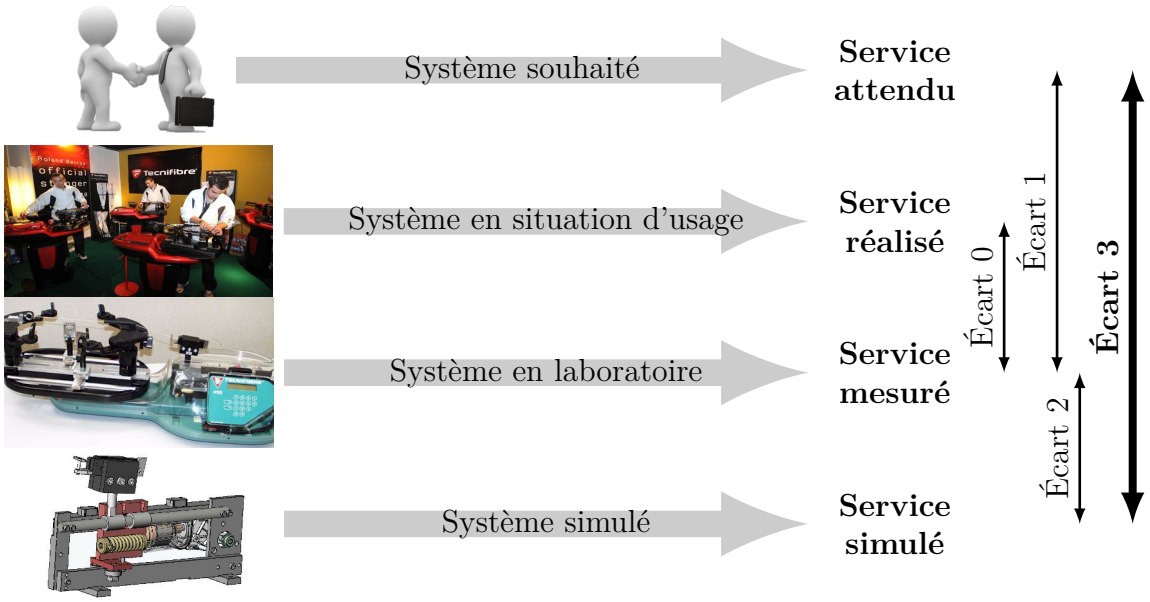
Modélisation des systèmes et paramétrage cinématique

— TDs —



Écart 0 – évalue la fiabilité et la fidélité du système de laboratoire didactisé par rapport au système réel. Il répond aux questions « le système de laboratoire est-il représentatif du système réel ? Permet-il de l'étudier de manière fiable ? »

Écart 1 – évalue le respect du CDCF par le système réel sur prototype instrumenté en laboratoire. Il répond à la question « le système réalisé, répond-il au CDCF ? ».

Écart 2 – évalue la fiabilité du modèle et de ses hypothèses. Il répond à la question « le modèle est-il correct ? ».

Écart 3 – évalue, en phase de conception, le respect du CDCF à partir d'un modèle simulé. Il répond à la question « le modèle du système satisfait-il les exigences du CDCF ? ».

Activités de TD

Exercices

Exercice 1 – Modélisation cinématique de trois systèmes 3
Exercice 2 – Extracteur de pièces de fonderie 6
Exercice 3 – Mécanisme de levage 10
Exercice 4 – Échelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle 11
Exercice 5 – Pompe hydraulique à pistons radiaux 13
Exercice 6 – Modélisation du système de distribution VTEC 15
Exercice 7 – Système d'aide à la navigation 17

Nicolas Mesnier, lycée international Jean Perrin, Lyon

Compléments & mises à jour sur le site des PCSI
https://cahier-de-prepa.fr/pcsi-perrin
— Version du 1er septembre 2026 —

— Exercice 1 —

Modélisation cinématique de trois systèmes

Objectifs

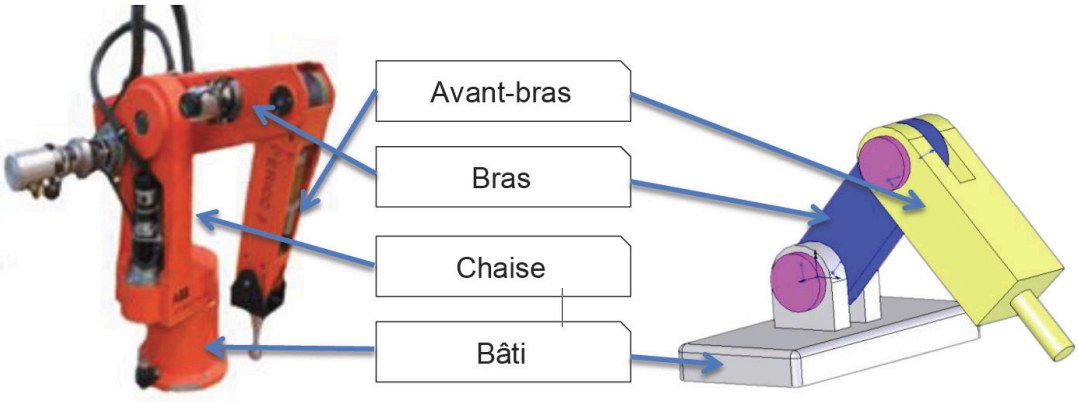
Identifier, modéliser et paramétrer les mobilités de mécanismes en vue d'une étude de leur comportement cinématique et ainsi vérifier des critères de performance.

1.1 Robot Ericc3

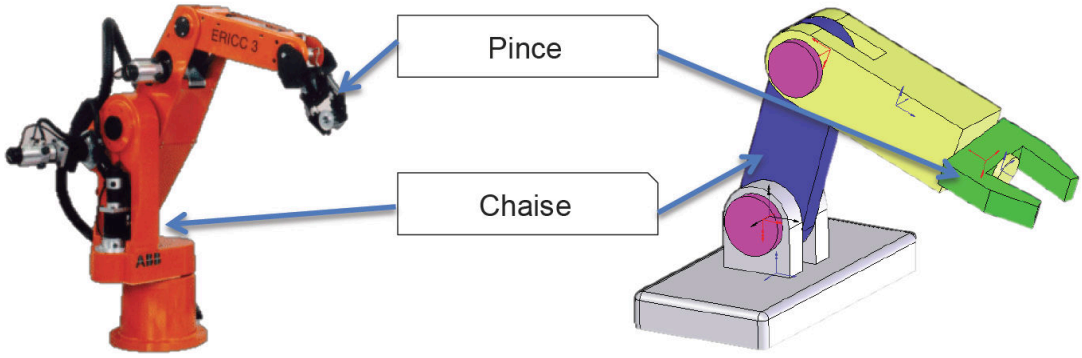


Le robot Ericc 3 (étudié en TP) est un bras manipulateur programmable avec des mouvements similaires à ceux d'un bras humain. Il peut être utilisé pour effectuer une variété de tâches avec une grande précision. Chaque axe du manipulateur permet d'effectuer un mouvement de rotation ou de translation. Dans ce qui suit, on cherche à identifier, modéliser et paramétrer les mobilités de ce robot.

