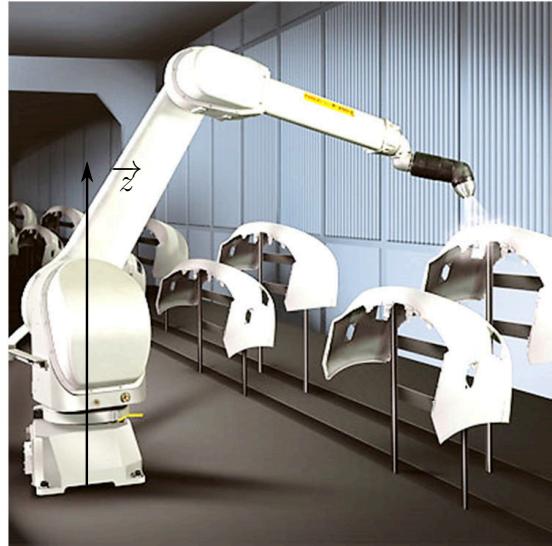
Objectifs

Identifier le modèle de comportement d'un système à partir de sa réponse harmonique dans le plan de Bode.

L'axe \vec{z} d'un robot de peinture automobile asservi en position angulaire, est piloté en tension. Le correcteur placé après le comparateur est du type Proportionnel Intégral Dérivé (PID).



La combinaison des réglages possibles du correcteur PID peut entraîner des réponses temporelles et fréquentielles très différentes, tant sur le plan de l'allure générale, que sur le plan quantitatif. Quatre d'entre elles sont présentées ci-après.

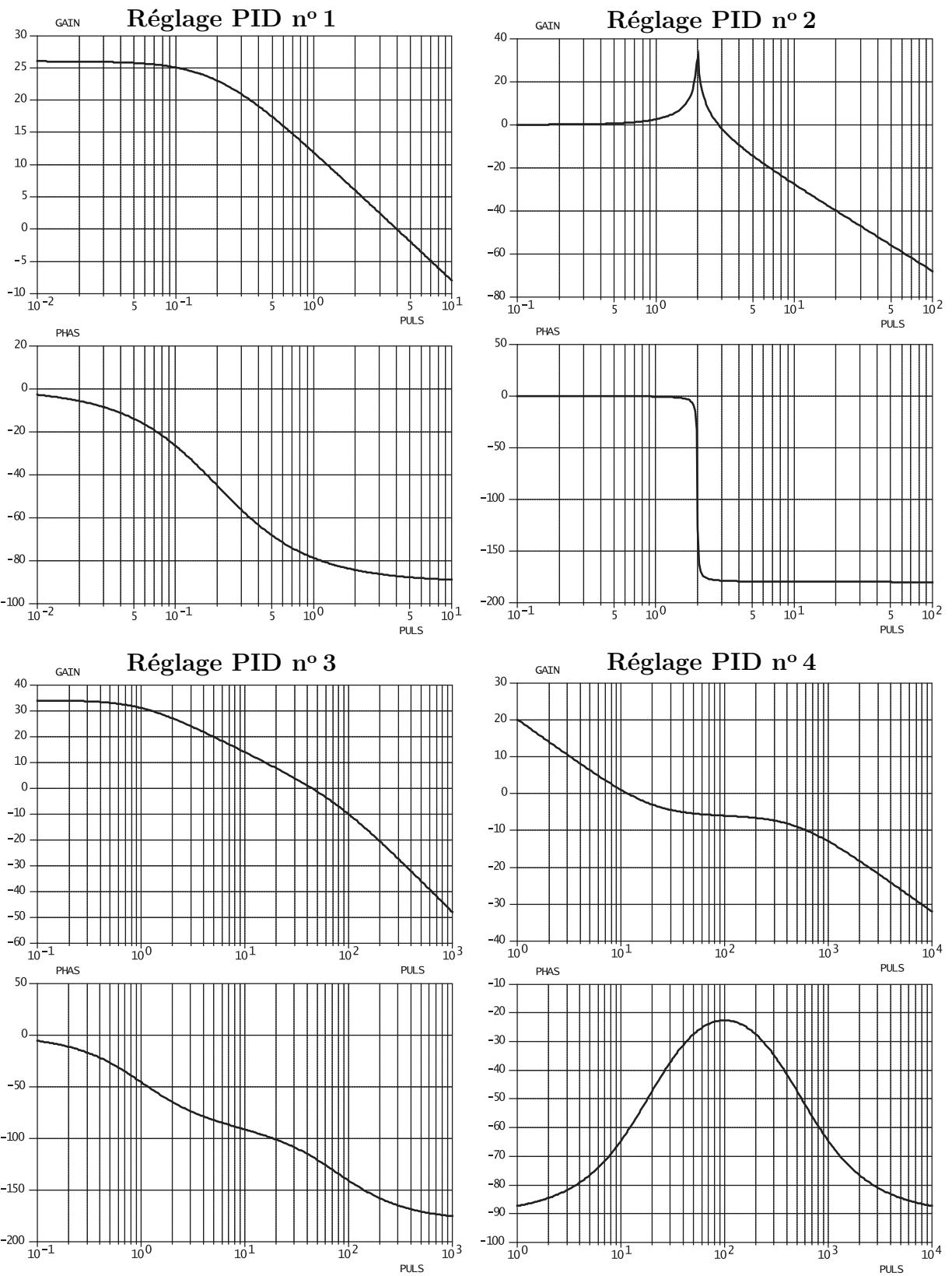


On souhaite identifier les différentes réponses de l'axe du robot à partir de chaque réponse harmonique, c'est-à-dire diminuer l'écart n° 2 entre modèle et réel.

Question 2.1. Proposer un modèle de comportement sous la forme d'une fonction de transfert $H_{zi}(p)$, pour chaque réglage $i \in \llbracket 1, 4 \rrbracket$, dont la réponse harmonique est donnée ci-après.

Question 2.2. Préciser parmi ces réglages :

- celui qui est à écarter vis-à-vis du critère de précision ;
- celui qui présente un risque ;
- celui qui possède la plage d'utilisation fréquentielle la plus étendue sans risque de résonance.



— EXERCICE 3 —

Suspension anti-plongée de BMW

Objectifs

Modéliser et étudier les réponses harmoniques d'une suspension anti-plongée afin d'absorber les irrégularités de la route.

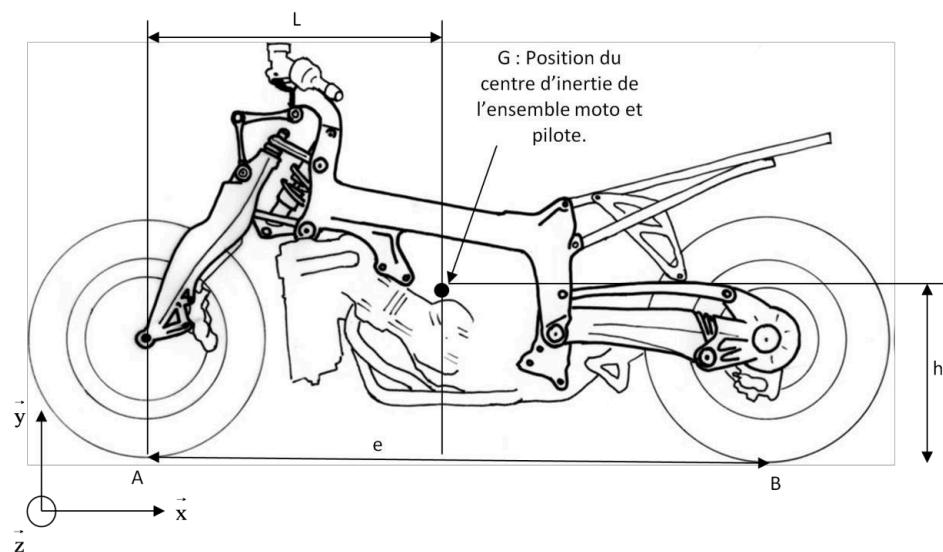
Le problème étudié est la suspension avant d'une motocyclette BMW K1200S. Cette suspension permet, contrairement aux suspensions classiques à fourche télescopique avant, à la moto de ne pas se pencher en avant (ou « plonger ») lors de la décélération due à un freinage. Ainsi, avec ce type de suspension les fonctions de freinage et de suspension sont découplées vues du pilote. Nous étudierons ici la capacité de la moto à absorber les irrégularités de la route.



