Préparation du DC 3

I COURS A SAVOIR ENONCER

- **Définition de la valeur absolue :** la valeur absolue d'un réel X est le réel $|X| = \begin{cases} X \text{ si } X \geq 0 \\ -X \text{ si } X < 0 \end{cases} = max(X; -X)$.
-
- **Inégalités triangulaires :** pour tous réels x et y, $\big||x| - |y|\big| \overset{2ème\ I.T}{\leq} |x+y| \overset{1ère\ I.T}{\leq} |x| + |y|$ et sa **généralisation :** pour tous réels $a_1, .., a_n$ (où $n \in \mathbb{N}^*$), $|\sum_{k=1}^{n} a_k| \overset{I.T.}{\leq} \sum_{k=1}^{n} |a_k|$.
- **Définition de la partie entière :** la partie entière d'un réel est le plus grand entier inférieur ou égal à ce réel.
- **Caractérisation de la partie entière :** Soit X un réel. $p = \lfloor X \rfloor \Leftrightarrow \begin{cases} p \in \mathbb{Z} \\ p \leq X < p+1 \end{cases}$.
- **Règles de calcul de la partie entière :**
  Soit X un réel.
  - $\forall\, n \in \mathbb{Z}, (n \leq X \Longrightarrow x \leq \lfloor X \rfloor). Autrement\ dit,$
    $tout\ entier\ inférieur\ à\ X\ est\ inférieur\ à\ la\ partie\ entière\ de\ X.$
  - $\forall\, n \in \mathbb{Z}, \lfloor X + n \rfloor = \lfloor X \rfloor + n.$

II Exercices à savoir refaire

COURS (chap2) 11 Exercice : Démontrer que pour tous réels $a\ et\ b$, $\frac{a^2+b^2}{2} \geq ab$.

COURS (chap2) 37.Exercices : Résoudre, par équivalence, l'équation $7 - 4x \geq |2x+5|$ d'inconnue réelle x.

COURS (chap2) 59.Exercice : Soit n un entier naturel. Montrer que : $\lfloor \sqrt{n^2 + 7n + 12} \rfloor = n + 3$.

COURS (chap2) 49 Montrer que la suite (u_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ tend en décroissant vers 0.

TD 2 Ex 39 Montrer que : pour tous réels a et b, $|a| + |b| \leq |a+b| + |a-b|$.

TD 2 Ex 25 1. Montrer que : $\forall x \geq 0, x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x$.