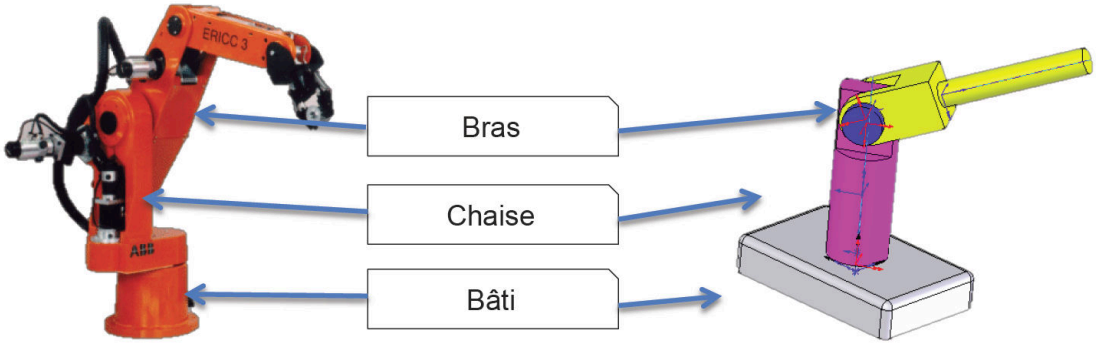
Mobilités d'épaule et du coude



Mobilités d'épaule, du coude et du poignet



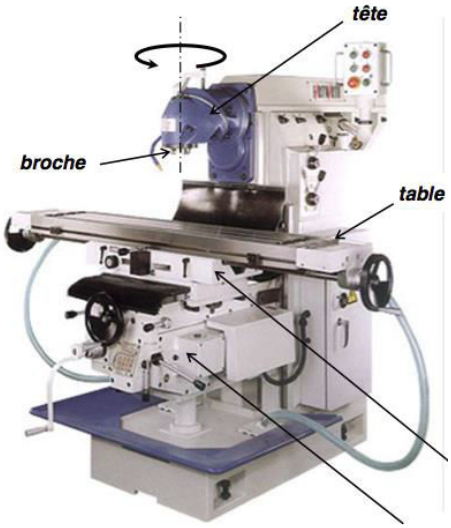
Mobilités de lacet et d'épaule



Question 1.1. *Pour chacun des trois sous-systèmes :*

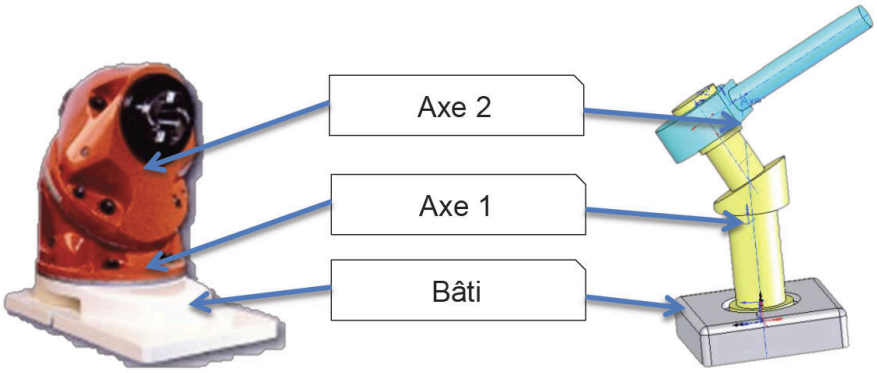
a) identifier les classes d'équivalences puis réaliser le graphe de structure ;
b) réaliser le schéma cinématique minimal (plan ou spatial selon la nécessité) ;
c) réaliser le paramétrage du mécanisme.

Question 1.2. *Réaliser le schéma cinématique de l'ensemble du robot.*



1.2 Tête de fraise Huron

Une fraiseuse est la machine-outil réalisant les opérations de fraisage. Dans le cas du fraisage, contrairement au tournage, c'est l'outil monté dans la broche qui tourne, la pièce étant fixe par rapport à la table sur laquelle elle est fixée, par l'intermédiaire d'un étau ou d'un montage d'usinage. La tête de fraiseuse Huron permet de faire des surfaçages inclinés, permettant notamment la réalisation aisée de tous les chanfreins.



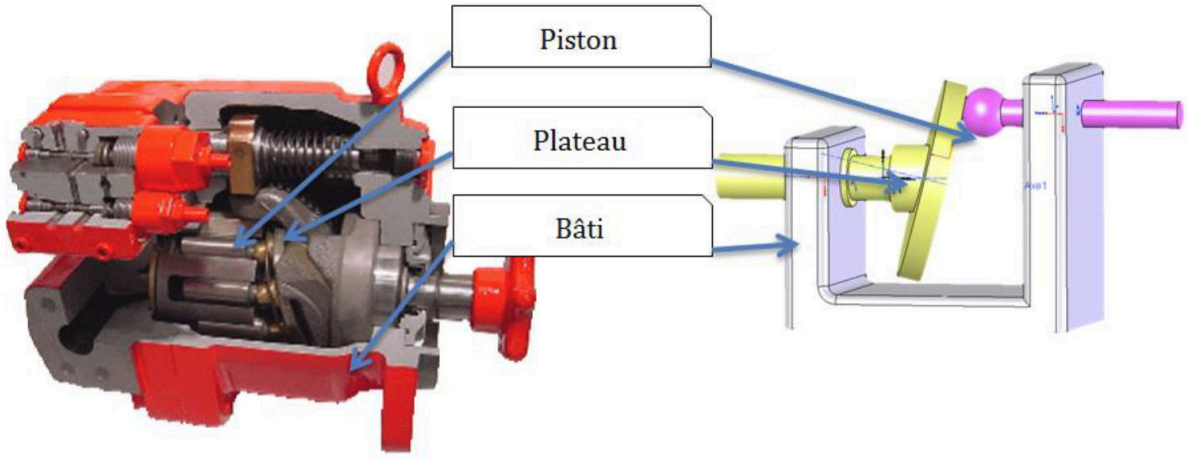
Question 1.3. *Pour la tête de fraise Huron :*

a) identifier les classes d'équivalences puis réaliser le graphe de structure ;
b) réaliser le schéma cinématique minimal (plan ou spatial selon la nécessité) ;
c) réaliser le paramétrage du mécanisme.

1.3 Pompe à pistons axiaux

Les pompes à pistons axiaux sont constituées d'un bâti (ou carter), d'un barillet et de pistons. Les pistons (pièces rigides de section généralement circulaire coulissant dans un cylindre de forme complémentaire) sont situés parallèlement ou inclinés par rapport à l'axe d'entraînement. Un plateau inclinable permet de régler la course des pistons et donc la cylindrée de la pompe. Ces pompes sont utilisées pour de multiples applications dans le domaine de l'agriculture, l'industrie, la sidérurgie, l'aéronautique, les travaux publics, etc.

Cette pompe à pistons axiaux équipe le système d'aide à la navigation étudié dans l'exercice 7.



Question 1.4. *Identifier les classes d'équivalences puis réaliser le graphe de structure de la pompe à pistons axiaux.*

Question 1.5. *En ne considérant qu'un seul piston :*

a) réaliser le schéma cinématique minimal (plan ou spatial selon la nécessité) ;
b) réaliser le paramétrage du mécanisme.

— Exercice 2 —

Extracteur de pièces de fonderie

Objectif

Vérifier les contraintes de vitesse et d'accélération du centre de gravité d'une pièce manipulée par un extracteur de fonderie par rapport au sol.

La figure 2.1 représente une partie d'un appareil d'extraction pour machines à mouler par injection. Cet appareil saisit les pièces (chaudes) à la sortie de la machine à mouler, les soulève, les transporte, et les dépose à l'endroit voulu.

> **Extrait du cahier des charges**
> Pour un temps de cycle optimal, la vitesse du point G_5 par rapport au repère $\mathcal{R}_0$ doit être de $1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.
> Pour éviter tout risque de chute pièce chaude, l'accélération du point G_5 par rapport au repère $\mathcal{R}_0$ ne doit pas excéder $0{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Le repère $\mathcal{R}_0 = (O_0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié au support **0**. Le système d'extraction est schématisé par l'ensemble {**1**, **2**, **3**, **4**, **5**}. Pour améliorer la lisibilité de la figure qui donne l'allure de cet appareil, le support **0**, la première unité de translation **1** et la plus grande partie de la deuxième unité de translation **2** ne sont pas représentés.

