Programme de colle
semaine 9

Chap 6 $Arcsinus$, $Arccosinus$ et $Arctangente$.

1. Définition de chacune de ces fonctions.
2. Valeurs particulières.
3. Résolution des équations $y = sin(x)$, $y = \cos(x)$ et $t = \tan(x)$ $d'inconnue$ x réelle.
4. Propriétés algébriques : simplification de
   - $\sin(Arsin(x))$ et $Arcsin(\sin(x))$
   - $\cos(Arccos(x))$ et $Arccos(\cos(x))$
   - $\tan(Arctan(x))$, $Arctan(\tan(x))$.
   - $Arcsin(-x), Arccos(-x), Arctan(-x)$
   - $Arcsin(x) + Arccos(x)$
   - $Arctan(x) + Arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.
   - $\cos(Arcsin(x))$ et $\sin(Arccos(x))$
   - $\cos(Arctan(x))$ et $\sin(Arctan(x))$
   - $\tan(Arcsin(x))$ et $\tan(Arccos(x))$
5. Propriétés des fonctions :
   - domaine de définition
   - parité, symétrie de la courbe
   - continuité
   - monotonie
   - dérivabilité et expression des dérivées, représentation.
6. Courbe des fonctions $Arcsin$, $Arccos$, $Arctan$.
7. Primitive de $\left(x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ et de $\left(x \mapsto \frac{1}{1+x^2}\right)$. Dérivée de $Arccos(u(x))$, de $Arcsin(u(x))$ et de $Arctan(u(x))$.

Chap. 7 Calcul intégral et recherche de primitive

1. Partie réelle , partie imaginaire, limite, continuité, dérivation, fonction dérivée, primitive d'une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$. Dérivée et primitive de $(t \mapsto e^{at})$ où $a \in \mathbb{C}^*$.
2. Définition géométrique de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue réelle.
   Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction complexe et continue sur ce segment,
   Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue sur l'intérieur de ce segment et prolongeable par continuité aux bords du segment. Définition de l'intégrale de telles fonctions entre des bornes non strictement croissantes.
3. Relation de Chasles, linéarité, positivité et croissance de l'opérateur intégral.
4. Théorème fondamental (TFI) de l'intégration : existence d'une primitive d'une fonction continue sur une intervalle et expression sous forme intégrale de la primitive s'annulant en un point de cet intervalle.
5. Théorème fondamental du calcul intégral ($TFCI$), théorème d'intégration par parties ($TIPP$), théorème de changement de variables (TCV).
6. Primitives usuelles .
7. Calcul intégral ou recherche d'une primitive de fonctions de la forme :
   - ✓ Dérivée usuelle
   - ✓ $\frac{u'(x)}{u(x)}$, $u'(x)u(x)^\alpha$ où $\alpha \neq -1$, $\frac{u'(x)}{u(x)^\alpha} = u'(x)u(x)^{-\alpha}$ où $\alpha \neq 1$, $u'(x)e^{u(x)}$, $u'(x)\cos(u(x))$ …
   - ✓ Produit d'une fonction $polynômiale$ et du $logarithme$ ou de l'$Arctangente$
   - ✓ Produit de fonctions $polynômiale$ et d'une fonction sinusoïdale ou exponentielle ou hyperbolique
   - ✓ Produit de fonctions exponentielle et d'une fonction sinusoïdale
   - ✓ Produit de fonctions sinusoïdales
   - ✓ $\frac{Q}{P}$ avec P et Q polynomiales
   - ✓ $(x \mapsto \sqrt{1-x^2})$, $\left(x \mapsto \frac{1}{\sqrt{a^2-b^2x^2}}\right)$. $(x \mapsto \sqrt{a^2-b^2x^2})$ où a et b réels non nuls.

TOUS LES ENONCES DES DEFINITIONS, PROPRIETES ET THEOREMES DOIVENT ETRE CONNUS.

Question de cours : énoncer une définition et /ou une propriété de cours

OU énoncer et démontrer les résultats suivants:.

1. **Définition (TBCSM) , dérivabilité (TDBR) et expression de la dérivée de $Arcsin$, $Arccos$ et $Arctan$.**
2. **Compléter et démontrer : $\forall x \in \cdots, Arcsin(x) + Arccos(x) = \cdots$ et $\forall x \in \cdots, Arctan(x) + Arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \cdots$**
3. **Compléter et démontrer :**
   - **$\forall x \in \cdots, \cos(Arcsin(x)) = \cdots$ et $\sin(Arccos(x)) = \cdots$**
   - **$\forall x \in \cdots, \cos(Arctan(x)) = \cdots$ et $\sin(Arctan(x)) = \cdots$**
   - **$\forall x \in \cdots, \tan(Arccos(x)) = \cdots$ et $\forall x \in \cdots, \tan(Arcsin(x)) = \cdots$**
4. **Si $a \in \mathbb{C}$ alors $f: \begin{pmatrix} \mathbb{R} \to \mathbb{C} \\ t \mapsto e^{at} \end{pmatrix}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\forall t \in \mathbb{R}, f'(t) = ae^{at}$.**
5. **Le TFCI : théorème fondamental de calcul intégral (lien entre primitive et intégrale) .**
6. **le théorème d'intégration par parties.**
7. **le théorème de changement de variables.**