PROGRAMME DE COLLE
SEMAINE 2

CHAP 1 : Sommes et Produits finis-Suites particulières-Systèmes linéaires simples.

I. Sommes et produits finis

- Sommes et produits finies
  - Notation d'une somme finie et d'un produit fini.
  - Propriétés: découpage, séparation, mise en facteur.
  - Changement d'indices.
  - Ecriture de u_n en fonction de $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$ et S_{n-1} OU en fonction de $P_n = \prod_{k=0}^{n} u_k$ et P_{n-1}.
  - Somme télescopique $\sum_{k=0}^{n}(u_{k+1} - u_k)$ et plus généralement, $\sum_{k=P}^{N}(u_k - u_{k+1})$. Produit télescopique $\prod_{k=0}^{n} \frac{u_{k+1}}{u_k}$.
- Sommes doubles
  - Notation d'une somme double et finie.
  - Théorème d'interversion de deux sommes finies.
  - Produit de deux sommes simples et finies.

II. Formules sommatoires

- Somme
  - des entiers compris entre 1 et n
  - de ces mêmes « entiers au carré »
- Somme géométrique.
  - Factorisation de $1 - x^n$ par $(1 - x)$
  - Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
  - Formules des sommes géométriques : $\sum_{k=0}^{n} x^k \ \ et \ \ \sum_{k=p}^{n} x^k$.
- Formule du binôme de Newton
  - Définition d'une factorielle, d'un coefficient binomial.
  - Propriétés des factorielles et des coefficients binomiaux. Valeurs particulières.
  - Formule de Pascal. Triangle de pascal.
  - Formule du binôme de Newton.
- Application à quelques suites particulières : expression explicite et sommes des $n + 1$ premiers termes d'une suite arithmétique, géométrique ou arithmético-géométrique.

III. Systèmes linéaires

- Méthode de résolution d'un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues par OPERATIONS les lignes.
- Opération élémentaire, système échelonné.
- Méthode de résolution d'un système linéaire de 2 équations à 3 inconnues et d'un système linéaire de 3 équations à 3 inconnues.

CHAP 2 : Inégalités et premières fonctions réelles.

I Relation d'ordre dans ℝ.

- Règles de calcul sur les inégalités dans ℝ. Extension aux $\sum \ \ et \ \ \prod$.
- Somme nulle de réels positifs.
- Règles de calcul dans $\overline{\mathbb{R}}$. Formes indéterminées.

II Valeur absolue

- Définition de la valeur absolue d'un réel .
  - Tracé de la fonction valeur absolue
  - Règles de calcul sur les valeurs absolues.
  - Inégalités triangulaires

III Racine carrée et racine nième.

- Définition de la racine carrée d'un réel positif.
  - Règles de calcul sur les racines carrées.
  - Inégalités classiques : $\sqrt{a+b} \le \sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2}$.
  - Croissance, dérivabilité et tracé de la fonction racine carrée.
  - Quantité conjuguée d'une expression de la forme $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ (ou $A - \sqrt{b}$).
  - Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Définition de la racine $n$ième d'un réel positif. Extension à la racine $n$ième d'un réel négatif lorsque n est impair.

IV Partie entière

- Définition de la partie entière d'un réel.
- Caractérisation : $p = \lfloor X \rfloor \Leftrightarrow \begin{cases} p \in \mathbb{Z} \\ p \leq X < p+1 \end{cases}$.
- Croissance et tracé de la fonction partie entière.
- Règles de calcul : Soit X un réel.
  - $\lfloor X \rfloor = X \Leftrightarrow X \in \mathbb{Z}$.
  - $\forall\, n \in \mathbb{Z}\,, (n \leq X \Longrightarrow x \leq \lfloor X \rfloor)\; et\; (n > X \Longrightarrow x \geq \lfloor X \rfloor + 1)$
  - $\forall\, n \in \mathbb{Z}\,, \lfloor X + n \rfloor = \lfloor X \rfloor + n$.

V Fonctions polynomiales réelles.

- Fonctions polynomiales de degré 2.
  - Factorisation dans $\mathbb{R}$, racine(s) réelle(s) et signe. Allure de la courbe représentative.
  - Somme et produit des racines réelles.

Tous les énoncés des définitions, propriétés et théorèmes doivent être connus. Les démonstrations des résultats suivants sont aussi à connaitre :

1) Enoncer et démontrer la formule des sommes géométriques $\sum_{k=0}^{n} x^k \;\; et \;\; \sum_{k=p}^{n} x^k$.
2) Enoncer et démontrer la formule de Pascal.
3) Enoncer et démontrer les deux inégalités triangulaires.
4) Enoncer et démontrer que : $Si\; n \in \mathbb{Z}\; et\; X \in \mathbb{R}, alors\; \lfloor X + n \rfloor = \lfloor X \rfloor + n.$
5) Enoncer et démontrer le théorème donnant la forme canonique et la factorisation dans $\mathbb{R}$ d'une fonction polynomiale de degré 2.

Rappeler soigneusement le résultat avant de le démontrer