Première unité de translation

Repère associé : $\mathcal{R}_1 = (O_1, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ tel que $\overrightarrow{O_0O_1} = \delta\vec{y}$.
Mouvement de **1** par rapport à **0** : translation rectiligne de direction $\vec{y}$ repérée par le paramètre δ.

Deuxième unité de translation

Repère associé : $\mathcal{R}_2 = (O_2, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ tel que $\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda\vec{x}$.
Mouvement de **2** par rapport à **1** : translation rectiligne de direction $\vec{x}$ repérée par le paramètre λ.

Corps pivotant 3

Repère associé : $\mathcal{R}_3 = (O_3, \vec{x_3}, \vec{y_3}, \vec{z_3})$ tel que $(\vec{x}, \vec{x_3}) = (\vec{y}, \vec{y_3}) = \alpha$ et $\overrightarrow{O_2O_3} = c\vec{z}$ avec c une constante positive.
Mouvement de **3** par rapport à **2** : rotation autour de $(O_2, \vec{z})$ paramétrée par α.

Bras d'extraction 4

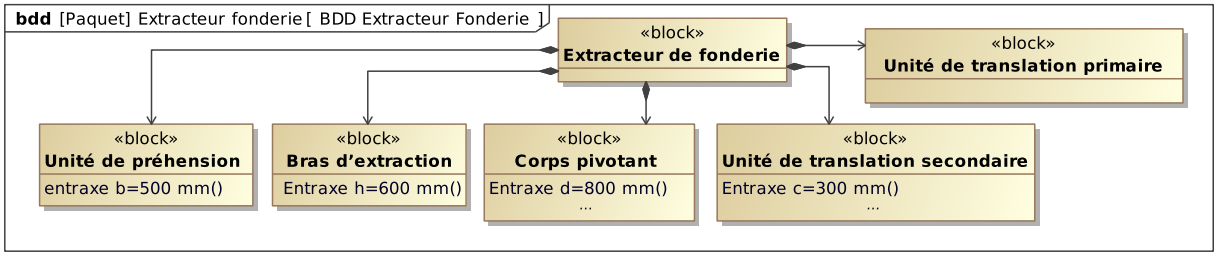
Repère associé : $\mathcal{R}_4 = (O_4, \vec{x_4}, \vec{y_4}, \vec{z_4})$ tel que $(\vec{z_3}, \vec{z_4}) = (\vec{x_3}, \vec{x_4}) = \beta$ et $\overrightarrow{O_3O_4} = d\vec{z}$ avec d une constante positive.
Mouvement de **4** par rapport à **3** : rotation autour de $(O_4, \vec{y_3})$ paramétrée par β.

Unité de préhension 5 (avec la pièce moulée qu'elle agrippe)

Repère associé : $\mathcal{R}_5 = (O_5, \vec{x_5}, \vec{y_5}, \vec{z_5})$ tel que $(\vec{z_4}, \vec{z_5}) = (\vec{x_4}, \vec{x_5}) = \theta$ et $\overrightarrow{O_4O_5} = h\vec{z_4}$

avec h une constante positive.
Mouvement de **5** par rapport à **4** : rotation autour de $(O_5, \overrightarrow{y_3})$ paramétrée par θ.
Le point G_5 est tel que $\overrightarrow{O_5G_5} = b\overrightarrow{x_5}$ avec h une constante positive.

Les dimensions sont précisées dans le diagramme de définition des blocs suivant :



Question 2.1. *Réaliser le graphe de structure du système.*

Question 2.2. *Compléter le tracé du schéma cinématique minimal en représentation spatiale (perspective isométrique) de l'extracteur en :*

- *repérant les sous-ensembles cinématiques 2, 3, 4 et 5 ;*
- *faisant figurer les points O_0, O_1, O_2, O_4 et G_5 ;*
- *traçant les axes $(O_0, \overrightarrow{x})$, $(O_0, \overrightarrow{y})$, $(O_0, \overrightarrow{z})$, $(O_2, \overrightarrow{y_3})$, $(O_4, \overrightarrow{y_3})$ et $(O_4, \overrightarrow{x_5})$.*

Question 2.3. *Tracer les figures géométrales faisant apparaître les vecteurs unitaires des bases des repères associés aux solides et les paramètres α, β et θ.*

Question 2.4. *Exprimer le vecteur $\overrightarrow{O_0G_5}$ de la manière la plus simple possible.*

Question 2.5. *Exprimer le vecteur $\overrightarrow{x_5}$ dans la base $(\overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$ du repère $\mathcal{R}_4$.*

Question 2.6. *Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{4/0}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{5/0}}$,*

Question 2.7. *Calculer les produits vectoriels $\overrightarrow{z} \wedge \overrightarrow{z_4}$, $\overrightarrow{y_3} \wedge \overrightarrow{z_4}$, $\overrightarrow{z} \wedge \overrightarrow{x_5}$ et $\overrightarrow{y_3} \wedge \overrightarrow{x_5}$.*

Question 2.8. *Déterminer la vitesse du point G_5 appartenant à **5** dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_0$ notée $\overrightarrow{V_{G_5,5/0}}$.*

Pour la suite, on considère un cycle où seules les liaisons $\mathscr{L}_{1/0}$ et $\mathscr{L}_{4/3}$ sont actives et, dans la configuration $\theta = \theta_0 = 0$ et $\alpha = \alpha_0 = 0$. On suppose de plus que la vitesse de rotation de la liaison $\mathscr{L}_{4/3}$ est constante telle que $\ddot{\beta} = 0$.

Question 2.9. *Déterminer l'accélération du point G_5 appartenant à **5** dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_0$, notée $\overrightarrow{\Gamma_{G_5,5/0}}$, lorsque seules les liaisons $\mathscr{L}_{1/0}$ et $\mathscr{L}_{4/3}$ sont actives.*