Extrait du cahier des charges

Les irrégularités de la route sont bien absorbées si les variations d'amplitudes qu'elles induisent et ressenties par le pilote sont inférieures à 5 % de ces premières.

La moto est modélisée dans un premier temps par un système équivalent masse, ressort et amortisseur ramené à son centre de gravité.



L'équation de dynamique de la moto évoluant à vitesse constante le long d'une route de profil y est :

$$M\ddot{x}(t) = 2k(y(t) - x(t)) + \mu(\dot{y}(t) - \dot{x}(t))$$

où $x(t)$ est la variation de la position du centre d'inertie de la moto par rapport à sa position d'équilibre et $y(t)$ est représentative du profil de la route ressentie par la moto.

On appelle :

- $M = 300$ kg la masse de l'ensemble moto et pilote ;
- $k = 10 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ la raideur du ressort équivalent ;
- $\mu = 1 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{mm}^{-1}$ le coefficient de frottement visqueux équivalent.

Question 3.1. Déterminer l'expression canonique de la fonction de transfert $H(p) = \frac{X(p)}{Y(p)}$ où X et Y sont les transformées de Laplace respectives des variables temporelles x et y .

Question 3.2. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de $H(p) = \frac{X(p)}{Y(p)}$ puis l'allure des diagrammes réels.

Comportement sur route bosselée Dans ce qui suit, on suppose que la moto se déplace à vitesse constante v sur une route formée d'une succession de bosses d'amplitude a et distantes de ℓ telle que l'on puisse la décrire avec un profil de la forme $y(t) = a \cos(\omega t)$.

Question 3.3. Déterminer la pulsation d'excitation ω en fonction de la longueur entre deux bosses ℓ et de la vitesse v de la moto.

Question 3.4. Déterminer l'expression en régime permanent de $x(t)$ et notamment les expressions de son amplitude et son déphasage par rapport à $y(t)$.

Question 3.5. Déterminer la gamme de vitesse de déplacement permettant de respecter le cahier des charges.

Amélioration des performances Pour améliorer les performances de la suspension, on souhaite modifier le coefficient d'amortissement μ pour que le dépassement relatif lors d'un échelon unitaire de $y(t)$ soit inférieur à 5 %.

Question 3.6. Préciser à quel type de défaut de la route peut correspondre un échelon unitaire.

Question 3.7. Expliquer comment modifier physiquement le coefficient d'amortissement de la suspension de moto.

Question 3.8. Déterminer le nouveau coefficient μ correspondant à ce critère. Pour simplifier les calculs, on négligera le terme d'ordre 1 (en p) au numérateur.

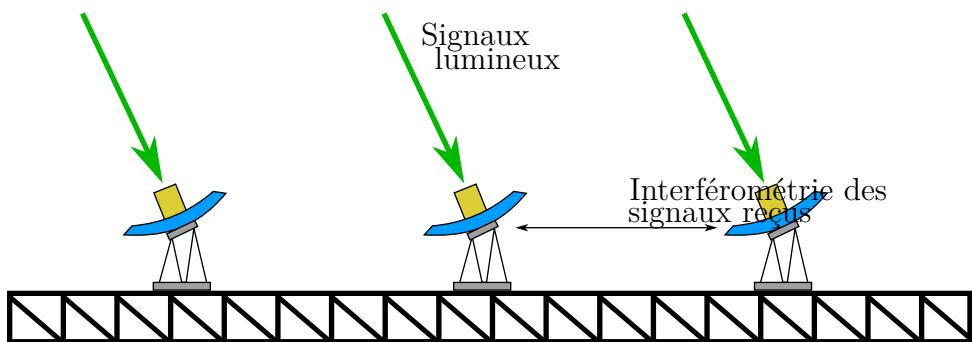
— EXERCICE 4 —

Station spatiale d'observation par interférométrie

Objectifs

Étudier les performances harmoniques d'un asservissement de position.

L'Agence Spatiale Européenne (ESA) a lancé un projet de recherche, baptisé « Darwin », dont l'objectif est de rechercher les planètes identiques à la Terre, et d'en étudier la composition. Pour atteindre cet objectif, l'ESA doit disposer d'un système lui permettant d'exploiter les informations contenues dans les signaux lumineux qu'émettent les étoiles, de manière plus approfondie que ne le peuvent les télescopes actuels. Pour satisfaire ce besoin, la solution technique retenue par l'ESA est un télescope « géant », de 500 m de périmètre. Ce télescope est en fait réalisé à partir de 6 télescopes dont les mesures sont exploitées par interférométrie.



Extrait du cahier des charges

L'asservissement en orientation de ces télescopes nécessite une très grande précision et aucune erreur n'est acceptée. De plus, le positionnement doit être précis quelle que soit la fréquence des excitations extérieures, en particulier il ne doit pas y avoir de résonance.

La fonction de transfert en boucle fermée du système d'asservissement de position non corrigé est :

$$H(p) = \frac{K_T + C_T p}{K_T + C_T p + M p^2}$$

avec :

- $K_T = 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ la raideur du ressort modélisant le lien entre les embases (représentant l'élasticité équivalente des bras) ;
- $M = 1 \text{ tonne}$ la masse de l'ensemble {embase du système, télescope} ;
- $C_T = 63 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ le coefficient d'amortissement visqueux représentant la dissipation interne par frottement dans les bras et les liaisons entre les bras.

Question 4.1. Montrer que cette fonction de transfert s'écrit sous forme canonique :

$$H(p) = \frac{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2};$$

et déterminer les expressions et la valeur numériques de ξ et ω_0 .

Question 4.2. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques puis l'allure des diagrammes réels.

Question 4.3. Préciser si le système non corrigé permet de respecter le cahier des charges.

Performances du système corrigé On envisage maintenant le système corrigé avec une action proportionnelle. On donne ci-dessous les diagrammes de gain pour différentes valeurs du gain K induisant différentes valeur de ξ .

