Programme de colle 11

Chap 8 Equations différentielles linéaires ($\mathcal{edl}$)

I Généralités

- Définition générale d'une équation différentielle linéaire d'ordre n (edl$\boldsymbol{n}$), de l'équation homogène associée, d'une solution sur un intervalle J sur lequel les fonctions coefficients et le second membre sont continues, d'une courbe intégrale.
- Propriétés :
  - ✓ solution d'une $\mathcal{edln}$ homogène : solution nulle et combinaison linéaire de deux solutions.
  - ✓ Principe de superposition
  - ✓ Passage en complexe
- Théorème fondamental de résolution d'une $\mathcal{edln}$ $(\boldsymbol{E})$: si (E) admet une solution particulière alors les solutions de (E) sont toutes les fonctions sommes de cette solution particulière et d'une solution de (EH).

II Résolution d'une $\mathcal{edl}$ 1 de la forme (E): $y'(x) + a(x)y(x) = d(x)$ tq a et d fonctions continues sur un intervalle I

- Théorème de résolution de ($\mathcal{edlh}_1$)
- Résolution de (EH) lorsque l'on connait une solution non nulle de (EH).
- Recherche d'une solution particulière de (E) :
  - ✓ Solution évidente
  - ✓ Solution de la forme de d ou de a.
  - ✓ Méthode de variation de la constante : méthode qui permet toujours de trouver une SP de (E) sur I et même toutes les solutions de (E) sur I.
- Problème de Cauchy .

III Résolution d'une $\mathcal{edl}$ 2 de la forme (E): $ay''(x) + by'(x) + cy(x) = d(x)$ tq a, b et c constantes tq $a \neq 0$ et d fonctions continues sur un $\mathbb{R}$.

- Théorème de résolution de $\mathcal{edlh}_2$. Solutions complexes et solutions réelles.
- Recherche d'une solution particulière de (E) dans les cas suivants :
  - ✓ $d(x) = P(x)e^{Mx}$ où P polynomiale et M constante (réelles ou complexes).
  - ✓ $d(x) = P(x)\cos(qx)e^{mx}$ où P polynomiale à coefficients réels et q et m constantes réelles.

Questions de cours : CONNAITRE TOUS LES ENONCES DES DEFINTIONS, PROPRIETES ET THEOREMES DU COURS. SAVOIR ENONCER et DEMONTRER :

- **Théorème fondamental de résolution d'une $\mathcal{edl}_n$ (E): Soit J un intervalle sur lequel les fonctions coefficients et le second membre sont continues. Si f_0 est une solution particulière de (E) sur J alors les solutions de (E) sont toutes les fonctions de la forme $f_0 + \varphi$ où φ solution de (EH) sur J.**
- **Théorème de passage en complexe.**
- **Théorème de résolution de ($\mathcal{edlh}_1$): $y'(x) + a(x)y(x) = 0$ sur un intervalle I sur lequel a est continue.**
- **Théorème de résolution de ($\mathcal{edlh}_2$): $ay''(x) + by'(x) + cy(x) = 0$ dans le cas complexe**