Sup PCSI 2024-2025

POUR LA SEMAINE PROCHAINE :

1. **Pour lundi :**

- **Préparer le DC 4**
- **Chercher les exercices : TD 4 ex 5, ex 4.1, ex 15.1, ex 11 , ex 16**
- **Faire la première décomposition en éléments simples . Cf ci-dessous (2.)…**

2. **Le semaine prochaine vous passerez chaque jour, au tableau pour faire une décomposition en éléments simples : (vous pouvez vérifier vos calculs avec géogébra : Calculatrice Suite - GeoGebra en accès libre :**

$f(x) = \dfrac{1-2x^2}{(x-1)(x+2)}$

$g(x) = \text{ElémentsSimples}(f(x))$

$= -2 - \dfrac{\frac{1}{3}}{x-1} + \dfrac{\frac{7}{3}}{x+2}$

- $f(x) = \frac{x^4}{8x^3+x^2-7x}\ (lundi)$
- $f(x) = \frac{1-x^2}{8+x^3}\quad (mardi)$
- $f(x) = \frac{1-x^4}{x^3-3x-2}\quad (mercredi)$
- $f(x) = \frac{1}{x^4+2x^2+1}\quad (jeudi)$

3. **Rédiger la première partir du DL**

DL 3.1 à rendre le jeudi 10 octobre 2024

Ex 1 Tracé de courbes

A. Soit a, b et c des réels tels que $a \neq 0$ et $\Delta = b^2 - 4ac$.

On pose pour tout réel x, $P(x) = \underbrace{ax^2+bx+c}_{forme\ développée} \underbrace{=}_{d'après\ le\ cours} \underbrace{a(x-\alpha)^2+\beta}_{forme\ canonique}$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}\ et\ \beta = -\frac{\Delta}{4a}$

1. On suppose $a > 0$.
   a. Sans utiliser la dérivation, expliquer pourquoi P atteint son minimum en α et donner la valeur de ce minimum.
   b. Expliquer comment tracer la courbe de P à partir de la courbe de $(x \mapsto x^2)$.
   c. En déduire le tableau de variation de P.
   d. Quel est l'effet sur la courbe d'une augmentation (resp. diminution) de a ? Même question avec α, puis β?
   1ere - Simulation de tir de basket (ac-paris.fr)
   e. Tracer la courbe de P en distinguant les cas $\Delta > 0, \Delta = 0\ et\ \Delta < 0$ et en indiquant $\alpha\ et$ le minimum (avec valeur) de P, les racines éventuelles de P.
2. On suppose $a < 0$. Répondre aux questions précédentes en les adaptant à ce cas.

B. Expliquer comment passer de la courbe de sin à celle de $f: (x \mapsto 3\sin(2x))$ puis celle de $g: \left(x \mapsto 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$.

Ex 2 Soit $a \in \mathbb{R}$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ P_n(a) = \prod_{k=0}^{n} cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$.

1. On pose $u_n = sin\left(\frac{a}{2^n}\right) P_n(a)$. Montrer que la suite (u_n) est géométrique.

En déduire la limite de $P_n(a)$ quand $n \to +\infty$. (on utilisera la limite usuelle : $\lim\limits_{t\to 0} \frac{\sin(t)}{t}$) .

DL 3.2 à rendre le lundi 10 octobre 2024

Ex 3

2. Trouver deux réels a et b tels que : $\forall x \in \mathbb{R}, 4x^4 + 1 = (2x^2 + ax + 1)(2x^2 + bx + 1)$.
3. En déduire la limite quand $n \to +\infty$ de $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{4k^4+1}$.

Ex 4 Montrer que les images ponctuelles des solutions de l'équation $(z+1)^n = (iz-1)^n$ d'inconnue z complexe, sont toutes alignées. Déterminer ces solutions.