

Programme de colle semaine 10

Chapitre 8 Calcul intégral et recherche de primitive

Cf programme précédent.

Chapitre 9 Equations différentielles linéaires

I Généralités

- Définition générale d'une équation différentielle linéaire d'ordre n ($edln$), de l'équation homogène associée, d'une solution sur un intervalle J sur lequel les fonctions coefficients et le second membre sont continues, d'une courbe intégrale.
- Propriétés :
 - ✓ solution d'une $edln$ homogène : solution nulle et combinaison linéaire de deux solutions.
 - ✓ Principe de superposition
 - ✓ Passage en complexe
 - ✓ Classe C^n d'une solution d'une $edln$ sur un intervalle $I \subset J$ sur lequel le coefficient de $y^{(n)}$ ne s'annule pas
- Théorème fondamental de résolution d'une $edln$ (E): si (E) admet une solution particulière alors les solutions de (E) sont toutes les fonctions sommes de cette solution particulière et d'une solution de (EH).

II Résolution d'une edl 1 de la forme (E): $y'(x) + a(x)y(x) = d(x)$ tq a et d fonctions continues sur un intervalle I

- Théorème de résolution de ($EdlH_1$)
- Résolution de (EH) lorsque l'on connaît une solution non nulle de (EH).
- Recherche d'une solution particulière de (E) :
 - ✓ Solution évidente
 - ✓ Solution de la forme de d ou de a .
 - ✓ Méthode de variation de la constante : méthode qui permet toujours de trouver une SP de (E) sur I et même toutes les solutions de (E) sur I .
- Problème de Cauchy .

III Résolution d'une edl 2 de la forme (E): $ay''(x) + by'(x) + cy(x) = d(x)$ tq a, b et c constantes tq $a \neq 0$ et d fonctions continues sur un intervalle I

- Théorème de résolution de ($EdlH_2$) . Solutions complexes et solutions réelles.
- Recherche d'une solution particulière de (E) dans les cas suivants :
 - ✓ $d(x) = P(x)e^{mx}$ où P polynomiale et m constante (réelles ou complexes).
 - ✓ $d(x) = P(x)\cos(qx)e^{mx}$ où P polynomiale à coefficients réels et q et m constantes réelles.

Questions de cours : CONNAITRE TOUS LES ENONCES DES DEFINITIONS, PROPRIETES ET THEOREMES DU COURS. SAVOIR **ENONCER** et **DEMONTRER** :

- Théorème fondamental du calcul intégral *TFCI* (lien entre primitive et intégrale)
- Théorème d'intégration par parties.
- Théorème de changement de variables.
- Théorème fondamental de résolution d'une $edln$ (E): Soit J un intervalle sur lequel les fonctions coefficients et le second membre sont continues. Si f_0 est une solution particulière de (E) sur J alors les solutions de (E) sont toutes les fonctions de la forme $f_0 + \varphi$ où φ solution de (EH) sur J .
- Théorème de résolution de (EH): $y'(x) + a(x)y(x) = 0$ sur un intervalle I sur lequel a est continue.

