

PROGRAMME DE COLLE SEMAINE 4

CHAPITRE 2 : Récurrences, sommes, produits et suites particulières.

Applications à quelques suites particulières

- Quelques rappels sur les suites :
 - Suite croissante, suite décroissante.
 - Suite majorée, minorée, bornée.
 - Théorème des gendarmes.
 - Théorème de limite d'une suite monotone.
- Suite arithmétique, suite géométrique : définition et expression explicite. Somme ou produit des termes. Limite d'une suite géométrique .
- Suite arithmético-géométrique : définition et méthode pour trouver une expression explicite.

CHAPITRE 3 : Fonctions usuelles 1.

Rappels :

- Définition d'une fonction , de son domaine de définition, de sa courbe représentative.
- Définition d'une fonction (dé-)croissante, strictement (dé-)croissante.
- Définition d'une fonction paire, impaire, périodique.
- Définition d'une fonction continue en a , continue sur I .
- Définition d'une fonction dérivable en a , du nombre dérivé en a , de la tangente en a , d'une fonction dérivable sur I . Définition d'une tangente verticale.
- Théorème de limite par encadrement (théorème des gendarmes pour les fonctions).
- Théorème : f dérivable en $a \Rightarrow f$ continue en a .
- Théorème : I intervalle et f dérivable sur I et $f' \geq 0 \Rightarrow f$ croissante sur I .
- Théorème : I intervalle et f dérivable sur I et $f' \geq 0$ et f' ne s'annule qu'en des points isolés $\Rightarrow f$ strictement croissante sur I .
- Théorème des valeurs intermédiaires et son corollaire avec stricte monotonie.
- Définition d'une fonction composée.

I. Partie entière

- Définition de la partie entière d'un réel.
- Caractérisation par une inégalité : si $n \in \mathbb{Z}$ alors $(n \leq x < n + 1 \Leftrightarrow n = [x])$.
- Propriétés essentielles : (si $n \in \mathbb{Z}$ alors $[x + n] = [x] + n$) et $(x \leq y \Rightarrow [x] \leq [y])$.
- Représentation de la fonction partie entière et de la fonction partie décimale.

II. Trigonométrie

A. sinus et cosinus

- Définition du sinus et cosinus d'un réel à partie du cercle trigonométrie.
- Premières formules de trigonométrie liées aux définitions de $\cos$, $\sin$.
- Valeurs particulières.
- Equations et inéquations trigonométriques : définition de $\text{Arccos}(x)$ et de $\text{Arcsin}(x)$ d'un réel $x \in [-1,1]$.
- Autres formules de trigonométrie : formules d'addition, d'angle double.
- Formules à savoir retrouver : formules de factorisation et de linéarisation.
- Méthode pour écrire $A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$ sous la forme $C\cos(\omega t + \varphi)$.
- Fonctions sinus et cosinus: parité, périodicité, continuité, dérivabilité, courbe.

B. tangente

- Définition de la tangente d'un réel distinct des valeurs $\frac{\pi}{2} + k\pi$ tel que $k \in \mathbb{Z}$. Représentation.
- Valeurs particulières.
- Formules de trigonométrie dont formules d'addition, d'angle double.
- Fonction tangente : parité, périodicité, continuité, dérivabilité, courbe.
- Equations et inéquations trigonométriques définition de $\text{Arctan}(x)$ d'un réel x .

III. Fonctions puissances entières

- Définition, domaine de définition, parité. Dérivabilité et fonction dérivée. Représentation.

IV. Fonctions racines $n^{\text{ièmes}}$ réelles

- Définition.
- Définition d'une puissance rationnelle. Règles de calculs.
- Etude de la fonction : domaine de définition, parité, dérivabilité et fonction dérivée.
- Représentation dont tangente verticale de la courbe.

TOUS LES ENONCES DES DEFINITIONS, PROPRIETES ET THEOREMES DOIVENT ETRE CONNUS.

La question de cours demandée peut être :

**A. Enoncer une définition et /ou une propriété de cours .
ET /OU**

B. Enoncer et démontrer les résultats suivants:

- 1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall p \in \mathbb{Z}, [x + p] = [x] + p$ et $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, (x < y \Rightarrow [x] \leq [y])$.
- 2) La formule d'addition des fonctions sinus et cosinus.
- 3) La formule d'addition de la fonction tangente.
- 4) La fonction sinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\forall x, \sin'(x) = \cos(x)$ (On admettra dans la preuve que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$).
- 5) $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$.
- 6) Soit $p \in \mathbb{Z}$ et $f: (x \mapsto x^p)$ et $a \in Df$. f est dérivable en a et $f'(a) = \begin{cases} 0 & \text{si } p = 0 \\ pa^{p-1} & \text{si } p \neq 0 \end{cases}$.
- 7) La composée de deux fonctions monotones et de monotonie contraire est décroissante.

Rappeler soigneusement le résultat avant de le démontrer.