Question 2.10. *Conclure sur le respect du cahier des charges.*

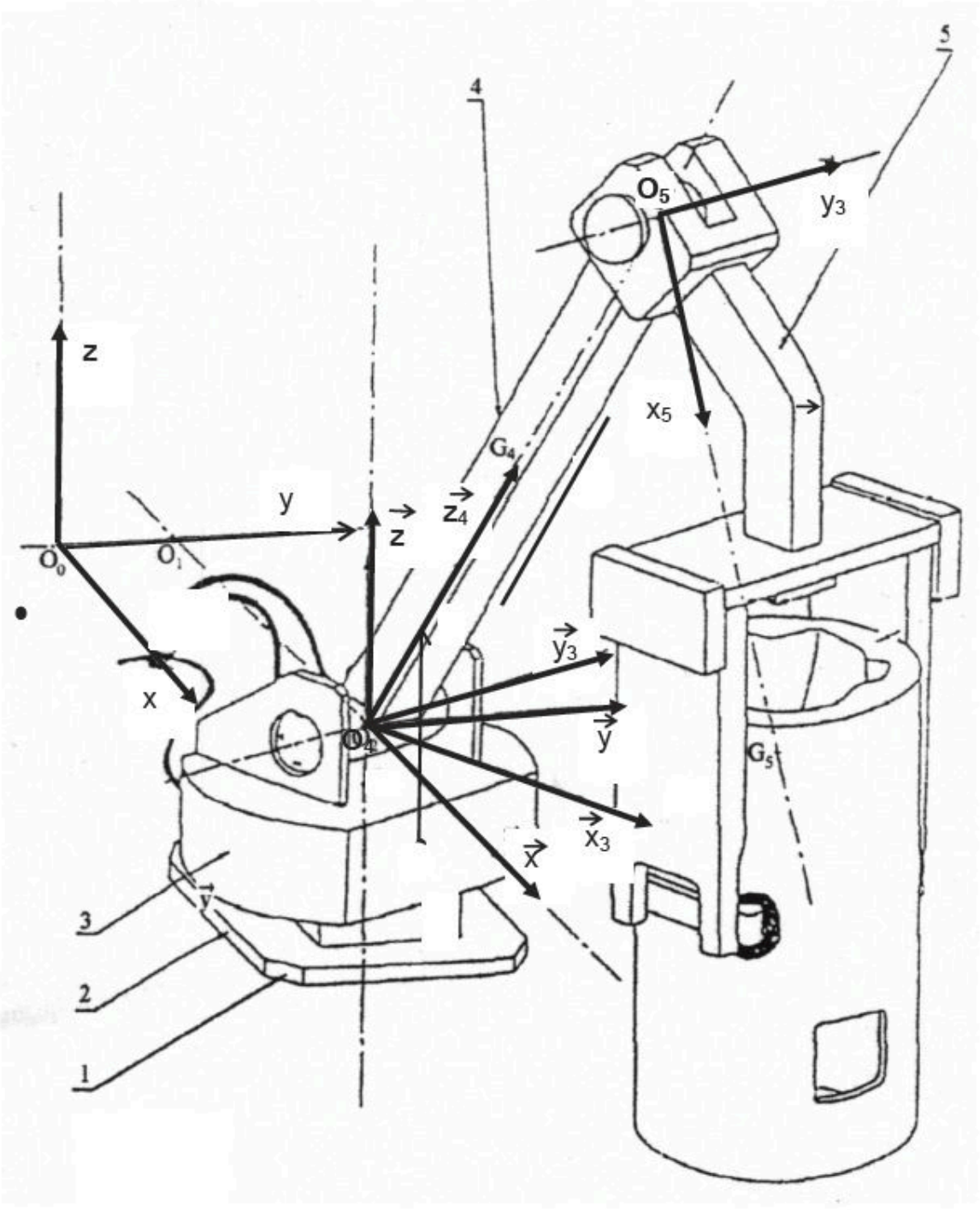
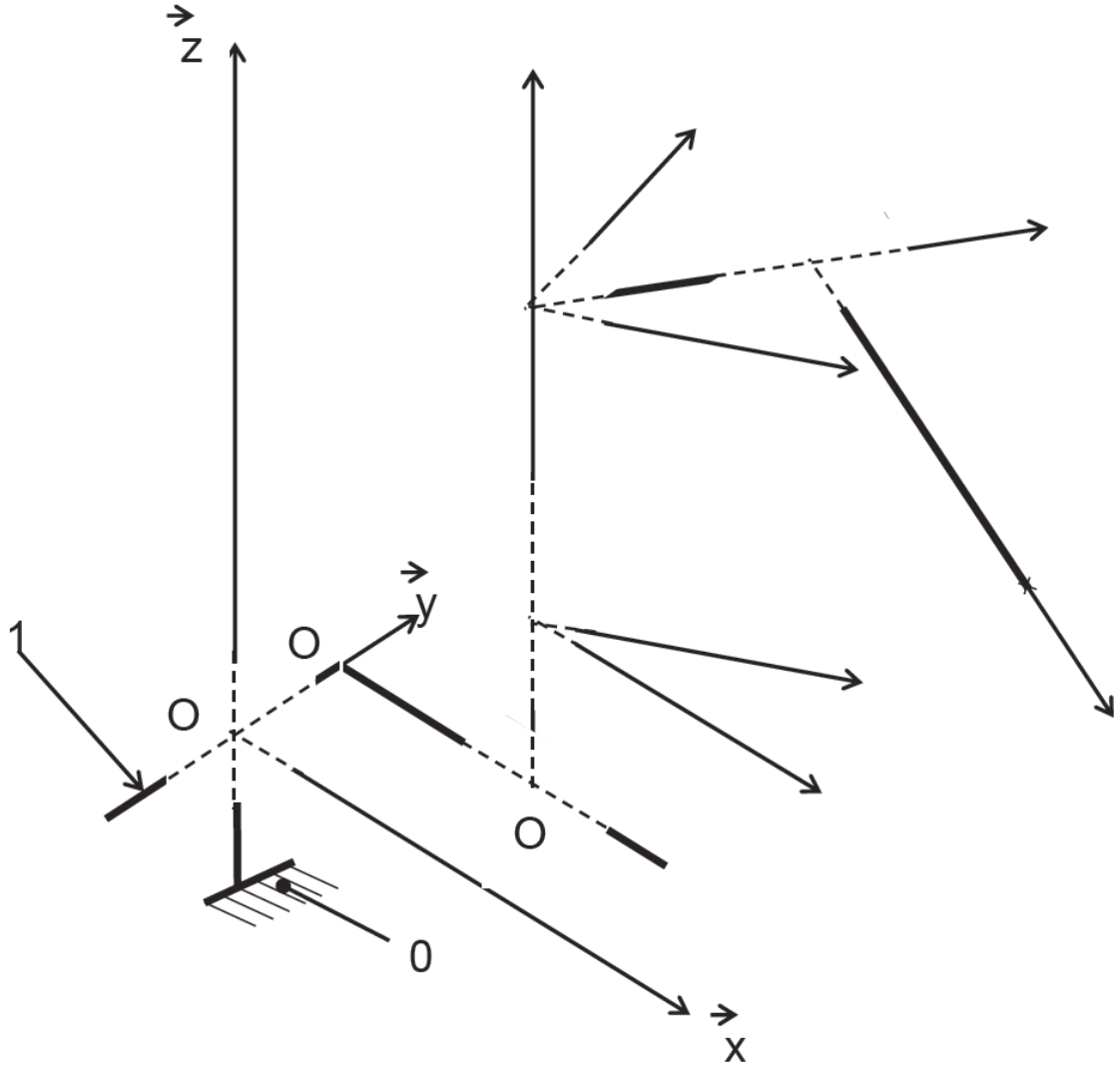


FIGURE 2.1 – Paramétrage de l'extracteur de pièces de fonderie.


z
y
1
O
O
O
0
x

— Exercice 3 —

Mécanisme de levage

Objectif

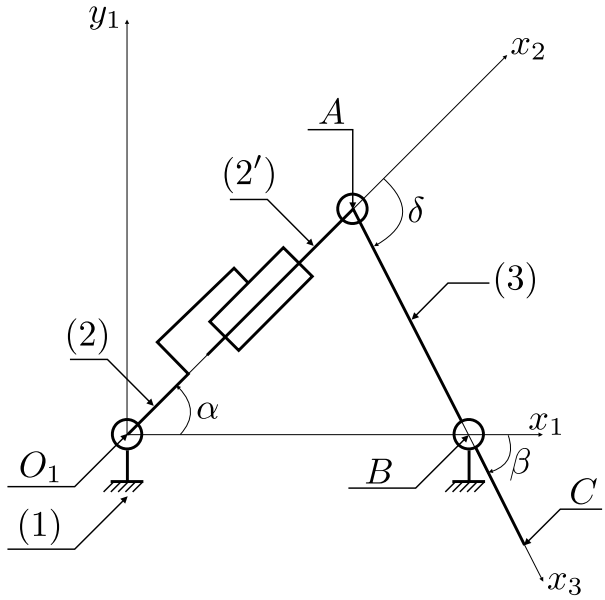
Déterminer les lois entrée-sortie géométrique et cinématique d'un mécanisme de levage.

Un mécanisme de levage permet de déplacer des éléments de manière simplifiée à l'aide d'un vérin comme actionneur. La photo ci-contre représente un exemplaire existant. Le système de levage étudié est constitué :

- du vérin de corps **2** et de tige **2'** ;
- du levier **3** ;
- du bâti **1**.