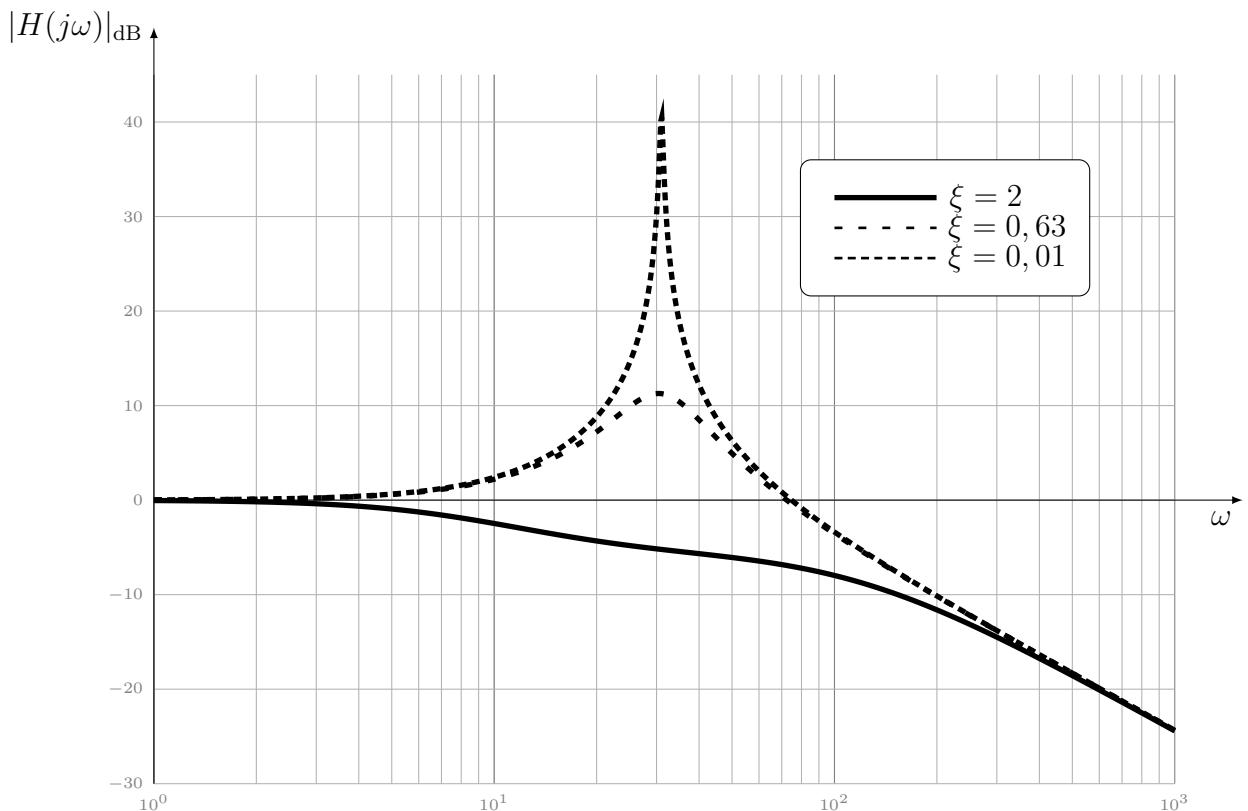


FIGURE 4.1 – Diagrammes de gain pour différentes valeur de ξ obtenues avec un correcteur proportionnel.

Question 4.4. Préciser quelle valeur de ξ permet de respecter le cahier des charges.

— EXERCICE 5 —

Suspension automobile active

Objectifs

Montrer les problèmes liés aux suspensions classiques passives et déterminer un réglage possible d'une solution active.

Dans un véhicule automobile, la suspension contribue principalement à assurer :

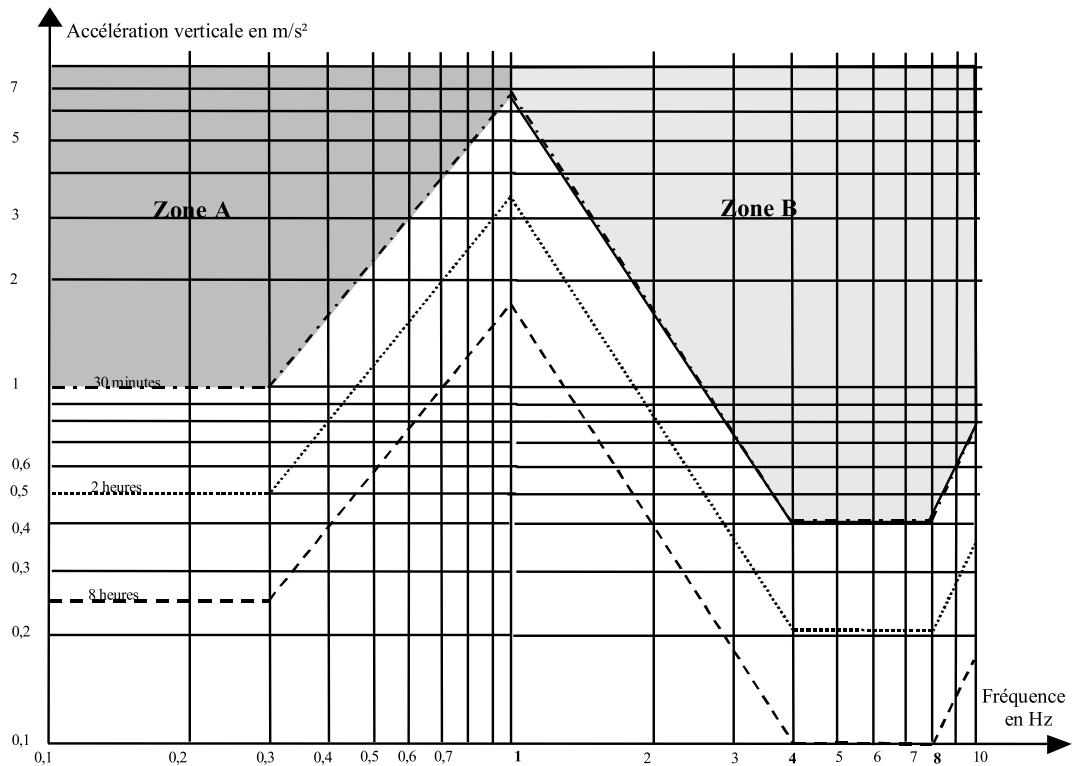
- la tenue de route et la stabilité du véhicule, notamment en maintenant permanent le contact entre les pneumatiques et la route ;
- le confort vibratoire et postural des passagers quelles que soient les conditions de circulation (état de la route, comportement du conducteur, charge du véhicule, etc.).



Réaliser une suspension satisfaisante revient donc à isoler la caisse du véhicule en filtrant les sollicitations vibratoires de la route. Les paramètres caractéristiques d'une suspension automobile sont la raideur et l'amortissement. Pour une masse de caisse donnée, une raideur faible de la suspension permet d'absorber efficacement les irrégularités de la route. Cependant, pour certaines fréquences, des phénomènes de résonance inconfortables nuisent à la tenue de route et à la stabilité du véhicule. L'amortissement permet de contrôler ces phénomènes dès leur apparition. L'amortisseur doit freiner simultanément les oscillations de la caisse et celles des roues afin de maintenir ces dernières au contact avec le sol sans trop durcir la suspension.

5.1 Analyse du confort vibratoire

Le corps humain est organisé pour tolérer des sollicitations verticales à la fréquence de la marche. La norme AFNOR E 90-400 propose un modèle de tolérance physiologique aux vibrations verticales. Sur ce graphe, on identifie « la zone de mal des transports » (zone A) et « la zone d'inconfort vibratoire » (zone B).



Question 5.1. Expliquer comment se comporte le corps humain sollicité par une vibration verticale de fréquence voisine de 1 Hz.

Question 5.2. Déterminer l'accélération verticale maximale que peut supporter le corps humain, sollicité avec une fréquence comprise entre 4 et 8 Hz pendant 30 minutes, sans être incommodé.

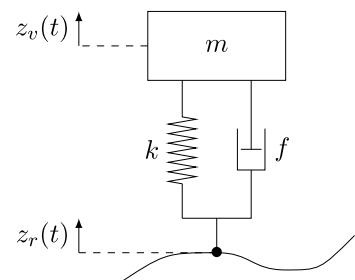
L'étude physiologique montre ainsi qu'il est nécessaire d'éviter les vibrations dans cette gamme de fréquences.

5.2 Analyse de la suspension classique passive

L'objectif de cette première partie est de déterminer la valeur de la raideur et de l'amortissement pour respecter le confort vibratoire. Pour simplifier l'étude, on considère que la raideur des pneus est négligeable ainsi que la masse des roues devant celle de la caisse. Ainsi, en notant $z_r(t)$ la variation d'altitude de la route par rapport à la position d'équilibre et $z_v(t)$ la variation d'altitude de la caisse de la voiture par rapport à la position d'équilibre, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la masse donne :

$$m\ddot{z}_v(t) = -k(z_v(t) - z_r(t)) - f(\dot{z}_v(t) - \dot{z}_r(t))$$

avec m le quart de la masse du véhicule à vide (1 650 kg), $f = 1\,000\text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$ le coefficient de frottement visqueux et k la raideur du ressort.



