Programme de colle 3

CHAPITRE 2 : Inégalités et premières fonctions réelles.

« Rappels » de définitions :

- Définition d'une fonction , de son domaine de définition, de sa courbe représentative.
- Définition d'une fonction (dé-)croissante, strictement (dé-)croissante.
- Définition d'une fonction paire, impaire, périodique.
- Définition d'une fonction continue en un point et continue sur un domaine.
- Définition d'une fonction dérivable en un point et dérivable sur un domaine ; définition de $f'(a)$.
- Définition d'une tangente verticale

<u>I Relation d'ordre dans $\mathbb{R}$.</u>

- Règles de calcul sur les inégalités dans $\mathbb{R}$. Extension aux $\sum$ et $\prod$.
- Somme nulle de réels positifs.
- Règles de calcul dans $\overline{\mathbb{R}}$. Formes indéterminées.

<u>II Fonctions polynomiales réelles.</u>

- Fonction polynomiale de degré 2.
  - Factorisation dans $\mathbb{R}$, racine(s) réelle(s) et signe. Allure de la courbe.
  - Somme et produit des racines réelles.
  - Résolution d'un système NON linéaire de la forme $\begin{cases} x+y=\alpha \\ xy=\beta \end{cases}$.
  - Méthodes de factorisation
- Fonction polynomiale de degré n
  - Définition (forme développée) , coefficients, degré, racines
  - Théorème de division euclidienne
  - Théorème de factorisation connaissant une racine.

<u>III Valeur absolue</u>

- Définition de la valeur absolue d'un réel .
  - Tracé de la fonction valeur absolue.
  - Règles de calcul sur les valeurs absolues.
  - Inégalités triangulaires

<u>IV Racine carrée et racine nième.</u>

- Définition de la racine carrée d'un réel positif.
  - Règles de calcul sur les racines carrées.
  - Inégalités classiques : $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ et $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$.
  - Inégalité de Cauchy-Schwarz.
  - Croissance, dérivabilité et tracé de la fonction racine carrée.
  - Quantité conjuguée d'une expression de la forme $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ (ou $A-\sqrt{b}$).
- Définition de la racine $n$ième d'un réel positif. Extension à la racine $n$ième d'un réel négatif lorsque n est impair.

<u>V Partie entière</u>

- Définition de la partie entière d'un réel.
- Caractérisation par $p = \lfloor X \rfloor \Leftrightarrow \begin{cases} p \in \mathbb{Z} \\ p \leq X < p+1 \end{cases}$.
- Règles de calcul :
  - $Si\ n \in \mathbb{Z}\ alors\ \lfloor n \rfloor = n$
  - $Si\ n \in \mathbb{Z}\ alors\ pour\ tout\ réel\ X, (n \leq X \Longrightarrow x \leq \lfloor X \rfloor)\ et\ (n > X \Longrightarrow x \geq \lfloor X \rfloor + 1)$
  - $Si\ n \in \mathbb{Z}\ alors\ pour\ tout\ réel\ X, \lfloor X+n \rfloor = \lfloor X \rfloor + n.$
- Croissance, discontinuité et tracé de la fonction partie entière.
- Représentation de la fonction partie entière et de la fonction partie décimale.

VI <u>Trigonométrie</u>

- Définition du sinus et cosinus d'un réel à partie du cercle trigonométrie.
- Premières formules de trigonométrie liées aux définitions de cos, sin.
- Valeurs particulières.

- Equations et inéquations trigonométriques ; définition de $Arccos(x)$ et de $Arcsin(x)$ d'un réel $x \in [-1,1]$.
- Autres formules de trigonométrie : formules d'addition, d'angle double.
- Formules à savoir retrouver : formules de factorisation et de linéarisation.
- Si a et b sont deux réels ts $a^2 + b^2 = 1$ alors il existe un réel θ (unique si $\theta \in [0; 2\pi[$)tel que $cos\theta = a \ et \ sin\theta = b$. Savoir exprimer θ. En fonction de $Arccos(a)$ ou $Arcsin(b)$ ou $Arctan\left(\frac{b}{a}\right)$)
- Méthode pour écrire $Acos(\omega t) + Bsin(\omega t)$ sous la forme $Ccos(\omega t + \varphi)$.
- Fonctions sinus et cosinus: parité, périodicité, continuité, dérivabilité, courbe.
- Définition de la tangente d'un réel distinct des valeurs $\frac{\pi}{2} + k\pi$ tel que $k \in \mathbb{Z}$. Représentation.
- Valeurs particulières.
- Formules de trigonométrie dont formules d'addition, d'angle double.
- Equations et inéquations trigonométriques ; définition de $Arctan(x)$ d'un réel x.
- Fonction tangente : parité, périodicité, continuité, dérivabilité, courbe.

Tous les énoncés des définitions, propriétés et théorèmes doivent être connus. Les démonstrations des résultats suivants sont aussi à connaitre :

1) Enoncer et démontrer les deux inégalités triangulaires.
2) Soit x et y deux réels. Démontrer que : $(si\ n \in \mathbb{Z}\ alors\ \lfloor x+n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n)\ \ et\ \ (x \leq y \Rightarrow \lfloor x \rfloor \leq \lfloor y \rfloor)$.
3) Enoncer et démontrer les formules d'addition de cos et sin .
4) Enoncer et démontrer les formules d'angle double de cos et sin.
5) Enoncer et démontrer la formule d'addition de tan.

Rappeler soigneusement le résultat avant de le démontrer