Dans ce qui suit, on cherche à déterminer les variations de la vitesse de rotation du levier **3** en fonction de la vitesse d'ouverture du vérin.



$$O_1A = \lambda$$
$$AB = b$$
$$O_1B = a$$
$$CB = c$$
$$(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \alpha$$
$$(\vec{x}_2, \vec{x}_3) = \delta$$
$$(\vec{x}_1, \vec{x}_3) = \beta$$

Question 3.1. *Réaliser le graphe de structure du mécanisme puis les figures géométrales associées à chaque paramètre angulaire.*

Question 3.2. *À l'aide d'une fermeture géométrique, déterminer une relation entre l'angle de basculement du levier **3** β et le déplacement de la tige du vérin **2'** λ.*

Question 3.3. *En déduire par dérivation une expression de la vitesse de rotation du levier **3**, notée $\dot{\beta}$, en fonction de la vitesse de sortie de la tige du vérin, notée $\dot{\lambda} = cste$.*

— Exercice 4 —

Échelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle

Objectif

Vérifier le critère de vitesse maximale de la nacelle de l'échelle par rapport au sol lors de la phase de dressage.

On s'intéresse à une Échelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle (E.P.A.S.) conçue et commercialisée par la société CAMIVA. Ce type d'échelle est monté sur le châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme pouvant supporter deux personnes et un brancard pour une charge totale maximale de 270 kg. Ce système peut être modélisé par le schéma cinématique de la figure 4.1.

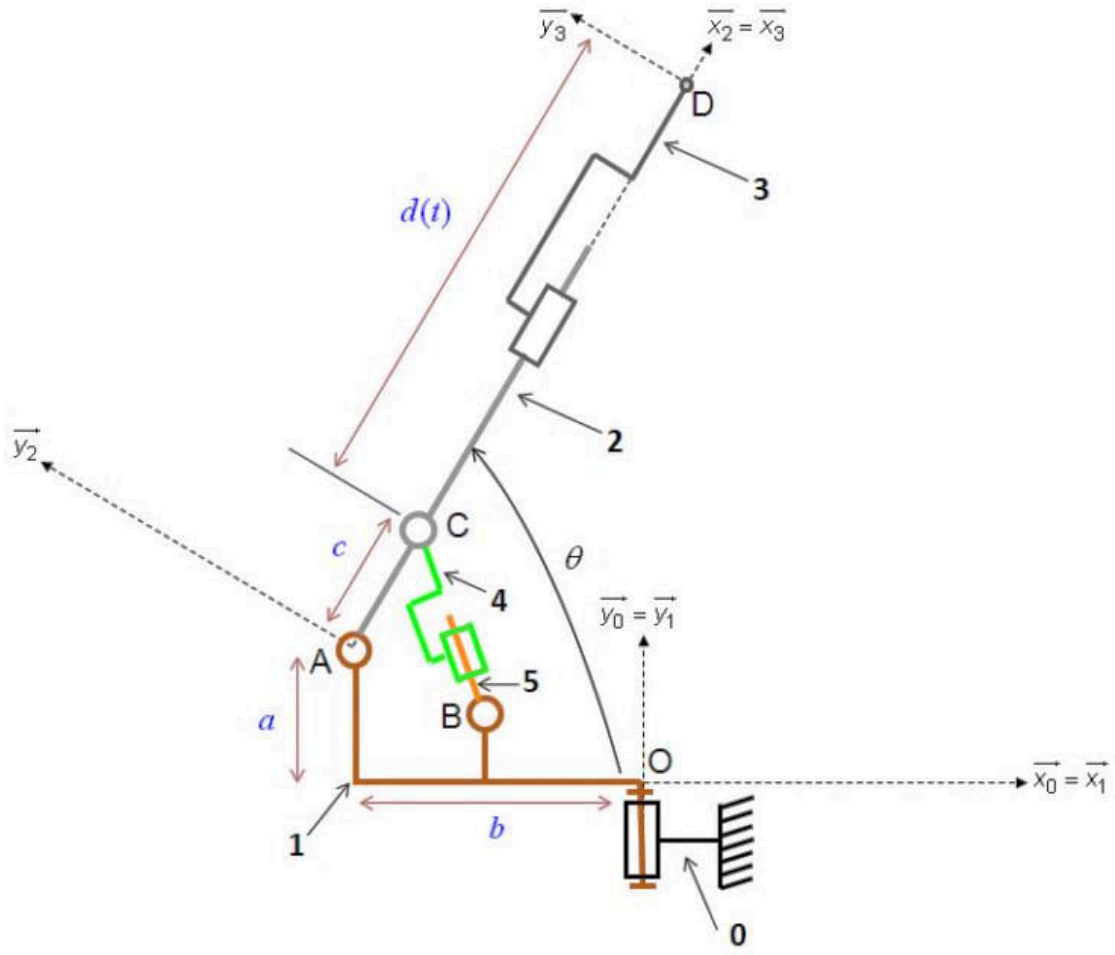


Figure 4.1 – Schéma cinématique de l'échelle E.P.A.S.

Ce système est constitué de cinq solides :

— le châssis **0** auquel on associe le repère $\mathcal{R}_0 = (O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ fixe par rapport au sol et tel que l'axe $\overrightarrow{y_0}$ soit dirigé suivant la verticale ascendante ;
— la tourelle **1** à laquelle on associe le repère $\mathcal{R}_1 = (O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ en liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{y_0})$ avec le châssis **0** avec $\alpha = (\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_1})$;
— le berceau **2** auquel on associe le repère $\mathcal{R}_2 = (A, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ en liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{z_1})$ avec la tourelle **1** avec $\theta = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2})$ et $\overrightarrow{OA} = -b\overrightarrow{x_1} + a\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 0{,}50\,\text{m}$ et $b = 2\,\text{m}$. L'inclinaison maximale de l'échelle est de $\theta_{\max} = 60°$;
— l'échelle **3** à laquelle on associe le repère $\mathcal{R}_3 = (D, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ en liaison glissière de direction $\overrightarrow{x_2}$ avec le berceau **2**, paramétrée par $\overrightarrow{CD} = d(t)\overrightarrow{x_2}$ où la position du point C est définie par $\overrightarrow{AC} = c\overrightarrow{x_2}$ avec $c = 1\,\text{m}$;
— le corps **4** et la tige du vérin **5** ne sont pas étudiés ici.

Extrait du cahier des charges
La vitesse de la nacelle de l'échelle doit rester inférieure à $1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Pour des raisons de confort et de sécurité, il est nécessaire que lors de la phase de dressage, c'est-à-dire lorsque les vérins de dressage font pivoter le berceau **2** par rapport à la tourelle **1** et que l'échelle se déploie ($\dot{d}(t) > 0$), la norme de la vitesse ressentie par une personne située dans la nacelle ne dépasse pas la valeur maximale définie par le cahier des charges et notée $V_{\max}$. Lors de la phase de dressage, la liaison $\mathscr{L}_{1/0}$ est bloquée pour éviter tout risque de collision.

Question 4.1. *Réaliser le graphe de structure du mécanisme puis les figures géométrales associées à chaque paramètre angulaire. En déduire l'expression des différents taux de rotations.*

Question 4.2. *Déterminer chacune des contributions de la trajectoire du point D de la nacelle liée à l'échelle **3** dans son mouvement par rapport au châssis **0**.*

Question 4.3. *Déterminer une expression du vecteur position du point D par rapport au bâti. En déduire la hauteur maximale atteignable sachant que $d_{max} = 25\,\text{m}$.*

Question 4.4. *Donner l'expression de la vitesse du point D appartenant à l'échelle **3** dans son mouvement par rapport au châssis **0** notée $\overrightarrow{V_{D,3/0}}$.*

Question 4.5. *Déterminer l'expression de la norme de la vitesse $\overrightarrow{V_{D,3/0}}$ en fonction de $\dot{d}$ et $\dot{\theta}$. En déduire une inéquation permettant de satisfaire le cahier des charges.*

On souhaite pouvoir déployer complètement l'échelle en 30 s.