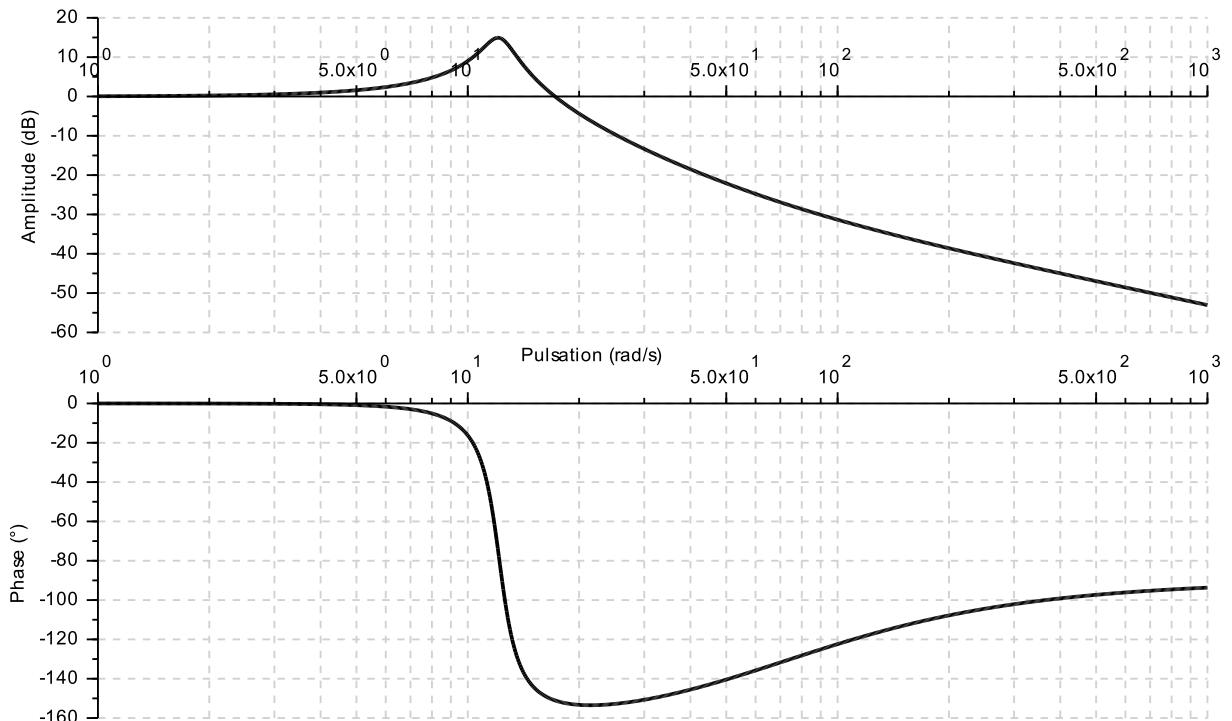
Lorsqu'on charge le véhicule à l'arrêt sur route plate ($z_r = 0$ m), les suspensions s'écrasent d'une longueur de 15 mm pour une masse totale du véhicule de 2 050 kg.

Question 5.3. Déterminer la valeur de la raideur du ressort k et son unité.

On considère dans la suite une masse moyenne $m = 450$ kg.

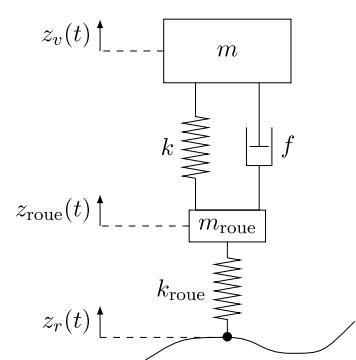
Question 5.4. Montrer que la fonction de transfert $\frac{Z_v(p)}{Z_r(p)}$ est égale à $\frac{1 + 0,015p}{1 + 0,015p + 0,00675p^2}$.

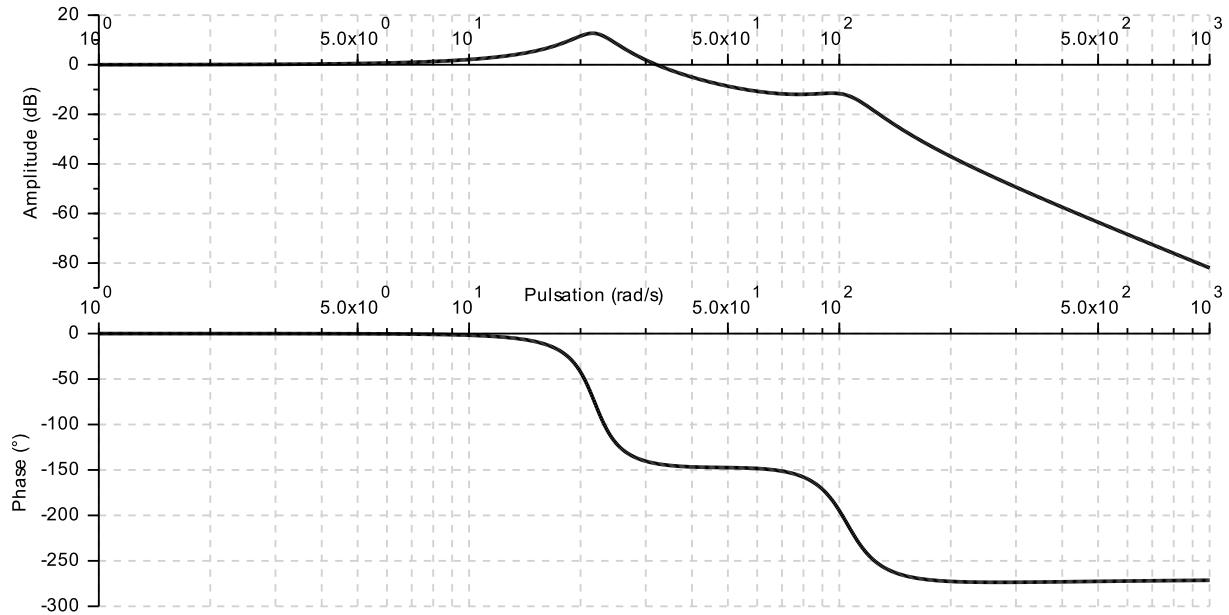
On donne ci-dessous les diagrammes de Bode réels de cette fonction.



Question 5.5. Que dire de cette suspension classique vis-à-vis du confort vibratoire des passagers ?

Un modèle plus élaboré de la suspension, prenant en compte la masse des roues et leur raideur est donné ci-contre où $z_u(t)$ est la variation d'altitude du centre d'inertie de la roue par rapport à la position d'équilibre. Pour les mêmes valeurs de raideur et de masse, en estimant la raideur des pneus et leur masse, on peut tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $\frac{Z_v(p)}{Z_r(p)}$ donnés ci-après.



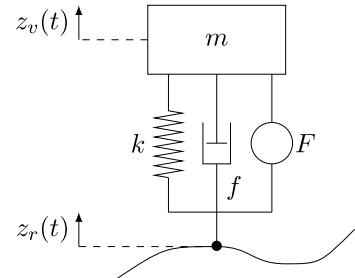


Question 5.6. Proposer un modèle de fonction de transfert à partir de l'analyse des diagrammes de Bode.

Question 5.7. Discuter la pertinence du modèle simplifié retenu compte-tenu de la plage de fréquences intéressantes (4 à 8 Hz).

5.3 Mise en place d'une suspension active

Le principe de la suspension active est d'ajouter en parallèle de la suspension classique un actionneur linéaire qui ajoute un effort pour supprimer la résonance dans la zone de confort. Un accéléromètre est placé sur la caisse du véhicule, celui-ci permet d'estimer l'accélération et la vitesse verticale de la voiture. L'effort ajouté par l'actionneur est alors égal à $F = -C_v \dot{z}_v$.



