NOM : ……………………… PRENOM :…………………

DC 9

1. Compléter par les développements limités des fonctions usuelles suivante . Soit α un réel.

$DL_n(0)$ de $\ln(1+x) = \cdots$ ….

$DL_{2n+1}(0)$ de $\sin(x) = \cdots$ ….

$DL_{2n}(0)$ de $\mathrm{ch}(x) = \cdots$ ….

$DL_{2n+1}(0)$ de $\mathrm{Arctan}(x) = \cdots$ ….

$DL_5(0)$ de $\tan(x) = \cdots$ ….

$DL_5(0)$ de $\mathrm{Arcsin}(x) = \cdots$ ….

$DL_n(0)$ de $\frac{1}{1-x} = \cdots$ ….

$DL_n(0)$ de $(1+x)^\alpha = \cdots$ ….

2. Soit n un entier naturel. Compléter par les dérivées $n$ièmes de fonctions usuelles suivantes :

$\forall x \in \cdots..,\ \ln^{(n)}(x) = \cdots$ … … … … … … … … … ..

$\forall x \in \cdots..,\ \cos^{(n)}(x) = \cdots$ … … … … … … … … … ..

Soit $q \in \mathbb{N}$ et $\forall x \in \mathbb{R}, Q(x) = x^q$.Alors, $\forall x \in \mathbb{R}, Q^{(n)}(x) = \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. \end{cases}$.

Soit $\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) = \frac{1}{x}$.Alors, $\forall x \in \mathbb{R}^*, f^{(n)}(x) = \cdots$ … … … … … … … … … ..

3. Compléter le critère de classe C^∞

Soit $f : I \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \begin{cases} g(x)\ si\ x \in I\backslash\{a\} \\ L_0\ si\ x = a \end{cases}$ (où I intervalle de $\mathbb{R}$, L_0 est un réel et g est une fonction de $I\backslash\{a\}$ dans $\mathbb{R}$).

Si $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

alors f est ……………………………………………………………………………et $\forall n \in \mathbb{N}, \forall x \in I, f^{(n)}(x) = \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\ si\ x \in I\backslash\{a\} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\ si\ x = a \end{cases}$.

4. Enoncer ENTIEREMENT le théorème de Taylor-Young

………

………

………

5. Soit (u_n) une suite réelle et L un réel. Compléter les définitions de $u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} L$ et $u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} -\infty$.

- La suite (u_n) tend vers le réel L lorsque ……………………………………………………………………………………………………
- La suite (u_n) tend vers $-\infty$ lorsque ……………………………………………………………………………………………………

6. Compléter les phrases suivantes liées au **caractère borné** d'une suite vérifiant certaines hypothèses.

- Tout suite convergente est ……………………….. .
- Si la suite réelle (u_n) tend vers le réel L et a et b sont deux réels tels que ……………………………….. alors il existe

  ……………………… tel que : $\forall n \in \mathbb{N}, (\dots\dots\dots\dots.. \Longrightarrow u_n \in [a, b])$.

7. Compléter la définition et l'existence d'une borne inférieure . Soit A une partie de $\mathbb{R}$.

$\inf(A)$, lorsqu'elle existe, est …………………………………………………………………

$\inf(A)$ existe et est finie dès que …………………………………………………………………

$\inf(A) = -\infty$ lorsque …………………………………………………………………………

8. Compléter la caractérisation séquentielle d'une borne supérieure. Soit A un partie de $\mathbb{R}$ et $M \in$……………………

$$M = \sup(A) \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$