Question 4.6. *En faisant l'hypothèse d'une vitesse $\dot{d}(t)$ constante, calculer la valeur maximale de $\dot{\theta}$ permettant de respecter le cahier des charges.*

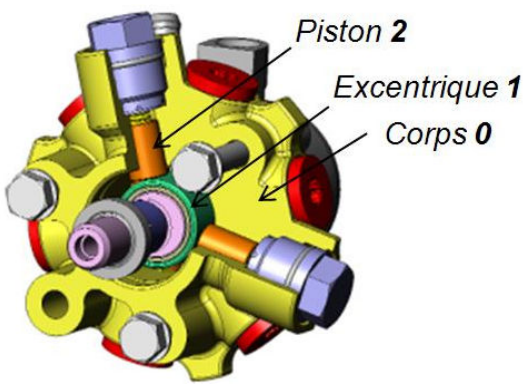
— Exercice 5 —

Pompe hydraulique à pistons radiaux

Objectif

Déterminer les lois entrée-sortie géométrique et cinématique d'une pompe hydraulique à pistons radiaux.

On s'intéresse au comportement cinématique du dispositif de transformation de mouvement par excentrique qui permet de transformer le mouvement de rotation continu de l'arbre d'entrée, sur lequel est fixé l'excentrique **1**, en mouvement de translation alternatif du piston **2**.





Le système peut être modélisé par le schéma cinématique ci-dessous.

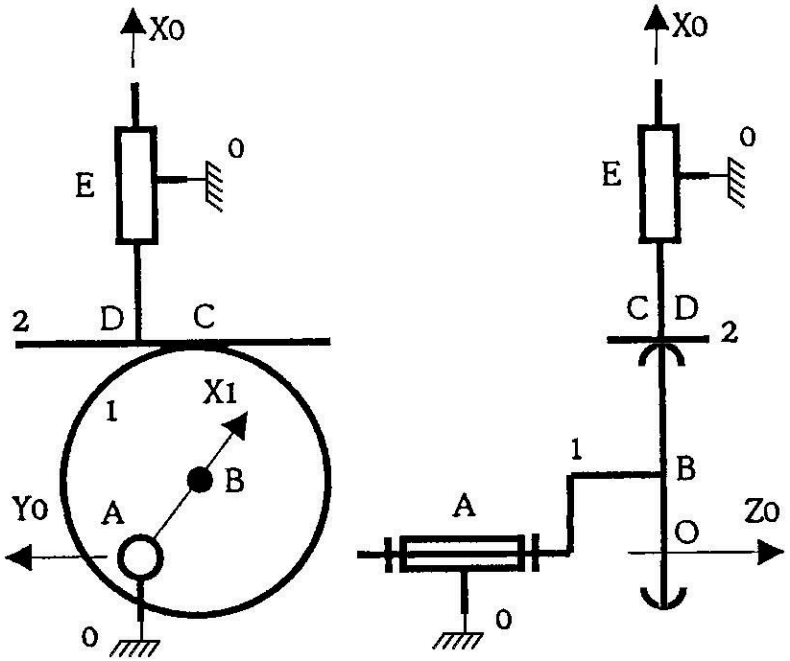


Figure 5.1 – Schéma cinématique de la pompe à pistons radiaux.

Extrait du cahier des charges
On impose un débit variant de 0,5 à $20\,\mathrm{L\cdot min^{-1}}$.

On note $R = |BC|$ le rayon de l'excentrique et $e = |OB|$ l'excentration. La position angulaire de l'excentrique **1** par rapport au corps **0** est paramétrée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1})$. La position du piston est repérée dans la direction $\overrightarrow{x_0}$ par le paramètre $X = \overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{x_0}$ (avec $\overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{0}$). Enfin, on note C le point de contact entre l'excentrique **1** et le piston **2**. Sa position est définie par $\overrightarrow{CD} = \lambda \overrightarrow{y_0}$.

Question 5.1. *D'après le schéma cinématique, identifier les différentes liaisons du mécanisme puis réaliser le graphe de structure associé. Préciser ensuite les paramètres d'entrée et de sortie.*

Question 5.2. *Déterminer la loi entrée-sortie géométrique reliant la position du piston par rapport au corps X en fonction de la position angulaire de l'excentrique par rapport au corps θ.*

Question 5.3. *Déterminer, par dérivation de la loi entrée-sortie géométrique, une loi entrée-sortie cinématique reliant la vitesse de translation du piston par rapport au corps $\dot{X}$ en fonction de la vitesse de rotation de l'excentrique par rapport au corps $\dot{\theta}$ et des paramètres géométriques.*

Question 5.4. *Donner la relation entre le débit instantané Q en sortie de la pompe (pour un seul piston), la section du piston S et sa vitesse de translation par rapport au corps $\dot{X}$.*

Question 5.5. *En déduire l'expression du débit instantané en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée $\dot{\theta}$.*

Question 5.6. *En tenant compte du fait que la pompe comporte trois pistons équi-répartis angulairement, déterminer l'expression du débit instantané puis du débit moyen par tour d'arbre moteur $\bar{Q}$.*

Les pistons ont une section circulaire de diamètre D. Pour la suite, on prendra $e = 10\,\mathrm{mm}$ et $D = 5\,\mathrm{mm}$.

Question 5.7. *Déterminer la vitesse de rotation minimale permettant de respecter le cahier des charges.*

— Exercice 6 —

Modélisation du système de distribution VTEC

Objectif

Déterminer la loi entrée-sortie du système de distribution VTEC.

La VTEC (*Variable valve Timing and lift Electronic Control* pour contrôle électronique progressif de temporisation et d'ouverture des soupapes) est un système de distribution variable pour les moteurs à explosion, conçu par un ingénieur de la firme japonaise Honda, Kenichi Nagahiro. Ce système permet au moteur de ne fonctionner à bas et moyen régime que sur les cames extérieures : ces deux cames étant différentes, afin d'imiter le comportement d'un deux soupapes par cylindre, en créant des turbulences pour améliorer la combustion. À haut régime, il fonctionne sur la came intermédiaire (milieu). Celle-ci est dite « plus pointue » car le temps d'ouverture et la levée sont plus importants. La levée des cames se fait par l'intermédiaire de basculeurs. L'enclenchement du VTEC dépend de quatre facteurs :

- le régime et la charge du moteur ;
- la vitesse du véhicule. Le système ne se déclenche pas à basse vitesse, pour que la puissance soit transmise au sol ;
- la température du liquide de refroidissement. Le système ne fonctionne pas tant que la température n'est pas optimale, afin de limiter l'usure ;
- la pression d'huile.

Un coulisseau en deux parties se trouve dans les basculeurs. Un ressort et une butée maintiennent le coulisseau au repos. Dans cette position, les trois basculeurs sont libres.