Question 5.8. Modifier l'équation obtenue avec le principe fondamental de la dynamique pour prendre en compte la force ajoutée par l'actionneur. En déduire l'expression canonique de la nouvelle fonction de transfert $\frac{Z_v(p)}{Z_r(p)}$.

Question 5.9. Préciser la paramètre sur lequel intervient l'actionneur et déterminer la valeur de C_v pour être en limite de résonance.

Question 5.10. Tracer l'allure des diagrammes de Bode réels de la nouvelle fonction de transfert ainsi corrigée et conclure sur la pertinence de la suspension active vis-à-vis de la problématique de confort énoncé au départ.

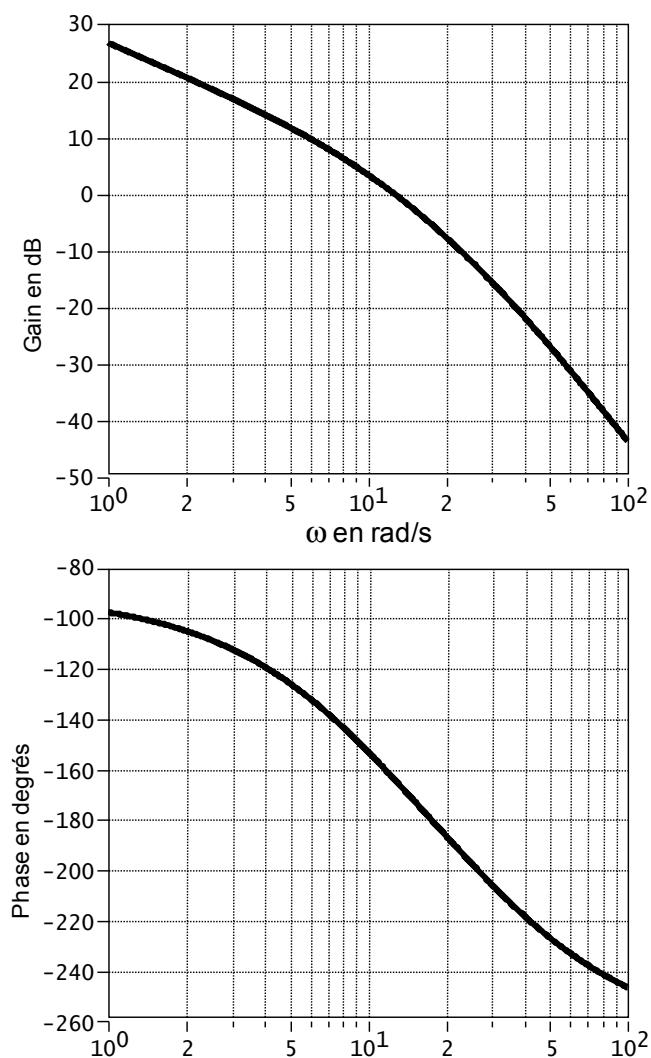
— EXERCICE 6 —

Étude de la stabilité d'un système dans le plan de Bode

Objectifs

Déterminer si un système caractérisé par sa fonction de transfert en boucle ouverte est stable ou non en boucle fermée.

On a tracé ci-dessous les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système.



Question 6.1. Déterminer graphiquement les marges de stabilité. Conclure quant au respect du cahier des charges.

— EXERCICE 7 —

Étude de la stabilité d'un système

Objectifs

Le but est de dire si un système caractérisé par sa fonction de transfert en boucle ouverte est stable ou non.

Une chaîne de tri postal est équipée d'un robot cartésien, tel que celui présenté sur la figure 7.1. Ce robot permet de réaliser des opérations de chargement et de déchargement. Il possède 3 axes perpendiculaires entre eux et de structures identiques. Chaque axe est constitué :

- d'un servomoteur, c'est-à-dire un moteur électrique asservi en vitesse et en position ;
- d'un réducteur à train épicycloïdal ;
- d'un système de transformation de mouvement de type poulies-courroie entraînant en translation le chariot effecteur.

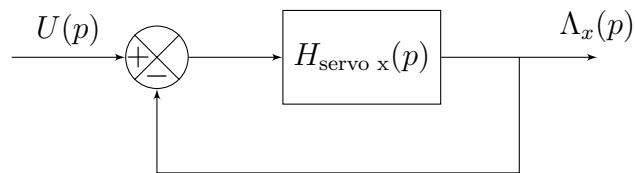
Nous nous intéressons à la commande de l'axe x .



FIGURE 7.1 – Robot cartésien de tri.

7.1 Étude du servomoteur seul

Nous nous intéressons dans un premier temps au servomoteur de l'axe x du robot pour lequel nous avons déterminé la fonction de transfert liant la position linéaire $\Lambda_x(p)$ à la tension d'alimentation $U(p)$. Celle-ci peut se modéliser sous la forme du schéma-blocs suivant :



avec

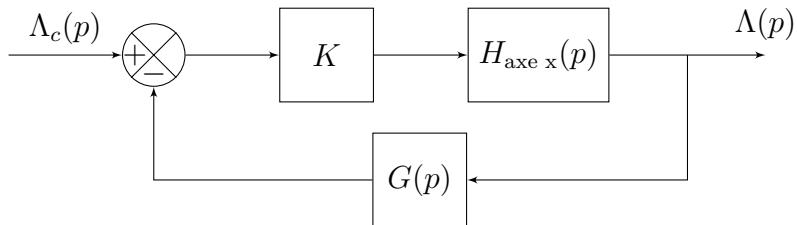
$$H_{\text{servo } x}(p) = \frac{5}{p(1 + 0,1p)(1 + 0,5p)}$$

Question 7.1. Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert $H_{\text{servo } x}(p)$.

Question 7.2. Déterminer graphiquement les marges de stabilité et conclure quant à la stabilité du servomoteur.

7.2 Étude de l'asservissement de position

Le servomoteur étudié précédemment est placé dans le système tel l'asservissement de position puisse être modélisé par le schéma-blocs suivant :



où la fonction de transfert du servomoteur et de l'ensemble de la transmission mécanique est

$$H_{\text{axe } x}(p) = \frac{5}{p(1 + 6p + 3p^2)}$$

et où la fonction de transfert de la chaîne de retour est

$$G(p) = 2$$

Extrait du cahier des charges

Afin d'assurer un fonctionnement optimal du système, on impose les marges de stabilité suivantes :

- marge de phase : $M_\varphi \geq 30^\circ$;
- marge de gain : $M_G \geq 10 \text{ dB}$.

Question 7.3. Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

Question 7.4. Déterminer graphiquement les marges de stabilité.

Question 7.5. Compte tenu du cahier des charges, déterminer les valeurs de K permettant d'assurer la stabilité du système.

— EXERCICE 8 —

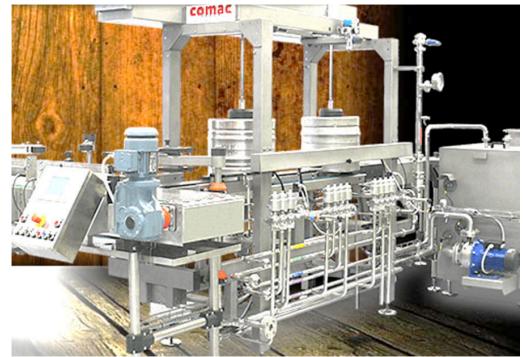
Précision d'un moteur pneumatique asservi

Objectifs

Vérifier le critère de précision du CDCF d'un asservissement.

