

Systèmes linéaires

<https://view.genially.com/66d354966d4aa8da10323f7c/interactive-content-systemes-lineaires-pcsi>

Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 2a - b = 5 \\ 3a + 5b = 1 \end{cases}$
d'inconnue $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

Indication : $L_1 \leftarrow 3L_1 - 2L_2$ et $L_2 \leftarrow 5L_1 + L_2$.

$$Sol = \{(2, -1)\}$$

Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 10b - 6a = -2 \\ 3a - 5b = 1 \end{cases}$
d'inconnue $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

Indication : les lignes sont proportionnelles.

$$Sol = \left\{ \left(\frac{1+5b}{3}, b \right) / b \in \mathbb{R} \right\}$$

Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 10b - 14a = 3 \\ 7a - 5b = 1 \end{cases}$
d'inconnue $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

Indication : $L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2$

$$Sol = \emptyset$$

Résoudre le système linéaire : $3a - 5b = 1$
d'inconnue $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

$$Sol = \left\{ \left(\frac{1+5b}{3}, b \right) / b \in \mathbb{R} \right\}$$

Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 10b - 14a = 3 \\ 5a + 2b = 1 \\ a + 4b = -2 \end{cases}$
d'inconnue $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

Indication : la solution du système $\begin{cases} L_2 \\ L_3 \end{cases}$ n'est pas solution de L_1 .

$$Sol = \emptyset$$

Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 3x - 2y + z = 3 \\ 3y = 1 \\ 4x - y = 6 \end{cases}$
d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Indication : le système est échelonné.

$$Sol = \left\{ \left(\frac{19}{12}, \frac{1}{3}, \frac{13}{12} \right) \right\}$$

<p>Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 3x - 2y + z = 3 \\ 2x + 3y = 1 \\ 4x - y = 6 \end{cases}$ d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.</p>	<p>Indication : je résous le système $\begin{cases} L_2 \\ L_3 \end{cases}$ pour trouver y et z puis je réinjecte dans L_1 pour trouver x.</p> $Sol = \left\{ \left(\frac{19}{14}, -\frac{4}{7}, -\frac{31}{14} \right) \right\}$
<p>Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 3x - 2y + z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \\ 4x - 2y + 3z = -1 \end{cases}$ d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.</p>	<p>Indication : j'élimine d'abord les z dans les lignes 2 et 3 en utilisant la première ligne $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$ et $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$; puis je résous le système 2×2 en x et y avec la méthode classique et enfin je réinjecte dans L_1 pour trouver z.</p> $Sol = \left\{ \left(\frac{20}{19}, \frac{6}{19}, \frac{29}{19} \right) \right\}$
<p>Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 0 \\ 2x + 4y + 3z = 1 \\ 4x + 3y + 2z = -1 \end{cases}$ d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.</p>	<p>Indication : les coeff. sur les 3 lignes des x, y et z sont 2, 3 et 4, donc je commence $L_1 \leftarrow \frac{1}{9}(L_1 + L_2 + L_3)$ alors L_1 devient $x + y + z = 0$. J'utilise alors cette ligne pour éliminer les x sur les deux autres lignes $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$ et $L_3 \leftarrow L_3 - 4L_1$... puis je résous le système 2×2 en y et z avec la méthode classique et enfin je réinjecte dans L_1 pour trouver x.</p> $Sol = \left\{ \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right) \right\}$
<p>Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 3x - 2y + z = 3 \\ x + y - 3z = 1 \\ 4x - 3y + z = 6 \end{cases}$ d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.</p>	<p>Indication : méthode de Gauss.</p> $Sol = \{(-1, -4, -2)\}$
<p>Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 3x - 2y + z = 3 \\ 4x - y - 2z = 4 \\ x + y - 3z = 1 \end{cases}$ d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.</p>	<p>Indication : méthode de Gauss en échangeant L_1 et L_3 puis en commençant par y (ou bien je remarque que $L_2 = L_1 + L_3$)</p> $Sol = \left\{ \left(1 + \frac{1}{2}y, y, \frac{1}{2}y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$
<p>Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 3x - 2y + z = 3 \\ x + y - 3z = -1 \\ 4x - y - 2z = 4 \end{cases}$ d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.</p>	<p>Indication : méthode de Gauss en échangeant L_1 et L_3 puis en commençant par éliminer les y dans L_2 et L_3 en utilisant L_1 (ou bien je remarque que $L_3 \leftarrow L_3 - L_1 - L_2$ donne $0 = 2$).</p> $Sol = \emptyset$
<p>Résoudre le système linéaire $\begin{cases} 3x - 2y + z = 3 \\ 15x - 10y + 5z = 15 \\ -6x + 4y - 2z = -6 \end{cases}$ d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.</p>	<p>Indication : je remarque que $L_3 = -2L_1$ et $L_2 = 5L_1$.</p> $Sol = \{(x, y, 3 - 3x + 2y) / (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$

Résoudre le système linéaire $\begin{cases} y + z = 2 \\ x + z = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$
d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Indication : par substitution, j'exprime y et x en fonction de z grâce aux deux premières lignes puis je réinjecte dans L_3 pour trouver z . Ensuite je réinjecte dans les deux premières lignes pour trouver x et y .

$$\text{Sol} = \{(-1, 0, 2)\}$$

Soit m un réel . Résoudre le système linéaire $\begin{cases} mx + y + z = 2 \\ x + my + z = -1 \\ x + y + mz = -1 \end{cases}$
d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Indication : les coeff. sur les 3 lignes des x, y et z sont les mêmes $1, 1$ et m , donc j'effectue $L_1 \leftarrow L_1 + L_2 + L_3$ alors L_1 devient $(m+2)(x+y+z) = 0$. Les premiers cas $m+2 = 0$ et $m+2 \neq 0$ apparaissent.....

Si $m \neq 1$ et $m \neq -2$

$$\text{alors Sol} = \left\{ \left(\frac{2(m+2)}{(m-1)(m+2)}, \frac{-m-2}{(m-1)(m+2)}, \frac{-m-2}{(m-1)(m+2)} \right) \right\}$$

Si $m = 1$ alors $\text{Sol} = \emptyset$.

Si $m = -2$ alors $\text{Sol} = \{(-1+y, y) / y \in \mathbb{R}\}$.

Soit a, b, c, d, m et p réels et $a \neq 0$.
Résoudre le système linéaire $\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = p \end{cases}$
d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Si $ad - cb = 0$ et $cm - ap = 0$ alors $\text{Sol} = \left\{ \left(m - \frac{b}{a}y, y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$.
Si $ad - cb = 0$ et $cm - ap \neq 0$ alors $\text{Sol} = \emptyset$.
Si $ad - cb \neq 0$ alors $\text{Sol} = \left\{ \left(\frac{md - bp}{ad - cb}, \frac{mc - ap}{bc - ad} \right) \right\}$.

Résoudre le système linéaire

$$\begin{cases} 3x - 2y + z + 2t = 3 \\ x + y - 2z + t = 2 \\ -6x + 4y - 2z + t = 1 \end{cases}$$

d'inconnue $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$.

Résoudre le système linéaire

$$\begin{cases} x - 2y + z + 2t = 3 \\ x + y - 2z + t = 2 \\ -x + 4y - 2z + t = 1 \\ x + y + z + t = 2 \end{cases}$$

d'inconnue $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$.

Résoudre le système linéaire $\begin{cases} y + z + t = 2 \\ x + z + t = 1 \\ x + y + t = -1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$
d'inconnue $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$.