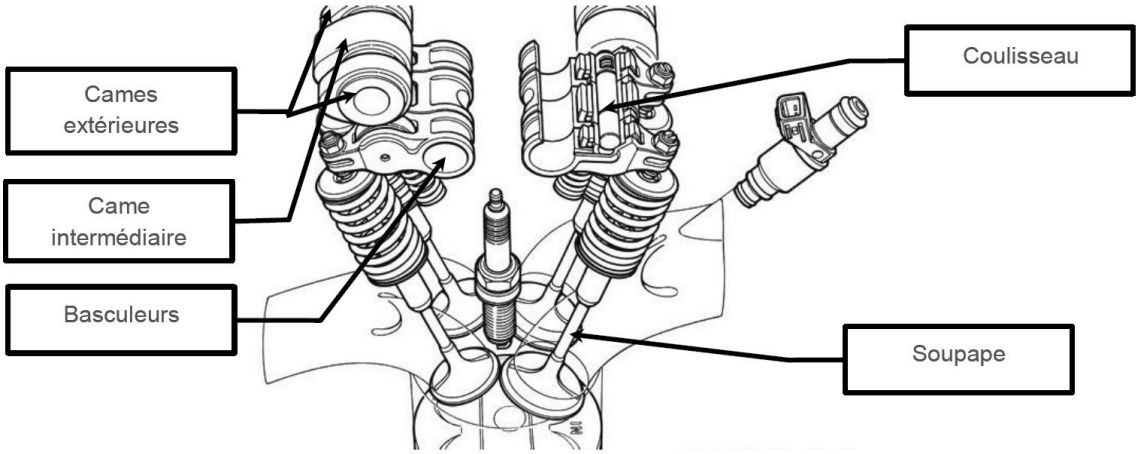


Figure 6.1 – Architecture du système VTEC.

Entre 5500 et 6 000 $\mathrm{tr \cdot min^{-1}}$ (suivant la charge), et si les facteurs concordent, un signal électrique commande l'électrovanne, ce qui permet à la pression d'huile d'actionner le

coulisseau. La pression d'huile est supérieure à l'effort du ressort. Le coulisseau solidarise les trois basculeurs et c'est la came intermédiaire qui entre en jeu. Si une défaillance venait à se produire au niveau de l'un des composants du système VTEC, le calculateur passerait automatiquement en programme de secours. Ce programme n'utilise que les cames extérieures.

Afin de préparer une étude dynamique du système de distribution, on cherche à déterminer une relation liant deux paramètres du mouvement (loi entrée/sortie). Pour réaliser cette étude, on s'appuiera sur le modèle donné par le schéma cinématique de la figure 6.2 et on fera les hypothèses simplificatrices suivantes :

— la came **2** est assimilée à un cylindre d'axe $(C, \overrightarrow{z_1})$ en liaison pivot d'axe $(P, \overrightarrow{z_1})$ avec le bâti **1** ;
— le basculeur **3** est assimilé à un plan en liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{z_1})$ avec le bâti **1** et en contact avec la came **2** selon la droite $(I, \overrightarrow{z_1})$.

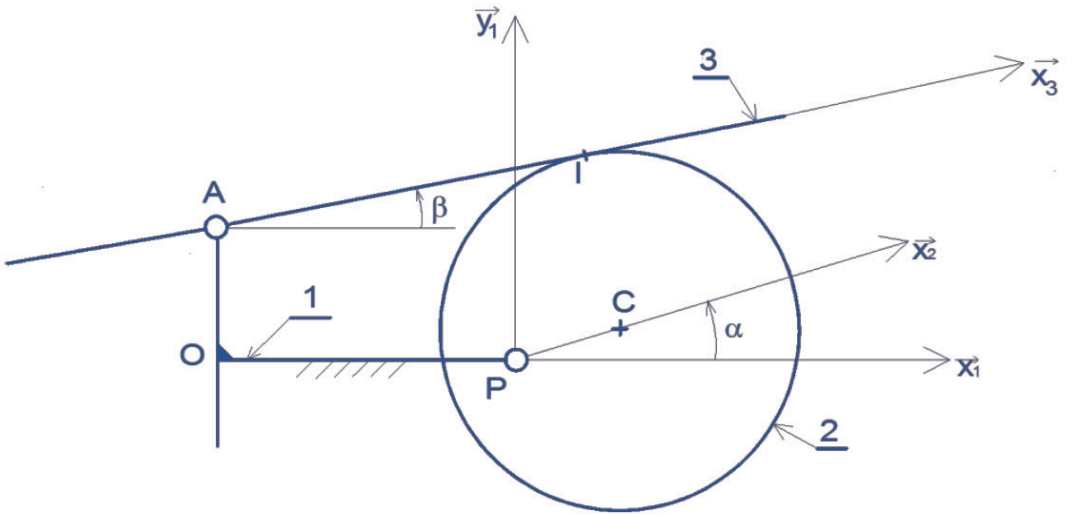


FIGURE 6.2 – Schéma cinématique simplifié du VTEC.

La rotation de la came **2** à la vitesse angulaire $\omega_{2/1}$ induit une rotation alternative du culbuteur **3** à la vitesse angulaire $\omega_{3/1}$. On donne $OP = a$, $PC = e$, $OA = b$ et $CI = R$.

Question 6.1. *Réaliser le graphe de structure du mécanisme.*

Question 6.2. *Donner l'expression du vecteur $\overrightarrow{CI}$ et montrer qu'il doit y avoir nécessairement glissement en I entre les pièces **2** et **3** lors du fonctionnement du mécanisme.*

On pose $\overrightarrow{AI} = \lambda(t)\overrightarrow{x_3}$.

Question 6.3. *Déterminer par fermeture géométrique, deux relations scalaires permettant d'exprimer λ et β en fonction de R, a, b, e et α.*

Question 6.4. *Déterminer les vitesses $\overrightarrow{V_{I,2/1}}$ et $\overrightarrow{V_{I,3/1}}$. En déduire une relation reliant la vitesse de rotation $\dot{\beta}$ à $\dot{\alpha}$ et aux différents paramètres géométriques.*

— Exercice 7 —

Système d'aide à la navigation

Objectifs

On cherche à valider la valeur du débit moyen dans le circuit hydraulique imposé par la pompe du pilote hydraulique.

Sur un voilier, le système « pilote hydraulique » est installé en complément du dispositif de pilotage manuel. Pour suivre un cap de consigne en pilotage manuel, le barreur doit constamment lire le cap suivi, puis celui indiqué par le compas, et corriger l'orientation du safran en fonction de l'écart constaté. Le pilote hydraulique permet la prise en charge automatique de la barre et le barreur peut ainsi se consacrer aux autres taches de navigation sans qu'il y ait perte de cap.



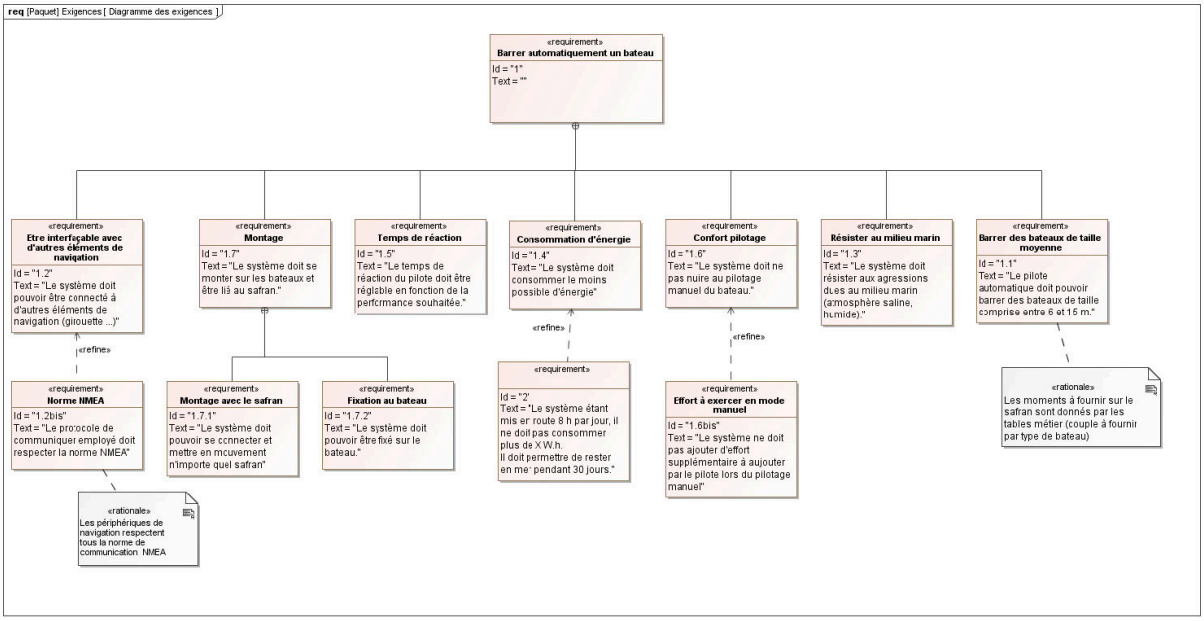


Figure 7.1 – Diagramme des exigences.