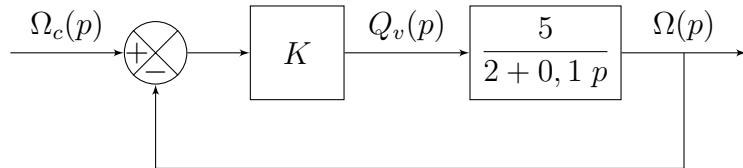
Un moteur pneumatique est utilisé sur une ligne de conditionnement de fûts destinés à contenir de la bière sous pression. Ce moteur permet de faire tourner le tonneau sur lui-même lors du marquage final (étiquetage, écritures de traçabilité et marquage embouti).

Un moteur pneumatique est un composant alimenté en air et fournissant une énergie mécanique de rotation. Il s'agit ici d'un moteur pneumatique à pistons radiaux.

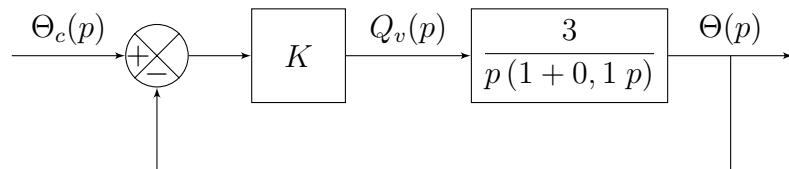


Il est nécessaire d'asservir la rotation du fût en position et en vitesse. Trois moteurs et deux asservissements différents sont retenus en début de conception. Les trois cas de figure étudiés sont :

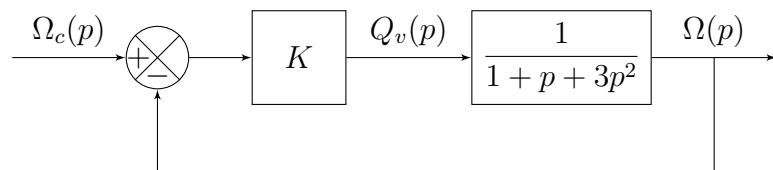
Cas 1 Moteur pneumatique à rotor allégé modélisé en 1^{er} ordre asservi en vitesse :



Cas 2 Moteur pneumatique modélisé en 1^{er} ordre asservi en position :



Cas 3 Moteur pneumatique modélisé en 2^e ordre asservi en vitesse :



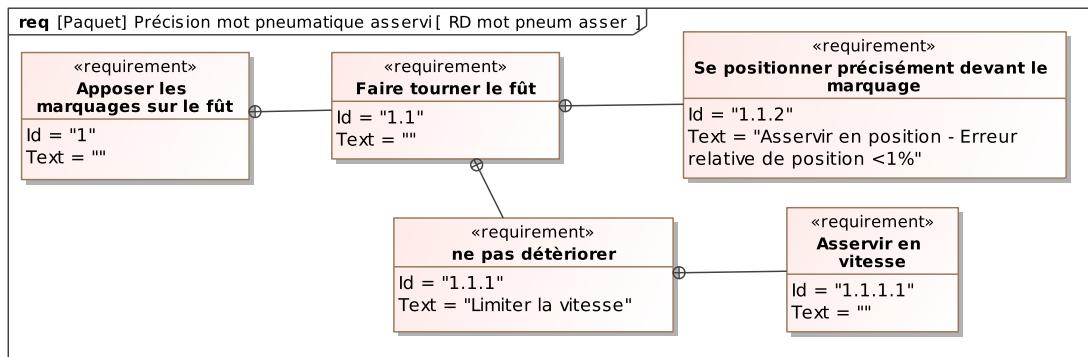
où $Q_v(p)$ est la transformée de Laplace du débit d'entrée en air comprimé du moteur pneumatique (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) et où $\Omega(p)$ et $\Theta(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace de la vitesse de rotation (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$) et de la position angulaire de l'arbre du moteur (en rad) pneumatique. Leurs consignes respectives sont notées $\Omega_c(p)$ et $\Theta_c(p)$. Pour chacun des trois modèles, on considère un asservissement avec un correcteur à action proportionnelle de gain K .

Question 8.1. En prenant $K = 1$, déterminer pour chacun des cas étudiés :

- l'erreur statique de position pour une entrée $e(t) = e_0 u(t)$;
- l'erreur de traînage pour une entrée $e(t) = at u(t)$

Dans chaque cas, calculer le gain de la fonction de transfert en boucle fermée.

Dans ce qui suit, on cherche à régler le correcteur proportionnel, c'est-à-dire diminuer l'écart n° 3 de la démarche d'ingénierie en respectant les exigences données dans le diagramme d'exigences partiel ci-dessous.



Question 8.2. Déterminer, pour chacun des cas étudiés en préconception, la valeur du gain K pour que la précision requise dans le CDCF soit assurée.

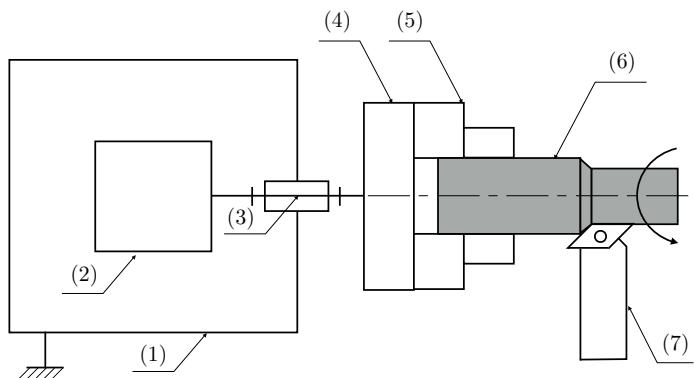
— EXERCICE 9 —

Étude de la sensibilité aux perturbations d'un système

Objectifs

Caractériser les performances en termes de précision d'un système soumis à une perturbation connaissant sa fonction de transfert en boucle ouverte.

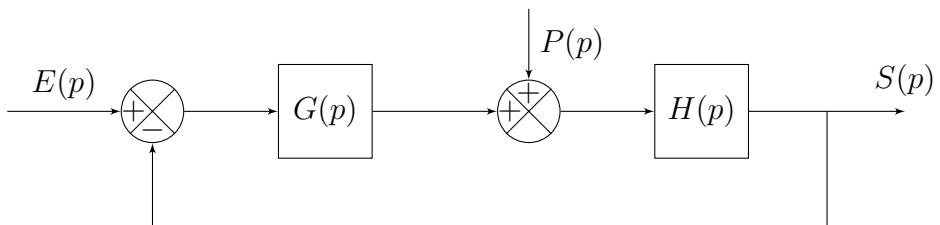
On considère une broche de tour à commande numérique. Le moteur **2** du tour à commande numérique **1** entraîne la broche **3** qui maintient, dans un mandrin **4** et ses mors **5**, la pièce **6** à usiner. La pièce est animée d'un mouvement de rotation circulaire par rapport au bâti et l'outil **7** d'un mouvement de translation rectiligne par rapport au bâti.



Extrait du cahier des charges

On impose une erreur statique nulle lorsque l'on applique une entrée en échelon avec une perturbation constante.

On considère le système décrit par le schéma-blocs suivant



avec :

$$G(p) = \frac{20}{1 + 0,4 p} \quad H(p) = \frac{10}{p(1 + 0,2 p)}$$

Question 9.1. Déterminer pour une entrée $e(t) = e_0 u(t)$ et pour une perturbation $p(t) = p_0 u(t)$, l'écart statique de position total.

Question 9.2. Préciser comment respecter le cahier des charges sans trop affecter les marges de stabilité.