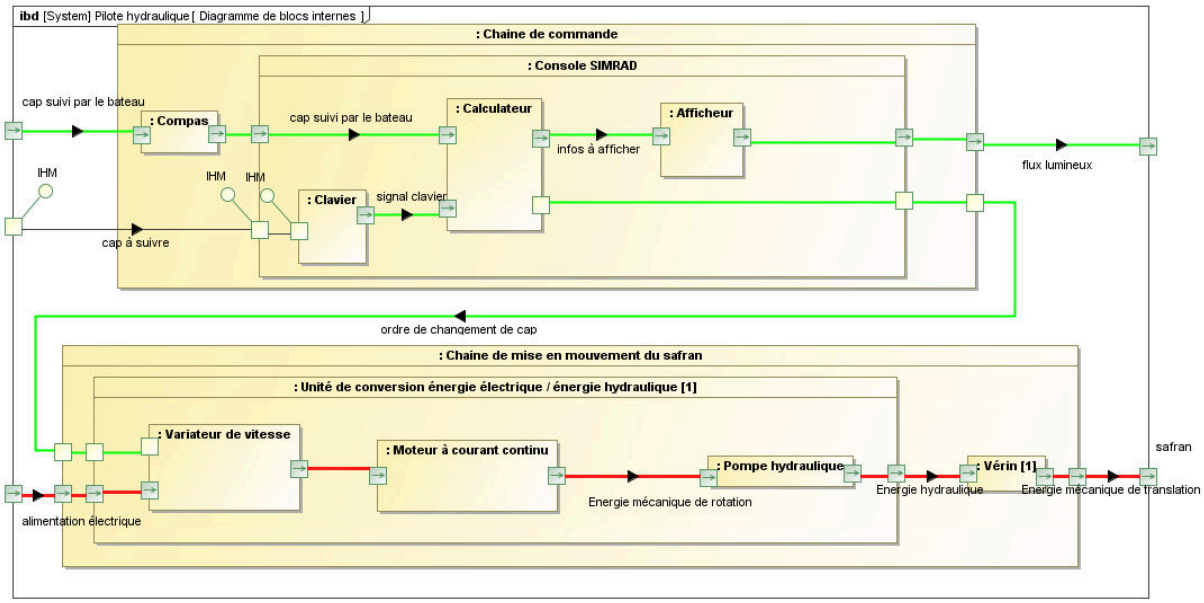


FIGURE 7.2 – Diagramme des blocs internes.

Le groupe hydraulique – dont est issue la motopompe objet de l'étude – est un élément du système qui fournit l'énergie mécanique nécessaire à la manœuvre du safran en mode de pilotage automatique.

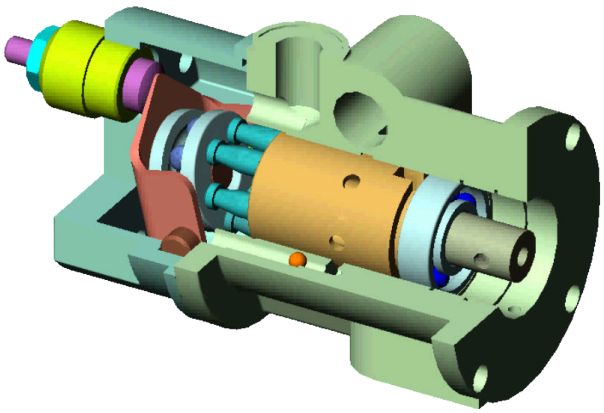


FIGURE 7.3 – Écorché CAO de la pompe hydraulique.

Le constructeur donne les performances du groupe hydraulique :

- un moteur à courant continu :
  - tension nominale : 12 V ;
  - vitesse nominale : 1 800 $\mathrm{tr \cdot min^{-1}}$;
  - courant nominal : 15 A ;
  - vitesse à vide : 2 300 $\mathrm{tr \cdot min^{-1}}$;
  - courant maximal à vide : 2,2 A ;
  - couple de démarrage : 3 $\mathrm{N \cdot m}$;
  - courant de démarrage : 64 A ;
  - puissance absorbée : 180 W ;
  - puissance utile : 110 W ;
- une pompe à barillet à $n = 6$ pistons axiaux de débit réglable entre 2 et 20 $\mathrm{L \cdot min^{-1}}$ et de pression nominale 25 bar ;
- un vérin double tige (piston ø 40 mm et tige ø 20 mm).

La pompe a été choisie pour ses performances, d'après un cahier des charges exigent. On se propose donc de vérifier que le débit annoncé par le constructeur est cohérent avec le modèle à notre disposition afin de valider le choix de cette pompe.

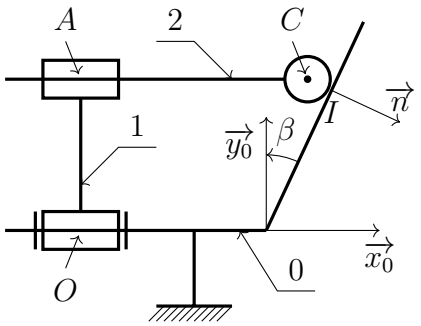


FIGURE 7.4 – Schéma cinématique minimal de la pompe.

Pour cette étude, on utilisera le schéma cinématique donné sur la figure 7.4 avec le paramétrage :

- on associe au carter **0** le repère $\mathcal{R}_0 = (O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$;
- on associe au barillet **1** le repère $\mathcal{R}_1 = (O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$, lié au carter **0** avec une liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{x_0})$ avec $\theta_{1/0} = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$ et on note $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \omega_{1/0}\overrightarrow{x_0}$ le taux de rotation ;
- on associe au piston **2** le repère $\mathcal{R}_2 = (C, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$, lié au barillet **1** avec une liaison pivot glissant d'axe $(A, \overrightarrow{x_0})$ avec $\theta_{2/1} = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2})$ et on note $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_{2/1}\overrightarrow{x_0}$ le taux de rotation. La position du point A est définie par $\overrightarrow{OA} = r\overrightarrow{y_1}$ et celle du point C est définie par $\overrightarrow{AC} = \lambda\overrightarrow{x_0}$. Le piston est en liaison sphère plan de normale $(I, \overrightarrow{n})$ avec le plateau du carter **0** dont l'orientation est définie par l'angle $\beta = (\overrightarrow{n}, \overrightarrow{x_0})$.

7.1 Modélisation du comportement de la pompe

Question 7.1. *Écrire l'équation vectorielle associée à la fermeture géométrique du mécanisme.*

Question 7.2. *En déduire une équation donnant la loi entrée sortie du mécanisme.*

7.2 Vérification du débit moyen de la pompe

On fixe comme configuration d'étude un angle $\beta = 25{,}6°$.

Question 7.3. *Calculer la course du piston, c'est-à-dire son amplitude maximale du déplacement. En déduire la cylindrée totale de la pompe si on note ø d le diamètre de chacun des $n = 6$ pistons.*

Question 7.4. *En déduire le débit moyen pour une vitesse de $\omega_{1/0} = 1\,800\,\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$.*

Question 7.5. *Comparer avec la spécification du constructeur.*