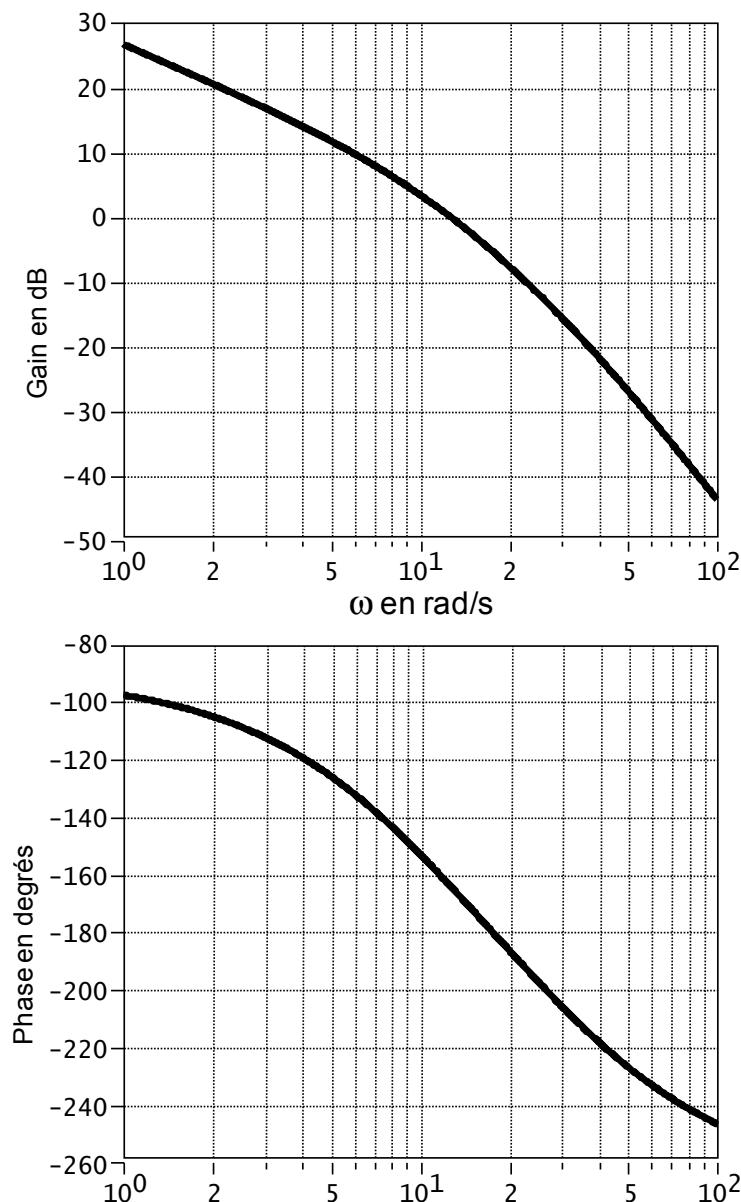
— EXERCICE 10 —

Réglage graphique des marges de stabilité par correction proportionnelle

Objectifs

Régler le correcteur proportionnel d'un système caractérisé par sa fonction de transfert en boucle ouverte.

Des essais harmoniques à différentes fréquences ont permis de tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système.



Question 10.1. Déterminer l'ordre et la classe de la FTBO du système et préciser si le système non corrigé est stable.

Question 10.2. Justifier que cette FTBO puisse être caractéristique d'un asservissement de position.

Dans ce qui suit, on considère que le système est corrigé avec un correcteur à action proportionnelle de gain K .

Extrait du cahier des charges

On impose une erreur statique de position nulle, une erreur relative de trainage inférieure à 10 % et on souhaite que le système soit insensible aux perturbations. On impose aussi au système une marge de gain $M_G > 10 \text{ dB}$ et une marge de phase $M_\varphi > 45^\circ$.

Question 10.3. Justifier que le gain K n'aura d'action que sur une éventuelle perturbation lors d'une réponse indicielle.

Question 10.4. Déterminer graphiquement les valeurs de gain K permettant de satisfaire l'exigence de marge de phase du cahier des charges.

Question 10.5. Déterminer graphiquement les valeurs de gain K permettant de satisfaire l'exigence de marge de gain du cahier des charges.

Question 10.6. Conclure quant aux valeurs du gain K permettant de respecter le cahier des charges.

— EXERCICE 11 —

Réglage des marges de stabilité par correction proportionnelle

Objectifs

Régler par un gain proportionnel les marges de stabilité d'un système caractérisé par sa fonction de transfert en boucle ouverte.

Sur un centre d'usinage 4 axes tel que celui présenté sur la figure 11.1, la pièce est fixée sur un plateau tournant.

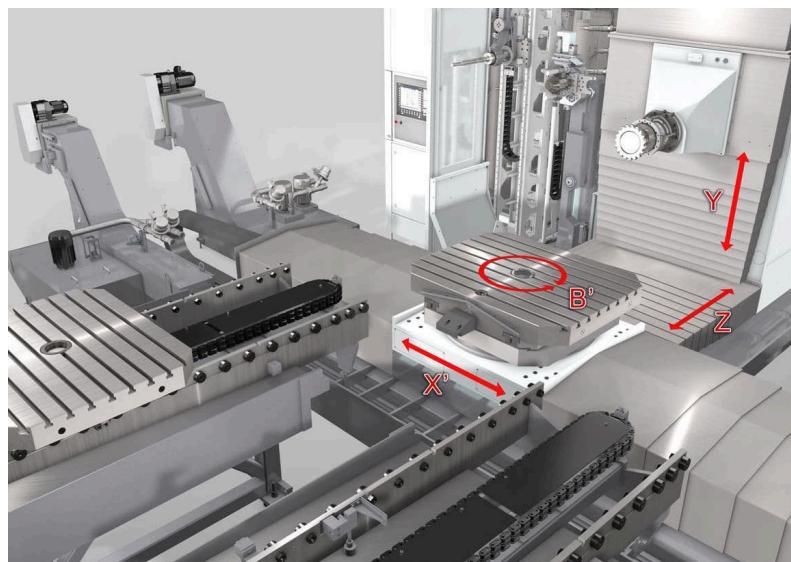
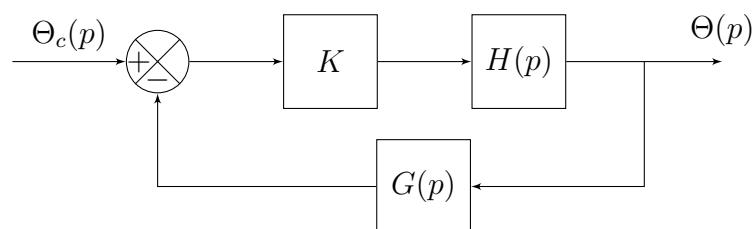


FIGURE 11.1 – Centre d'usinage 4 axes avec présentation des différents axes.

On nomme B l'axe de rotation de la pièce autour de l'axe vertical du centre d'usinage. Afin de permettre le respect des dimensions usinées, cet axe B est asservi en position et le schéma-blocs représentatif de cet asservissement de position est présenté sur la figure suivante.



où $H(p)$ représente la fonction de transfert de l'ensemble {moteur, réducteur}, $G(p)$ représente la fonction de transfert de la chaîne de mesure de position du plateau et K représente le correcteur dont on veut déterminer la valeur.

Extrait du cahier des charges

On souhaite disposer sur le système des marges de stabilité suivantes :

- marge de phase $M_\varphi > 45^\circ$;
- marge de gain $M_G > 10 \text{ dB}$.

Dans un premier temps, on considère que l'ensemble {moteur, réducteur} se comporte comme un système du premier ordre avec intégrateur pour lequel on donne

$$H_1(p) = \frac{2}{p(1 + 0,2p)}$$

Question 11.1. Tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_1(p)$.

Question 11.2. Déterminer le coefficient K qui conduit aux marges de stabilité souhaitées avec $G(p) = 1$.

On considère dans un second temps une modélisation plus précise du comportement de l'ensemble {moteur, réducteur} sous la forme d'une fonction du second ordre avec intégrateur. On donne alors

$$H_2(p) = \frac{2}{p(1 + 8p + 2p^2)}$$

Question 11.3. Tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_2(p)$.

Question 11.4. Déterminer le coefficient K qui conduit aux marges de stabilité souhaitées avec $G(p) = 1$.

Pour une opération de maintenance sur le centre d'usinage, un capteur de la chaîne de mesure a dû être modifié de telle sorte que la fonction de transfert de la chaîne retour puisse maintenant s'exprimer $G(p) = 2$.

Question 11.5. Déterminer la nouvelle valeur de K à programmer dans l'automate.

— EXERCICE 12 —

Réglage du correcteur d'un système d'orientation du mat d'une éolienne

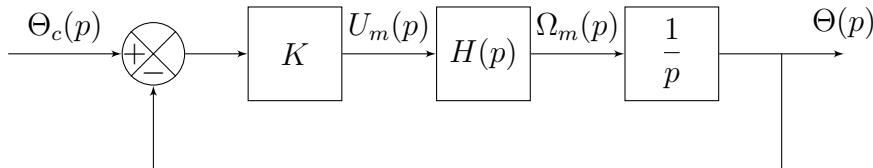
Objectifs

Régler la précision et les marges de stabilité par correction proportionnelle d'un système caractérisé par sa fonction de transfert en boucle ouverte.

On s'intéresse à l'orientation du mat d'une éolienne agricole de moyenne puissance par rapport au vent. Pour cela la position angulaire du corps de l'éolienne autour de l'axe vertical est asservie à la direction réelle du vent. Le moteur, de type « brushless direct-drive » pilotant cette orientation, est modélisé par la fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{400}{(p + 10)(p + 40)}$$

Pour asservir la position angulaire en sortie du réducteur, un correcteur de type proportionnel, de gain K , est utilisé. Le schéma-blocs de l'asservissement est le suivant :



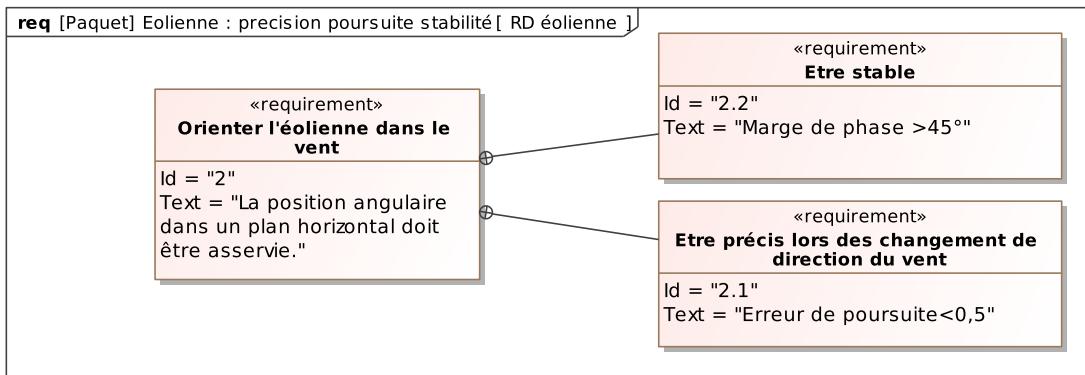
où $\Theta_c(p)$ et $\Theta(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace de la consigne de position angulaire du mat de l'éolienne et sa réalisation, $U(p)$ celle de la tension d'alimentation du moteur (en V) et $\Omega(p)$ celle de sa vitesse de rotation (en rad·s⁻¹).



Question 12.1. Justifier que le rapport de transmission R du réducteur n'apparaisse pas dans le schéma-blocs de l'asservissement.

Question 12.2. Préciser s'il est possible de trouver un réglage pour que la réponse de l'éolienne soit précise, quelles que soient les conditions de vent. Si non, préciser les hypothèses nécessaires à formuler.

Dans ce qui suit, on cherche à régler le correcteur proportionnel, c'est-à-dire diminuer l'écart n°3 de la démarche d'ingénierie en respectant les exigences données dans le diagramme d'exigences partiel ci-après.



Question 12.3. Déterminer les valeurs de K permettant de respecter les deux exigences du cahier des charges.

Question 12.4. Déterminer les marges de stabilité correspondant à ces valeurs de K .

— EXERCICE 13 —

Asservissement de position d'un système de préhension de lamelle

Objectifs

Régler la précision et les marges de stabilité par correction proportionnelle d'un système de positionnement d'un système de préhension de lamelle.

Le groupe TECH-INTER commercialise du matériel de laboratoire d'histopathologie. Cette spécialité médicale consiste à découper des tissus d'organes en fine épaisseur ($4\text{--}5 \mu\text{m}$). Ces tissus sont ensuite collés sur des lames de verres de 2 mm d'épaisseur puis colorés chimiquement dans un automate. Pour certains tissus, il est nécessaire de coller sur les tissus colorés une lamelle de verre de 0,3 mm d'épaisseur afin de les protéger. Cette dernière opération est très délicate à effectuer manuellement et très longue, une étude pouvant comporter plusieurs centaines de lames. L'appareil appelé « Colleuse de lamelle » automatise ce procédé.

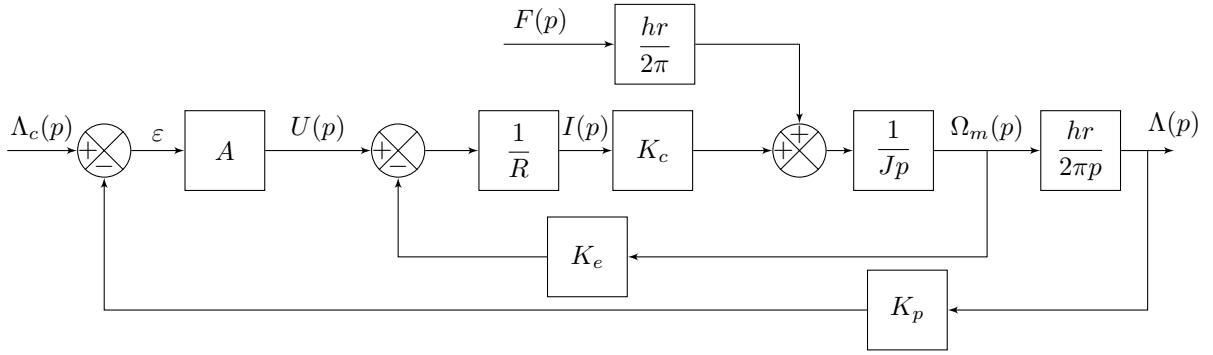


Extrait du cahier des charges

La système de préhension des lamelles doit être stable (marge de gain supérieure à 10 dB et marge de phase supérieure à 45°), précis (erreur statique de position nulle) et ne pas présenter de dépassement sous peine de briser les lamelles.

13.1 Modélisation

Le schéma-blocs qui modélise le système permettant d'asservir la position du système de préhension des lamelles est donné ci-après, avec λ_c la commande en position et λ sa réalisation.



avec :

- A le gain réglable de l'amplificateur (en $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$) ;
- $R = 10 \Omega$ la résistance de l'induit ;
- $k_c = 20 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$ la constante de couple ;
- $k_e = 20 \times 10^{-3} \text{ V}\cdot\text{s}$ la constante de fcem ;
- $J = 1 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ l'inertie de l'ensemble rapporté sur l'axe du moteur ;
- $r = \frac{1}{20}$ le rapport de transmission du réducteur ;
- $h = \pi/2\text{mm}$ le pas de la vis du système vis-écrou ;
- $K_p = 1 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ le gain du capteur de position.

Question 13.1. Déterminer l'expression de la FTBO du système et montrer qu'elle peut s'écrire :

$$H(p) = \frac{K}{p(1 + 0,025p)}$$

Question 13.2. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de $H(j\omega)$, puis l'allure des tracés réels.

Question 13.3. Déterminer les valeurs du gain A permettant de respecter les critères de stabilité du cahier des charges.

Question 13.4. Déterminer une condition sur la valeur du gain A pour respecter le critère de non dépassement du cahier des charges.

Question 13.5. Déterminer la valeur optimale de réglage du gain A permettant de satisfaire le cahier des charges.